Жетысуский государственный университет им. И. Жансугурова

УДК 373.1.02 На правах рукописи

БЕКІШ ҰЛАН АБДИЛКАИЛҰЛЫ

Методика разработки содержательных компонентов элективных курсов математического профиля в высших учебных заведениях

(на примере курса «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений»).

6D010900 – Математика

Диссертация
на соискание степени доктора философии (PhD)

Отечественные научные консультанты:
д.ф.-м.н., профессор Д.Н. Нургабыл
к.п.н., доцент А.У. Даулеткулова

Зарубежный научный консультант:
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor Valery Romanovski, University of Maribor (Slovenia)

Республика Казахстан
Талдыкорган, 2019

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Глобализация экономики и общества, информатизация всех процессов современной организации производства, модернизация и развитие мирового образовательного пространства обусловливает необходимость постоянного обновления содержания образовательной программы, повышения качества научно-образовательной среды нашей страны. Только постоянные обновления и усовершенствование содержания образования, применение современных эффективных методов обучения и своевременное устранение обнаруживающихся в них проблем и недостатков позволят вести обучение на уровне мирового образовательного пространства, на уровне требований науки и экономики.

С другой стороны, в мировом образовательном пространстве и в Республике Казахстан высшим учебным заведениям и работодателям дана большая самостоятельность в разработке и реализации образовательных программ. При этом обоснованный выбор учебных дисциплин, а также тщательная разработка содержания учебных материалов, содержательных компонентов соответствующих учебных дисциплин занимает важное место в реализации образовательных программ. Так как, предложенные учебные дисциплины и их содержания должны обеспечивать: высокий уровень образования, соответствующий мировому уровню; формирование профессиональной компетенции будущих специалистов, соответствующих потребностям общества, уровню современных научных исследований. В связи с этим возникают вопросы разработки требований к вузовским учебникам и учебным пособиям.

Требования к образовательным программам, к содержанию вузовских учебников и учебных пособий, очевидно, определяется современным состоянием содержания науки, экономическими и социальными требованиями современного общества, демократизацией общества, реализацией компетентностного подхода в обучении.

Однако, практика показывает, что на сегодняшний день проблемы конструирования содержания учебников и учебных пособий в высших учебных заведениях нашей страны в основном сводятся к следующей деятельности: к формальному выбору содержания учебных материалов, предусмотренных рабочим планом; применение традиционных методов преподавания для изложения учебных материалов. Создается впечатление, что образовательная деятельность наших вузов ограничивается реализацией только этих вопросов.

Мировая образовательная практика показала, что учебный материал элективных дисциплин должен содержать более современный, актуальный материал в контексте фундаментальных знаний, изложенных в образовательной программе.

Проблемы образования и содержания учебных дисциплин отражены во многих отечественных и зарубежных исследованиях, например в работах Ю.К. Бабанского, М.В. Потоцкого, Н.А. Галатенко и И.И. Ильясова, В.В.

Краевского, В.С. Леднева, И.Я. Лернера, В.М. Розина, А.Е. Абылкасымовой, А.К. Кагазбаевой, Michelle Stephan, Cyril Julie, Fou-Lai Lin, Minoru Ohtani и др.

Вопросы разработки современного учебника для общеобразовательных школ Республики Казахстан изложены в [1].

Однако в них не нашли должного отражения вопросы проектирования содержательных компонентов элективных дисциплин, в том числе проблемы конструирования содержания учебных материалов математических дисциплин в сфере высшего педагогического образования и формирование профессиональных знаний и умений посредством содержательных компонентов элективных дисциплин. Для лучшего понимания данной проблемы сформулируем определение для содержательных компонентов элективных дисциплин.

Содержательные компоненты элективных дисциплин – это составляющие содержания учебного пособия, учебника, определяемые государственными образовательными стандартами, принципами и критериями педагогической дидактики, уровнем современных научных исследований.

В научно-педагогической литературе намечены научно-теоретические и практические предпосылки обучения студентов, будущих учителей математики, работе с некоторыми составляющими содержания учебного материала (А.А. Столяр, А.Г. Мордкович, А.И. Мостовой, Н.С. Далингер, В.А. Гусев, Н.С. Антонов, Г.И. Саранцев, Л.Т. Искакова, Е.Ж. Смагулов, С.М. Сеитова и др.).

Однако, в научной литературе остаются мало изученными вопросы разработки и целенаправленного использования содержательных компонентов элективных дисциплин с учетом целостного представления вопросов усвоения студентами содержания учебного материала и методики его обучения. При этом, проблемы обновления и конструирование содержания учебных материалов, соответствующих современным требованиям общества, оказываются сложными процессами, зависящими от компетентности преподавателя и психолого-педагогических факторов.

Анализируя процесс усвоения, заключаем, что этот процесс представляет собой сложную психологическую систему, опирающуюся на различные взаимосвязанные процессы мыслительной деятельности студентов.

С другой стороны, в процессе обучения математике наиболее важным является систематизация содержания учебного материала в логическом и психологическом плане, или то же самое формально-логическая сторона курса. Следовательно, без учета системности содержания учебного материала математических дисциплин не будет в целом и успешного обучения.

В свою очередь, в основе обучения лежит содержание учебного материала дисциплин, передача логики этого материала. Учет только этого фактора в обучении является недостаточным в успешном формировании профессиональных знаний и умений студентов. Практика показывает, что в обучении необходимо учитывать влияния психолого-педагогических факторов, методов изложения учебных материалов.

Известно, что формальная логика обеспечивает нас закономерностями и правилами правильного рассуждения и мышления. Использование этих законов, явно лежит вне возможностей формальной логики и прямо зависит от особенностей психологии студента.

Не учитывать эти факторы значило бы при решении вопросов обучения исключить из рассмотрения процессы усвоения учебного материала. А это с психолого-педагогической точки зрения были бы неправильным. Таким образом, в одной связке переплетаются вопросы математической науки и психолого-педагогические вопросы студента и преподавателя.

Таким образом, анализ научной литературы позволяет заключить, что выбор содержания учебной дисциплины должен осуществляться на основе учета следующих факторов: мыслительной способности студента**;** подготовленности студентов к восприятию учебного материала; подготовленности и опыта самого педагога; соответствия содержания учебного материала уровню современной науки. Учет этих факторов позволяет создать остов современного учебного пособия элективной дисциплины.

Однако, в вузах РК проектирование содержания всякого элективного курса в основном осуществляется без учета процессов усвоения учебного материала, логики построения курса, современного состояния содержания науки, требований современной дидактики.

В связи с этим необходимо рассмотреть проблемы конструирования содержательных компонентов, разработки научных материалов с учетом этих процессов, вопросы обучения студентов содержанию научного (учебного) материала посредством содержательных компонентов элективных дисциплин.

Таким образом, исследование проблем усвоения учебных материалов и разработки содержательных компонентов элективных дисциплин позволило выявить ряд противоречий:

- между утверждением содержания элективных дисциплин в качестве основной составляющей в процессе обучения в вузе и недостаточной исследованностью проблемы выработки требований к содержанию учебных дисциплин математического профиля в высших учебных заведениях;

- между требованиями ГОСО высшего профессионального образования, определяющими профессиональные знания и умения будущего учителя математики и недостаточностью научно-методических средств, обуславливающих успешное формирование этих знаний и умений;

- между основной потребностью практики обучения в обеспечении успешного усвоения студентами научного (учебного) материала высшей математики и недостаточной разработанностью содержательных компонентов элективных дисциплин, обеспечивающих эффективное усвоение этих учебных материалов.

Выше изложенные противоречия определяет *актуальность проблемы исследования*, которая заключается в недостаточной разработанности требований к содержанию элективных дисциплин, направленных на успешное формирование профессиональных знаний и умений будущих учителей математики. Актуальность данной проблемы исследования в высшем образовании послужила основанием выбора темы исследования: «Методика разработки содержательных компонентов элективных курсов математического профиля в высших учебных заведениях» (на примере курса «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений»).

Цель исследования состоит в научном обосновании методики разработки содержательных компонентов элективных дисциплин математического профиля в высших педагогических учебных заведениях (на примере элективной дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений»).

Объект исследования: учебно-методический процесс по подготовке элективных дисциплин для будущих учителей математики.

Предмет исследования: методика разработки содержательных компонентов элективных дисциплин.

Гипотеза диссертационного исследования: если дополнить содержания существующих элективных дисциплин разработанными содержательными компонентами определенных видов:

- управляющим компонентом;
- научно-знаниевым компонентом;
- когнитивно-деятельностным компонентом;
- оценочным компонентом;
- системообразующим компонентом

и применить дополненную систему содержательных компонентов в обучении студентов, то это позволить успешно формировать профессиональные знания и умения у будущих учителей математики на более высоком уровне.

Задачи исследования:

- провести анализ философской, психологической и научно-педагогической литературы с целью выявления проблем проектирования и разработки содержания элективных курсов в системе высшего педагогического образования;
- выявить психолого-педагогические факторы усвоения студентами содержания учебного(научного) материала при изучении элективных дисциплин, определить теоретические основы проектирования содержания учебных материалов;
- разработать содержательные компоненты элективных курсов на основе принципов и критериев педагогической дидактики, дополняющих

существующую систему содержательных компонентов математических дисциплин;

- создать методику наполнения и использования содержательных компонентов, обосновать возможность реализации их основных функций для формирования профессиональных качеств студентов – будущих учителей математики.

- определить основные требования проектирования содержания учебного материала элективных дисциплин, с учетом этих требований создать новый научный материал для элективного курса;

Теоретико-методологическую основу исследования составили следующие подходы:

- системный подход к формированию профессиональной и методической компетентности в педагогическом вузе (И. А. Зимняя, А. Г. Бермус, В. И. Байденко, Л. Д. Давыдов, Е. Я. Коган, Д. А. Иванов, К. Г. Митрофанов, О. В. Соколова, В. Г. Афанасьева, А. Г. Кузнецова, В. П. Беспалько, Н. Ф. Радионова, Ю. А. Урманцев, Э. Г. Юдин, Э. Ф. Зеер, А. В. Хуторский и др.);

- основные принципы и критерии обучения (Ю.К.Бабанский, В.А. Гусев, Н. И. Болдырев, Г.В. Дорофеев, Н. К. Гончаров, О.Б. Епишева, Б. П.Есипов, Т. А. Ильина, С.Е. Ляпин, М.Н. Скаткин и др.);

- основы проектирования содержания обучения (Ю.К. Бабанский, М.М. Поташник, Heather C. Hill, Merrie L. Blunk, Н.А. Галатенко, И.И. Ильясов, В.В. Краевский, В.С. Леднев, И.Я. Лернер, В.М. Розин, А.Е.Абылкасымова, А.К.Кагазбаева, Michelle Stephan, Cyril Julie, Fou-Lai Lin, Minoru Ohtani и др.).

- проблемы разработки содержания учебной дисциплины (М.В. Потоцкий, В.М. Монахов, М.Н. Скаткин, И.Я. Лернер, Н.Ф.Талызина, В.А. Тестов, Г.Г. Хамов и др.);

- теоретические исследования проблем профессиональной подготовки будущего учителя математики (И.В. Аммосова, А.Б. Коганов, Г. Н. Губайдуллина, В.И. Игошин, А.А. Столяр, А.У. Даулеткулова и др.).

- подходы к формированию мыслительных способностей, самостоятельности в усвоении учебного материала и активизации познавательной деятельности (Ю. К. Бабанский, Н. Я.Виленкин, И. А. Зимняя, И. Я. Лернер, А.Я Блох, Л. М. Фридман и др.);

Методы исследования:

а) теоретические: анализ научной литературы по теме исследования; анализ положений, нормативных документов, относящихся к процессу обучения и проблеме исследования; изучение педагогического опыта работы преподавателей математических дисциплин;

б) эмпирические: беседы с преподавателями, студентами, магистрантами и учителями школ; анкетирование преподавателей, студентов, магистрантов и молодых учителей; письменные работы студентов и их анализ; педагогический эксперимент;

в) обработка и анализ экспериментальных данных с использованием статистических методов исследования.

Экспериментальное исследование проводилось с 2016 по 2019 год в обычных условиях учебного процесса Жетысуского государственного университета им. И. Жансугурова и Женского государственного педагогического университета в контексте усвоения математического содержания элективных дисциплин в соответствии с задачами исследования и состояла из трех этапов.

На первом этапе был проведен констатирующий эксперимент (2016-2017г.г.), который заключался в выявлении недостаточной разработанности содержательных компонентов элективных дисциплин в контексте повышения уровня готовности будущих учителей математики к профессиональной деятельности. На этом этапе на основе анализа и сравнения психолого-педагогической, философской, научно-методической и математической литературы по теме исследования, экспериментальной работы была выявлена степень разработанности проблемы исследования в педагогической теории и практике; определены объект, предмет, цель и задачи исследования, сформулирована гипотеза исследования.

На втором этапе осуществлялся поисковый эксперимент(2017-2018г.г.). На этом этапе с целью проектирования содержательных компонентов элективных дисциплин были проведены беседы, анкетирования. Анализ ответов на вопросы анкет позволили определить направление разработки и дополнения содержательных компонентов, которые обеспечивали бы самостоятельное изучение студентами - будущими учителями математики научных (учебных) материалов и потребность студентов в использовании содержательных компонентов. В ходе проведения экспериментального исследования осуществлялся выбор и апробация научных знаний и заданий, которые позволили бы изменить и дополнить учебно-методическое обеспечение элективных дисциплин.

На этом этапе были выявлены теоретические основы проектирования содержательных компонентов элективных курсов по высшей математике педагогического профиля, разработаны и классифицированы содержательные компоненты элективных курсов, разработаны и дополнены требования проектирования учебных материалов элективных дисциплин, методика формирования профессиональных знаний и умений будущих учителей математиков в процессе изучения элективных дисциплин.

Заключительным этапом проведенного исследования стал формирующий эксперимент(2018-2019г.г.), главной целью которого являлось выявление эффективности разработанной системы содержательных компонентов элективных дисциплин в процессе обучения студентов научному содержанию элективной дисциплины.

Сущность формирующего эксперимента заключалась во внедрении разработанной системы содержательных компонентов элективных дисциплин и методики ее использования при усвоении научного содержания учебного материала.

В период экспериментального исследования изучение дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений» в контрольной группе происходило без внесения определенных изменений в содержание учебного материала, а также в процесс и методы обучения.

В экспериментальной группе в процессе обучения элективной дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений» реализовывалась авторская идея, направленная на формирование профессиональных знаний и умений посредством разработанных содержательных компонентов элективных дисциплин.

На завершающем этапе исследования с целью определения уровня сформированности навыка решать профессионально ориентированные задачи студентов контрольной и экспериментальной групп, были проведены экспериментальные наблюдения, осуществлялась обработка экспериментальных данных, формулировались выводы по проведенному исследованию.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Методика обучения студентов - будущих учителей математики, научным знаниям основывается на идее проецирования деятельности учителя математики с научными знаниями на процесс изучения учебного материала школьного курса математики. Она включает в себя целевой (результаты обучения), содержательный (системы содержательных компонентов), а так же процессуальный (методика и средства обучения) компоненты.

Главным средством обучения студентов - будущих учителей математики является система заданий, выполнение которых способствует формированию научных знаний, моделирует работу учителя математики в изучении и доказательстве математических утверждений.

2. Мыслительная деятельность студента в процессе освоения научного материала способствует формированию профессиональной компетентности студента - будущего учителя математики, которая включает все основные характеристики деятельности студента (познавательной, научно-исследовательской, учебной и профессиональной).

3. Методика формирования готовности будущих учителей математики к организации учебной, познавательной и исследовательской деятельности школьников в процессе освоения научного (учебного) материала элективных дисциплин в вузе является результативной, если содержательные компоненты и методика преподавания научных материалов:

- включают в себя инвариантную (содержание учебного материала) и вариативную (разработанная система заданий учебной, познавательной и исследовательской направленности) части;

- ориентированы на деятельностный метод обучения, который способствует развитию способности студентов – будущих учителей по успешной организации учебной, познавательной и исследовательской деятельности учащихся;

4. Методика использования сконструированной системы содержательных компонентов основана на определении главных целей учебной, познавательной и исследовательской работы будущих учителей математики, состоящих в повышении уровня профессиональных знаний и умений.

Научная новизна исследования заключается в том, что:

- выявлены проблемы проектирования и разработки содержания элективных курсов в системе высшего педагогического образования;

- определены психолого-педагогические факторы усвоения студентами содержания учебного(научного) материала при изучении элективных дисциплин, определены теоретические основы проектирования содержания учебных материалов;

- разработаны содержательные компоненты элективных курсов на основе общих требований к содержанию элективного курса, принципов и критериев педагогической дидактики, дополняющих существующую систему содержательных компонентов математических дисциплин;

- проведена классификация, создана методика использования содержательных компонентов, обоснована возможность реализации их основных функции для формирования профессиональных качеств студентов - будущих учителей математики;

- определены основные требования проектирования содержания учебного материала элективных дисциплин, с учетом этих требований создан новый научный материал элективного курса «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений», при этом получены следующие новые научные результаты в теории сингулярно возмущенных краевых задач:

a) построено аналитическое представление решения сингулярно возмущенной общей краевой задачи;

b) получены асимптотические оценки решения возмущенной общей краевой задачи;

c) установлен характер роста производных по малому параметру;

d) выделены классы краевых задач, имеющих граничные скачки;

e) разработан алгоритм, с помощью которого осуществляется построение асимптотического приближения решения и её производных с точностью до произвольного порядка;

Теоретическая значимость результатов исследования состоит в том, что:

– уточнена методика разработки содержательных компонентов как важнейшая составляющая учебно-методической обеспеченности дисциплин, что является вкладом в теорию разработки содержания учебных дисциплин;

– сформулированы основные составляющие содержательных компонентов как основному средству обучения научному содержанию учебных материалов, что дополняет методы и средства формирования профессиональных знаний и умений;

– дополнены требования к содержанию учебных(научных) материалов, что дополняет теорию конструирования содержания учебных дисциплин;

– классифицированы содержательные компоненты, что способствует развитию педагогической дидактики;

– созданный научный материал элективной дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений» вносит определенный вклад в развитие теории сингулярно возмущенных краевых задач.

Практическая значимость результатов исследования заключается в том, что полученные результаты могут быть применены преподавателями, учителями при проектировании типовых программ обязательных дисциплин и учебных программ элективных дисциплин, при разработке учебников и учебных пособий по математике в системе высшего и среднего образования.

Достоверность полученных результатов исследования обеспечиваются: анализом литературы по исследуемой проблеме, использованием комплекса научных методов исследования, адекватных его логике, цели, задачам и предмету исследования; сочетанием экспериментальных и теоретических видов исследования; применением статистических методов и математической обработки экспериментальных данных, доказывающих успешность проведенного исследования.

Апробация результатов исследования:

– основные положения и результаты исследования докладывались и обсуждались на научно-методических семинарах кафедры математики и методики преподавания математики ЖГУ им. И. Жансугурова, кафедры математики Женского государственного педогогического университета (2018 г. и 2019 г.);

– полученные результаты исследований докладывались на научно-практических конференциях: International Conference “III Borubaev’s Readings” (Bishkek, 2019); V Международная научно-практическая конференция «Педагогика современности: Актуальные вопросы психологической и педагогической теории и практики» (Чебоксары, 2019); III Международная научно-практическая конференция «Наука и образование в современном мире: Вызовы XXI века» (Нұр-Сұлтан, 2019);

– основные результаты и положения диссертационного исследования опубликованы в различных научных журналах и сборниках (всего 8 работ, из них 3 статьи - в журналах, включенных в перечень рецензируемых научных изданий, определенных Комитетом по контролю в сфере образования и науки Министерства образования и науки РК, 1-статья в научном международном журнале из базы Скопус, 1статья в зарубежном научном журнале и 3 статьи в материалах международных научно-практических конференций).

Структура и содержание диссертационной работы. Работа состоит из введения, двух глав, списка использованной литературы и приложений.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СОДЕРЖАТЕЛЬНЫХ КОМПОНЕНТОВ ЭЛЕКТИВНЫХ КУРСОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ В ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЯХ

1.1 Психолого-педагогические основы проектирования содержания учебных материалов

В Республике Казахстан высшим учебным заведениям дана большая самостоятельность в разработке и реализации образовательных программ. При этом обоснованный выбор учебных дисциплин, а также тщательная разработка содержания соответствующих учебных дисциплин занимает важное место в реализации образовательных программ. Так как, предложенные учебные дисциплины и их содержания должны обеспечивать: высокий уровень образования, соответствующий мировому уровню; формирование профессиональных компетенции будущих специалистов, соответствующих потребностям общества, уровню современных научных исследований.

При проектировании содержания обучения, автор в первую очередь должен решить проблему отбора содержания учебных дисциплин. Анализ показывает, что учебной дисциплиной называет определенную взаимосвязанную систему знаний - учебных материалов выбранных из конкретной отрасли фундаментальной и прикладной науки для обучения в образовательном учреждении. В связи с этим возникает вопрос о проектировании содержания учебных материалов обязательных и элективных дисциплин.

Для обязательных курсов существуют типовые программы, государственные образовательные стандарты, определяющие компетенции по данной дисциплине. Однако зачастую, выполняя требования работодателей, или, решая некоторую педагогическую проблему, преподаватели проектируют и вводят элективные курсы. При этом в этих элективных курсах содержание учебного материала определяется преподавателями самостоятельно. В этом случае задача конструирования содержания учебных дисциплин более усложняется и поэтому требует глубокого изучения.

Проблемы образования и содержания учебных дисциплин отражены в исследованиях Ю.К. Бабанского [2], Н.А. Галатенко и И.И. Ильясова [3], В.В. Краевского [4], В.С. Леднева [5], И.Я. Лернера [6], М.В. Потоцкого [7], В.М. Розина [9], А.Е. Абылкасымовой [10], А.К. Кагазбаевой [11], Michelle Stephan, Cyril Julie, Fou-Lai Lin, Minoru Ohtani[12], Stevens, S; Mills, R & Kuchel, L., et al [13] и др.

Наша цель — выработать основные требования к содержанию учебных дисциплин математического профиля в высших учебных заведениях и те научные принципы и критерии, на которых эти требования должны строиться.

В своей работе Ю.К. Бабанский, М.М. Поташник [14] и Heather C. Hill, Merrie L. Blunk, et al.[15], Madden, A., Webber, S., Ford, N. and Crowder, M.[16] отмечают, что содержания обучения и учебной дисциплины должны соответствовать: потребностям работодателей; уровню развития современной науки, техники и технологий; уровню образованности студентов; времени, отводимому на изучение предмета; возможностям материально-технической и учебно-методической базы вуза. Кроме того, содержание учебной дисциплины должно удовлетворять требованиям: целенаправленности, целостности, системности, единства теории с практикой, содержать как внутри предметные, так и межпредметные связи.

Очевидно, что содержание дисциплин, составляющих основу высшей математики, изучаемых в физико-математических специальностях вузов РК, выработаны годами и способствуют достижению значительных успехов в области науки и образования. Оно обладает формирующим потенциалом мыслительной деятельности студентов, прививает навыки изучения содержания математической литературы, т. е. способствует, в итоге, как подготовке профессиональных специалистов, так и пополнению рядов научных работников. Это подтверждается известными успехами отечественной науки и образования.

В научно-педагогической литературе намечены научно-теоретические и практические предпосылки обучения студентов - будущих учителей математики работе с некоторыми составляющими содержания учебного материала (А.А. Столяр [17], А.Г. Мордкович [18], А.И. Мостовой [19], Gibson, Suanne; Grace, Andrew; O'Sullivan, Ciaran, et al [20], Roza A. Valeeva & Kadriya B. Shakirova [21], В.А. Далингер [22], В. А. Гусев, Н.С. Антонов [23] Г.И. Саранцев [24], Л.Т. Искакова [25], Е.Ж. Смагулов [26], С.М. Сеитова, Тойбазаров Д. [27] и др.).

Однако, в научной литературе остаются мало изученнымы вопросы разработки содержательных компонентов элективных дисциплин с учетом целостного представления вопросов усвоения студентами содержания учебного материала и методики его обучения.

С другой стороны, рост конкуренции в экономике, цифровизации процессов экономики, переход к смарт обществу, модернизации и развития мирового образовательного пространства обуславливает необходимость постоянного обновления содержания учебного материала, повышения качества научно-образовательной среды нашей страны. Только постоянное обновления и усовершенствование содержания учебных материалов, применение современных эффективных методов обучения и своевременное устранение обнаруживающихся в них проблем и недостатков позволят нам вести обучение на уровне мирового образовательного пространства, на уровне требований науки и экономики. Поверхностный анализ показывает, что проблемы преподавания высшей математики в высших учебных заведениях нашей страны сводятся к следующей деятельности: к формальному выбору учебных материалов, которым можно обучить студентов в отведенное время, предусмотренное учебным планом; логичному построению преподавания учебных дисциплин; применение традиционных методов преподавания для изложения учебных материалов. Создается впечатление, что образовательная деятельность наших вузов в основном ограничивается реализацией только этих вопросов. Однако проблемы отбора учебных материалов оказываются более сложными.

Поскольку любой курс математики строится на основе понятий, гипотез и утверждений по закону формальной логики, то и преподаватель при изложении учебного материала должен придерживаться этой формально-логической стороны данного курса математики. При этом, учебный материал должен излагаться кратко, последовательно, на доступном языке, отвечающем накопленным знаниям студентов. Поэтому в каждом курсе, при изложении исходных информаций (аксиом, определений и т. д.) особое внимание должно уделяться познанию этих первоначальных понятий, а при изложении теорем и формул основное внимание должно уделяться выводам формул и доказательствам теорем. Обычно такое изложение обычно сопровождается некоторым числом модельных примеров как теоретического, так и прикладного характера. Научный уровень курса считается высоким, если в нем используются существенные научные информации и проводятся правильные логические рассуждения. Последующее использования учебника должно способствовать закреплению материала.

Самостоятельное решение задач, а также решение задач на практических занятиях имеет целью способствовать сознательному пониманию и усвоению учебного материала, формировать способность студента применять усвоенные знания на практике. В целом такая система обучения является традиционной, не вызывает каких-либо особых претензий и вряд ли требует какого-либо специального исследования и глубокого анализа.

Обучение – это деятельность по усвоению знаний, по формированию умений, навыков на основе социального заказа за определенный промежуток времени.

Однако, анализируя процесс обучения, заключаем, что этот процесс представляет собою психологическую систему, опирающихся на различные взаимосвязанные процессы мыслительной деятельности студентов.

В результате же приобретение знаний и умений, развитие мыслительной деятельности студента достигаются через сложное сочетание таких различных факторов, как содержание учебного материала, логика устного изложения этого материала в лекционных и практических занятиях, логика письменного изложения в учебниках, а также путем взаимодействия личных способностей студента.

Очевидно, наиболее важным в процессе обучения математике является формально-логическая сторона курса, или то же самое строгое логическое изложение содержания учебного материала, его теорий, теорем и их доказательств и развитие мыслительной деятельности студента. Итак, без логики учебного материала и дисциплины в целом нет обучения.

Отсюда, возникает вопрос: каким образом приобретаются математические знания, насколько качественно усваиваются студентом учебные материалы, пользуясь при этом только строго логическим изложением содержания учебного материала, без влияния на усвоение каких-либо других составляющих обучения?

Влияние на усвоение студента строгого логического изложение содержания курса математики можно определить, проверив то, как студент самостоятельно усваивает учебный материал, пользуясь для этого только учебником или учебным пособием. Так как отечественные учебники и учебные пособия в основном уделяет внимание строгому изложению учебного материала.

Наблюдение показывает, что студенты, которые стараются самостоятельно изучить учебные математические материалы по учебникам, не в состоянии качественно усвоить предмет. Для облегчения студентам изучения учебных дисциплин, им предлагают силлабусы, в которых содержатся методические указания к лекционным, практическим занятиям. Однако, мы на практике убеждаемся, что и это не всегда помогает.

В чем заключается трудность самостоятельного изучения студентами высшей математики по любой книге? Сейчас, не задумываясь над всеми проблемами, обвиняем самих студентов: их слабое базовое знание, постоянное отсутствие времени на изучение, поверхностное, формальное отношение к изучению учебного материала и т. д. Однако такие оговорки не решают вопросы преодоления трудности самостоятельного изучения учебного материала. Действительно, есть среди студентов и не-подготовленные, и не имеющие времени для сознательного изучения дисциплины. Однако, основная масса студентов серьезно подходит к вопросам обучения, может и хочет учиться.

Следовательно, существует какая-то значительная причина неудач студентов. Таким образом, мы приходим к выводу, что безупречное строгое логическое изложение учебного материала не обеспечивает полноценного усвоения математики, т. е. не способствует формированию правильных представлений у студентов.

Отсюда и возникает вопросы в области анализа процесса обучения, о котором мы говорили выше, разобраться в роли логики изложения учебного материала в процессе обучения в целом. Понятно, что решение этого вопроса существенно поможет методике обучения математике в высших учебных заведениях в целом, так как решительно углубит наше понимание процесса обучения.

Итак, где мы можем искать те факторы, которые столь решительно влияют на процесс усвоения? Самое естественное, это обращение к закономерностям психологии и философии, которые характеризуют процессы познания, мышления и обучения. Очевидно, основу успешного обучения составляют содержание учебного материала, передача логики предмета, учет влияния психолого-педагогических факторов в обучении (последнее обычно делается стихийно).

Таким образом, одним из основных сложных вопросов в обучении является влияние психолого-педагогических факторов. Без учета этих факторов, изучаемые материалы не фиксируются в сознании студентов.

Теперь определим, какие факторы влияют на процесс усвоения учебного материала, помимо логики курса. С этой целью обратимся к процессу усвоения учебного материала, на которые должны опираться требования к разработке содержания элективных курсов и строиться методика обучения. Прежде всего, опишем вопросы взаимодействия формальной логики и психологии. Предметом формальной логики является алгоритм рассуждений, то, как человек должен мыслить, чтобы от истинных предпосылок прийти к истинным выводам. Следовательно, формальная логика курса не зависит от возможностей студента. Законы формальной логики истинны и не зависят от знания и умения человека.

Таким образом, формальная логика обеспечивает нас законами и правилами правильного рассуждения и мышления. Но она не дает правило, по которому можно правильно применить и использовать эти законы в образовании. Использование этих законов, явно лежит вне возможностей формальной логики и прямо зависит от особенностей психологии студента.

Психология изучает закономерности и процессы мышления и процессы формирования мысли, что помогает правильному рассуждению и что мешает ему и т. д.

Отсюда, заключаем, что рассуждение и мышление студента должно подчиняться тем законам, которые изучает психология. Следовательно, процесс обучения, в частности преподавание учебного материала должна учитывать как факторы, связанные с содержанием учебного материала, так и факторы, связанные с мыслительной деятельностью студента. Мыслительная деятельность студента работает не изолированно, а зависит от его знания, памяти, способности, возможности и других факторов. Не учитывать эти факторы значило бы при решении вопросов обучения и усвоения учебного материала исключить из рассмотрения того самого студента, которого мы обучаем. А это было бы методологически неправильным. В этой единой связке переплетаются вопросы математической науки и психологические вопросы человека. В этом, и заключается вся трудность методики преподавания математики.

Действительно, процесс рассуждения и мышления студента постоянно меняется. Один и тот же человек рассуждает по-разному, не только в зависимости от его способностей, но и в зависимости от настроя и возможностей студента. Таким образом, в зависимости от обстоятельств мыслительная способность студента, уровень его логического мышления все время меняются и зависят от разных психологических факторов.

Таким образом, выбор содержания учебной дисциплины осуществляется на основе учета следующих факторов: уровня мыслительной способности и индивидуальных особенностей студента; соответствие объема содержания на времени изучения; уровня подготовленности студентов к восприятию учебного материала; уровня подготовленности и опыта самого педагога.

Учет этих факторов позволяет создать остов учебной дисциплины. Дальнейшая деятельность преподавателя связана с конструированием отобранного материала. Используя сетевые модели к анализу логической структуры учебной дисциплины [18, с.55-57], преподаватель составляет логическую последовательность его изучения, а также связей между его структурными элементами, которые можно использовать при формировании соответствующих знаний. В итоге он может выделить для каждого учебного элемента узловые вопросы и задания к ним.

Таким образом, *проектирование* содержания всякого элективного курса, без глубокого учета взаимодействия процессов познания, особенностей мышления, процессов усвоения учебного материала, логики построения курса, обречено на провал.

В связи с этим, определим эти понятия, их взаимодействия в терминах философии и психологии.

Познание. В первую очередь, рассмотрим, что собой представляет процесс познания учебного материала. В психологической науке познание (когнитивность) рассматривают как способность к умственному восприятию и переработке внешней информации [28]. В философии познание рассматривают как совокупность процессов, методов приобретения знаний о явлениях и закономерностях объективного мира [29]. В педагогике обучение рассматривают как процесс усвоения знаний, формирования умений и навыков студентов в результате познавательной деятельности. Результатом обучения является знание, которое приобретается как продукт познания. Для того, чтобы это знание могло служить человеку, обществу, оно должно быть усвоено человеком через процесс обучения. Только в этом случае, во взаимосвязи развивается наука и познание.

Тем самым, закономерности окружающего мира могут быть правильно познаны человеком в процессе обучения только тогда, когда содержание учебного материала и процесс обучения в полной мере правильно отражает (в утверждениях, понятиях и т. д.) явления реального мира. Их единство предоставляет возможность реализации обоснованного сочетания обучения и познавательной деятельности студентов. Таким образом, процессы познания и обучения глубоко взаимосвязаны. В связи с этим, для продуктивности процесса познания содержания дисциплины или учебного материала следует студентам предлагать творческие задания для осознанного восприятия содержания учебного материала и материала прикладной направленности.

Отсюда заключаем, что при разработке содержания дисциплины следует предусмотреть компоненты для выработки способности к умственному восприятию явления объективного мира.

Психология и философия заключает, что сознание и мышление человека есть высшая форма отражения мозгом реальной действительности в представлениях, понятиях, суждениях и т. д. Диалектика утверждает, что все явления окружающего мира находятся в процессе непрерывных изменений: в динамичном развитии или распадении [30].

Заметим, что реализация формирования у студентов диалектического мировоззрения непосредственно связана с познанием реального мира и содержанием учебного материала, так как структура содержания любого математического курса диалектична. Такие математические понятия, как «функция», «предел», «интеграл», «производная» и т.п. отражают диалектичность окружающего мира.

Однако эти диалектические функции в содержании обучения математике проявляются в основном благодаря диалектической природе самих математических понятий, а не усилием составителей учебников.

В связи с этим, В.С. Шубинским указаны те вопросы, которые должны быть включены в содержании учебного материала:

- включение в содержание обучения некоторых диалектических противоречий в форме диалектико-логических противоречий
- отражение в содержании обучения диалектики изменчивости мира, движения;
- реализация в содержании обучения целей познания, взаимосвязей и развития [31].

Поэтому вопросы реализации диалектических функций математических понятий в содержании курса математики являются одним из требований отбора содержания курса.

Заметим, что в процессе подготовки содержания учебного материала дисциплины и задания к ним необходимо разработать этапы, уровни усвоения дисциплины в целом, и каждого учебного элемента. Для разработки уровней усвоения часто пользуются таксономией Блума. С помощью таксономии Блума можно составить систему заданий для осуществления конкретных дидактических целей, проводить оценку и диагностику знаний студентов, а также планировать процесс обучения.

Блум выделяет следующие важнейшие понятия когнитивного процесса, или те же самые уровни усвоения учебного элемента:

- знание;
- понимание;
- применение;
- анализ;
- синтез;
- оценка [32].

Психология утверждает, что **знание** это запоминание и воспроизведение того или иного явления, изученного учебного элемента. Запоминание – это процесс памяти, посредством которого происходит восприятие новой информации и запись этой информации в сознание человека. Основным, решающим фактором запоминания является установление смысловых связей, как продукт мыслительной работы нашего мозга. Воспроизведение – это процесс распознавания явления, информации, накопленной и хранимой в памяти.

Таким образом, запоминание и воспроизведение учебного материала является важным фактором при усвоении этого материала.

Понимание. Философия утверждает, что сознание человека правильно отражает окружающий мир. Однако восприятие, понимание объективного мира конкретным человеком является очень сложным явлением. Разные люди воспринимают одно и то же явление совершенно по-разному и по-разному реагируют на них. Можно сказать, что человек воспринимает реальные объекты и явления посредством своего внутреннего сознания, т. е. через особенности своего мышления и через лупу своего жизненного опыта.

Психология утверждает, что понять объективный процесс или некоторое явление – это значит осознать сущность процесса, и этого явления, характерные их свойства, их истоки и следствия, их взаимосвязь с другими процессами и явлениями, их место в окружающей среде [33].

Таким образом, объективный процесс может быть понятым и осознанным, если он рассматривается в интерактивной связи с окружающим миром. Если некоторый процесс рассматривается по отдельности, вне его связей с окружающими процессами, мы не можем достичь полного и истинного понимания этого процесса.

Теперь выясним, что значит понять содержание учебного математического материала, который имеет формально-логическое изложение. Известно, что понять – это значит полно и без искажений отразить в сознании рассматриваемое явление, или факт объективной действительности.

Сложность процесса понимания явления объективного мира, можно увидеть из таких процессов, как понимание обычного человеческого слова. Во многих случаях люди в зависимости от своего знания, воспитания и опыта вкладывают в одно и то же слово по смыслу различное содержание. А это в свою очередь немедленно отражается и на понимании содержания устной или письменной речи другого лица, не говоря уже о том, что одну и ту же информацию люди могут понимать каждый по-своему. Само понимание человеком источника информации состоит, в первую очередь, в ее ассоциации с его собственными познаниями.

Все это относится и к процессу обучения. Как показывает опыт обучения студентов, процесс понимания новых знаний является глубоким процессом. Новые добытые знания не просто прикрепляются к старым. Когда студент что-то понял, это значит, что новые его знания установили связь с его собственными осознанными старыми знаниями, и прикрепились среди них. Только после этого приобретенные новые знания становятся научным и образовательным достоянием студента. Согласно диалектике процесса обучения студентов заключаем, что новые знания почти постоянно входят в единоборство со старыми знаниями в сознании студента. В результате в сознании студента часто происходят всевозможные переплетения новых и установившихся представлений, возникают различные деформированные представления, тормозящие формирование новых знаний. И лишь на основании внимательного изучения, или практического применения новых понятий и утверждений постепенно формируются новые знания согласно логическому изложению.

Студентам из курса «Алгебры» средней школы хорошо знакомы, что такое «Функция». Они ее представляют себе в виде формулы, или геометрически в виде гладкой, непрерывной линии, например, в виде некоторой параболы или прямой, или какого-нибудь знакомого графика. В вузе понятие функции обобщается и может быть определено как конструкция нескольких формул, или с помощью предельного перехода, либо словесно, либо с помощью интеграла или функционального ряда и т. д. Как известно, чтобы обобщенное понятие функции было понято студентами, необходимо определенное время.

Поэтому не удивительно, что при изучении нового учебного материала у студентов возникает множество всевозможных недопонимании, связанных с этой перестройкой мышления. Например, студенты при изучении новой теоремы, связанной непосредственно с обобщенным понятием функции, «функцию» должны воспринимать согласно новому представлению. Однако, студент невольно, сам того не замечая, «функцию» будет воспринимать по ранее заложенному стереотипу гладкой и непрерывной. В итоге студент, как бы ни старался, никак не может уловить самой сути теоремы, которая в частном случае, случае непрерывной функции, рассматриваемая теорема становится очевидной.

Потоцкий М.В., проведя исследования, связанные с вопросами мышления, приводит следующий пример: «Уравнения в школе служат вначале для отыскания неизвестных. И главная задача здесь – их решение. В дальнейшем учащиеся приходят к пониманию того, что уравнение определяет кривую, поэтому уравнения далеко не всегда требуется решать. Однако желание «решать уравнение» преследует иногда и студента вуза. Вот другой пример ассоциаций, которые возникают при столкновении новых понятий со старыми. Студент изучает в аналитической геометрии на плоскости уравнение окружности $x^2+y^2=r^2$. Но когда это же уравнение ему встречается в аналитической геометрии в пространстве, то он заявляет, что и здесь это уравнение тоже определяет окружность, хотя при этом он отлично знает, что одно уравнение $F(x,y,r)=0$ в пространстве определяет поверхность. Мы снова видим, как новые знания, консолидируясь со старыми, приводят к своеобразному смешению представлений» [7, с. 19-20].

Таким образом, противоречивость процесса понимания лежит в самой сути познания, в его диалектическом развитии, в постепенном познании закономерностей реального мира перед студентом. И поэтому данная противоречивость не может быть разрешена никаким методом обучения. Это отрицает обычное, общепринятое наивное заключение о том, что каким учебный материал изложен, точно так же как отражение он обязательно будет усвоен студентом. Такое отношение приведет неизбежно к ошибочному, ложному пониманию многих новых понятий. Отсюда следует, что ясного истинного понимания учебного материала студент может себе обеспечить только после проведенных занятий и доступных разъяснений преподавателя, исключающих ошибочное понимание и направляющих мышление студента на правильное понимание новых понятий и утверждений. При самостоятельном изучении материала по книге, достаточно нескольких неясных вопросов, чтобы сделать материал непонятым, а попытку самостоятельного изучения материала по книге сделать невозможным. Точное восприятие учебного материала, правильное понимание новых понятий требует глубокого мышления, которым, очевидно, обладают не все студенты.

На начальных ступенях высшего образования основную трудность для студента представляют методы обобщения. На высших ступенях вузовского образования почти все понятия математического анализа, алгебры, геометрии определяются и изучаются настолько обобщенно, что основная трудность для студента представляет процесс вычленения частных случаев. Студент, видя обобщенную формулу, не может выделить всех ее конкретных случаев. Обратно, видя студент какую-нибудь конкретную формулу, он часто не узнает в нем частного случая хорошо известной ему общей формулы. Так, например, студенту хорошо известно, что $Ax + By + C = 0$ определяет на плоскости прямую, но при этом он не видит прямую, записанную в виде уравнения $x = 5$. Очевидно, формирование умений выделять частные случаи из обобщения, увидеть в этом обобщении все, что в ней содержится, осуществляется постепенно, и не сразу, причем это связано с большими сложностями.

Много трудностей для студентов, изучающих высшую математику, появляются оттого, что им приходится иметь дело с более общими понятиями, чем понятия школьной математики. Так, в школьном курсе математики учащиеся встречаются с такими величинами, каждому из которых соответствует одно число или максимум пара чисел (координаты точек на плоскости).

В высшей математике студенту приходится иметь дело с более сложными понятиями: конечными или бесконечными множествами объектов, иногда и бесконечными.

Студенты плохо воспринимают мысли относящихся к множеству объектов, допускают большое количество ошибок. Рефлективность мышления, приобретенные ранее в процессе обучения, прочно прикрепляются в сознании. Они мешают правильно мыслить при изучении нового материала, выбирать наиболее подходящие методы решения поставленной задачи и т. д.

Процесс понимания студентами учебного материала является сложным процессом и содержит в себе достаточно много неисследованных факторов. Вот лектор изложил некоторый учебный материал, сделал отличные доступные пояснения, однако мы видим, что студенты не восприняли материал. И лектор начинает по-разному варьировать свои объяснения - и вдруг все становится понятными, и студенты поняли! Каким образом лектор достиг этого? Зачастую сложно даже на это ответить. Очевидно, что у каждого студента в зависимости от его личных способностей существуют какие-то собственные механизмы усвоения, которые при благоприятных условиях приводятся в действие, чтобы учебный материал для него был внутренне осознанным и понятным.

Исследуя мыслительную деятельность, совершаемую студентами в процессе их обучения, психологи разбивают на части многие процессы мышления, которые преподаватели воспринимают как единое целое. При этом преподаватель только лишь утверждает, что студенты «думают», «размышляют», решая поставленную задачу. Психолог же анализирует то, как студент «думая» совершает мыслительные операции. Например, студент решает задачу. Здесь психолога, прежде всего, интересует, как студент воспринимает условие задачи. Какие мысли появляются у студента после усвоения условии задачи? Далее какие последовательные мыслительные операции совершает студент при решении поставленной задачи? Преподаватели же вообще не обращают внимания на процессы мышления, совершаемые при решении задачи. Именно эти процессы мышления являются объектом исследования психолога.

Преподаватель в вузе только лишь оценивает ответы студентов по конечному результату их размышлений и не интересуется тем, как студенты пришли к такому правильному, или неправильному результату. Психология же, поставив задачу, побуждает студента размышлять вслух и решать эти задачи и фиксирует все, что говорит студент. Он изучает черновик, как студент шел к конечному результату, какие способы применил для решения задачи, от которых потом отказался, и т. д. В итоге получаем некоторое представление о процессе его мышления. Все это помогает раскрыть психологу правильные и неправильные стороны мышления студента, следовательно, позволяет ему сделать заключение о том, как направить мышление студента по правильному пути.

Математика содержит и оперирует сплошь абстрактными понятиями. Абстрактное понятие — это понятие, выработанное осознанием наиболее общих определяющих признаков ряда конкретных объектов путем отвлечения от их индивидуальных свойств. Таким образом, абстрактное понятие не описывает каждую из конкретных объектов, а указывает их общие характеристик. Рассматриваемое абстрактное понятие часто определяет не только одну группу объектов, а определяет много разнообразных групп различной природы. Например, карандаш — это абстрактное понятие. Так как он описывает множество цветных и простых карандашей (независимо от их вида и цвета). Такие понятия, как площадь прямоугольника, равнобедренный треугольник, арифметическая прогрессия, для студента являются абстрактными.

Абстрактные понятия можно сравнивать по степени общности. Как известно, диалектика развития математики состоит из переходов от простых абстрактных понятий к более общим абстрактным понятиям. Парадоксально, именно этот процесс перехода облегчает ее познание и усвоение.

Одним из особенностей математики является то, что абстрактные понятия объединены в структуры по определенным свойствам. Каждая структура — это обособленный мир со своими законами и свойствами, который можно изучать, не рассматривая до поры, до времени его связи с другими структурами.

Следовательно, понять абстракцию — это осознать диалектику ее развития и осознать свойства тех объектов, отвлечением от которых образована абстракция. Уже отсюда видно, что одно только идеальное формально-логическое изложение курса студенту не может обеспечить понимания их сути. Так, если студент не осознает связи между абстрактными понятиями и их прообразами в объективной действительности, не видит хотя бы некоторых из этих конкретных объектов, то и полного усвоения содержания курса у него возникнуть не может.

Поэтому в курсе математики абстракции являются источником проблем усвоения содержания изучаемого материала. Для ясного понимания математики студенты должны видеть в абстракции отражение объективной действительности. Из сказанного выводим очень важное одно замечание в отношении изучения абстрактных понятий высшей математики, где почти все понятия выработаны в результате высокого обобщения и абстракции, связь которых с их конкретными прообразами в объективной действительности оказывается трудно познаваемой, глубоко скрытой.

Поэтому в отношении обучения математике эти закономерности приводят к следующим выводам. Правильное и полное усвоение абстрактной теории может быть достигнуто только на основе знания их диалектики развития, знания их конкретных источников в объективной действительности, в ее проблемных вопросах, которые через абстракцию приводят к различным математическим теориям. Сравнение этой теории с другими теориями еще более способствует их пониманию. Поэтому студенты, изучающие учебные материалы только как формально-логические системы, не получат о них ясного, полного и правильного представления о соответствующей математической теории. Таким образом, философская трактовка вопроса понимания полностью согласуется с чисто психологическим.

Так, мы часто убеждаемся, что формальный вывод некоторого утверждения логически безупречен, но не убеждает студента. И наоборот, нестрогий вывод этого утверждения бывает часто более убедительным. Такое противоречие объяснимо лишь в психологическом плане. Вывод бывает убедительным для студента тогда, когда студент узнает его связь со знакомыми ему явлениями, когда он осознает необходимость этого вывода из всего известного, независимо от его строгой логической структуры.

В качестве примера рассмотрим вывод теоремы Роля, где график является более убедительным для студента любого формально-логического вывода. Итак, процесс понимания учебного материала зависит от многих факторов.

Таким образом, понимание математического учебного материала – это способность преобразовывать формулу из одной формы в другую, понимание смысла, интерпретировать задачу или теорему, описать проблему собственными словами, переписать или объяснить утверждение своими словами, перенести текстовые задачи в уравнение.

Применение – это использование материалов изученного учебного элемента на практике или в каких-то новых условиях. Это умение применять методы, формулы, теоремы, понятий в доказательстве математических утверждений, в решении задач, использовать абстракции для рассмотрения конкретного случая. Например, найти ускорение движения, используя уравнения движения, доказательство сходимости ряда, используя признаки сходимости ряда. В качестве показателя применения может также выступать разбиение информаций по подгруппам, придумывание подзаголовка к узловому вопросу учебного материала, выводы, проведение сравнительного анализа исходных информаций, использование графиков, схем, таблиц для наглядного представления информации.

Таким образом, применение требует более глубокого уровня знаний, чем понимание.

Анализ – это способность разбиения учебного материала, или задачи на структурные элементы, не нарушая целостность учебного материала, описания того, как структурные элементы соотносятся с целым. Например, студент обнаруживает логические ошибки, прослеживая, анализируя алгоритм рассуждений, распознает неявные допущения, сравнивает значимость информаций.

Итак, студент может проводить анализ изучаемого материала, только тогда, когда он обладает способностью запоминать, воспроизводить, понимать, применять усвоенные знания.

Синтез – это способность создания нового целого из всевозможных комбинаций различных элементов. Например, придумывает новую модель, предлагает новый алгоритм решения задачи, обобщает проблему. Продуктом этих действий может быть статья, доклад, выступление, план действий, новые схемы. Достижение таких результатов требует активной мыслительной творческой деятельности. Студент: пишет реферат, курсовую работу; предлагает этапы проведения исследования, эксперимента; использует усвоенные информации из различных областей для составления алгоритма решения конкретной задачи или некоторой проблемы.

Оценка – это способность делать заключения, оценки и сравнения о значимости идеи или некоторого материала. Например, выбрать самое рациональное решение, выбрать наилучшего кандидата для участия в предметной олимпиаде школьников.

Таким образом, в содержании учебных дисциплин следует предусмотреть задания и вопросы, направленные на достижение уровня усвоения учебного элемента

Теперь выясним вопрос о том, каким должен быть учебный материал *«сложным»* или *«легким»*. Как известно, современная педагогическая дидактика не дает точных определений таким педагогическим понятиям, как «сложный» или «легкий» материал. Очевидно, сложность или легкость учебного материала определяется не логикой изложения, не его размерами, не числом утверждений и формул, а тем, сколько мыслительных действий должен осуществить студент для понимания учебного материала или для решения поставленной задачи, и настроем студента по изучению данного учебного материала.

В самом деле, прочность понимания материала или в целом предмета или сообразительность при решении задачи зачастую зависят от того, с каким настроем студенты решают задачу, хотят ли они понять учебный материал или равнодушны к всему этому. В связи с этим, выше названные понятия «легкое» или «трудное» определим в психологических терминах. Легким в обучении является то, что соответствует уровню приобретенных знаний студента, расширяет их старые знания. Наоборот, если некоторое понятие или утверждение в какой-то мере не следует из приобретенных знаний, или противоречит представлению студента, ломает их, то этот материал представляется студентам трудным, так как требует дополнительных мыслительных действий для понимания.

В связи с вышесказанным, прежде всего, мы должны выяснить цели изучения предлагаемого учебного материала, при этом следует установить узловые и второстепенные вопросы этого материала, определить уровень строгости его изложения, соответствие изучаемого материала уровню знаний студента, какие задания содержатся для успешного усвоения учебного материала, предусмотрены ли дополнительные материалы для развития мышления.

В нашем исследовании системообразующим фактором в системе принципов проектирования и основанного на ней традиционного обучения, является конструирование содержательных компонентов элективных дисциплин, которое бы способствовало формированию приемов целенаправленной и продуктивной эмоционально-интеллектуальной деятельности участников процесса обучения, а также самостоятельной учебной работы студентов.

В связи с этим в содержательные компоненты дисциплины необходимо включить вопросы, упражнения, направляющие мышление студента по пути эффективного усвоения учебного материала. Очевидно, что содержательные компоненты должны определяться через выше названные противоречия, которыми пронизана вся практика традиционного обучения.

Следовательно, методика преподавания, заинтересованная в успешности освоения учебного материала, не может не учитывать всех этих факторов, так как именно от них во многом зависит продуктивность обучения, работа мышления студента.

1.2 Цель и значимость элективных курсов в процессе формирования профессиональных качеств студентов

В эпоху научно-технического прогресса и постиндустриального развития экономики возникает острая необходимость в формировании профессиональных знаний и умений студентов, способствующих их личностному развитию, реализации их возможностей в будущей профессиональной деятельности. Следовательно, для осуществления этой задачи и, кроме того студенты могли аргументировать свои идеи, ставить задачи, формулировать проблемы, самостоятельно решать поставленные задачи и предлагать пути решения сформулированной проблемы в изучаемой области, все дисциплины, в частности математические дисциплины должны удовлетворять определенным научным, психолого-педагогическим требованиям.

Государственная программа развития образования в Республике Казахстан поставила высокую планку перед отечественным образованием. Оно должно стать конкурентоспособным, чтобы выпускники казахстанских вузов могли конкурировать с иностранными специалистами, успешно работать в отечественных и иностранных компаниях, продолжить обучение в зарубежных вузах [34]. Поэтому важнейшей стратегической задачей образования в РК является интеграция отечественной науки и образования с мировым образовательным пространством, формирование конкурентоспособной личности, как для внутреннего рынка, так и для внешнего рынка, совершенствование методов обучения и средств, развивающих инновационные, профессиональные компетенции преподавателей и студентов [34].

Основная цель казахстанского профессионального образования заключается в следующем:

- в подготовке высококвалифицированного специалиста, соответствующего уровня и профиля, конкурентоспособного на рынке труда;
- в формировании компетентного, ответственного, свободно владеющего своей профессией и ориентированного в смежных областях деятельности специалистов;
- в подготовке способного специалиста, стремящегося к постоянному профессиональному росту, к социальной и профессиональной мобильности;
- в удовлетворении потребностей личности в получении качественного образования.

На современном этапе осуществляется модернизация образовательной системы, как в нашей стране, так и в мировом образовательном пространстве. Основными предпосылками модернизации и развития мирового образовательного пространства являются:

- возрастающий интерес развития человеческого капитала;

- интернационализация образования;
- рост конкуренции в экономике;
- цифровизация процессов экономики, переход к смарт обществу;
- гуманизация общества;
- рост глобальных, межгосударственных и региональных проблем.

В связи с этим, в современном Казахстане осуществляется процесс обновления содержания образования и вместе с ним формируются новые подходы в обучении, ориентированные на прогрессивные образовательные, информационные, коммуникационные технологии. Этот процесс предъявляет к выпускникам-учителям новые требования. Они должны быть креативными, профессионально ответственными и грамотными, интеллектуально развитыми, с высокой мотивацией познавательной деятельности.

Согласно государственному общеобязательному стандарту высшего образования [35] образовательная программа бакалавриата содержит теоретическое обучение, включающее изучение циклов общеобразовательных, базовых и профилирующих дисциплин. При этом циклы базовых дисциплин (БД) и профилирующих дисциплин (ПД) включают дисциплины вузовского компонента (ВК) и (или) компонента по выбору (КВ). ВК и КВ (**далее элективные курсы**) определяются ВУЗом самостоятельно и учитывают потребности рынка труда, ожидания работодателей и индивидуальные интересы обучающегося. Цикл БД включает изучение учебных дисциплин и прохождение профессиональной практики и составляет не менее 112 академических кредитов. Цикл ПД включает учебные дисциплины и виды профессиональных практик, объем которых составляет не менее 60 академических кредитов.

В соответствии с этим заключаем, что элективные дисциплины выполняют следующие общие функции:
- дополняют, развивают содержания других дисциплин;
- удовлетворяют различным научным, профессиональным, познавательным интересам студентов, как выходящих, так и не выходящих за рамки выбранного ими профиля.

При этом элективные дисциплины разрабатываются преподавателями с учетом своих накопленных знаний. Однако они зачастую не обращают внимания на то, что элективные курсы – это курсы, которые призваны, синхронно сочетать способы обучения, познавательную, исследовательскую деятельность студента, отражают современные научные знания.

Программа обновления содержания образования в РК предполагает, что обучение должно быть деятельностным, проводиться в условиях созданной атмосферы делового сотрудничества, будет осуществляться индивидуализация обучения, реализуется критериальное оценивание достижений учащихся, устанавливаются межпредметные связи, совершенствуются профессиональные компетенции учителей [34].

В соответствии с этим заключаем, что элективные курсы выполняют немаловажную роль в формировании ожидаемых результатов обучения. При этом элективные дисциплины разрабатываются преподавателями с учетом своих накопленных знаний. Однако, они зачастую не обращают внимания на того, что элективные курсы – это курсы, которые призваны, синхронно сочетать способы обучения, познавательную, исследовательскую деятельность студента.

Заметим, что содержание элективных курсов в основном зависит от специфики специализации. Однако, согласно Дублинским дескрипторам можно выделить некоторые общие требования к учебным материалам всех дисциплин и в том числе элективным курсам.

Дескрипторы первого уровня предполагают способности [35]:

1) демонстрировать знания и понимание в изучаемой области, включая элементы наиболее передовых знаний в этой области;

2) применять эти знания и понимания на профессиональном уровне;

3) формулировать аргументы и решать проблемы в изучаемой области;

4) осуществлять сбор и интерпретацию информации для формирования суждений с учетом социальных, этических и научных соображений;

5) сообщать информацию, идеи, проблемы и решения, как специалистам, так и неспециалистам.

В связи с этим, в условиях компетентностного подхода к обучению и критериального оценивания достижений учащихся следует формировать у выпускников вуза профессиональные знания и навыки, умения работать в рамках современной развивающей системы образования, обеспечивающей мыслительную активность, самостоятельность в исследовании и обучении. Кроме того, для формирования ключевых компетенций выпускников необходимо[35], чтобы студент имел представление о современных тенденциях в развитии научного познания, умел использовать полученные знания для развития и применения своих идей в контексте научных и научно-педагогических исследований; имел навыки научно-исследовательской деятельности, решения стандартных научно-педагогических задач.

Внедрение в Республике Казахстан государственных общеобязательных стандартов обновления школьного образования стало предпосылкой для изменения образовательных программ по подготовке специалистов с высшим образованием [35]. Основной задачей высшего педагогического образования стала подготовка современного учителя, владеющего общими и профессиональными знаниями и умениями, готового к постоянному личностному развитию и самообразованию.

Профессиональные знания и умения студентов более или менее формируются и развиваются на всем периоде обучения. Каждая компонента образовательной программы подготовки учителей средней общеобразовательной школы вносит определенный вклад в развитие профессиональных ключевых компетенций будущего учителя.

Как известно, компетенция (от лат. competere — соответствовать, подходить) это единство знаний, практических умений, профессионального опыта, способностей действовать и навыков поведения индивида, определяемых целью, ситуацей и должностью.

В зарубежных странах так называемые «ключевые компетенции», являются решающим критерием качества образовательных услуг. Зарубежные исследователи «ключевые компетенции» определяют, как «приобретенные знания, умения, навыки, способности, а так же личностные качества». Впервые понятие ключевых компетенций (квалификаций) было сформулировано в Д. Мертенсом [36]. Он, анализируя потребности рынка труда, сформулировал квалификации, позволяющие эффективно и быстро приобретать новые профессиональные знания, необходимые рынку труда. Он в своем исследовании приходит к выводу, что образование, ориентированное на конкретную сферу деятельности, не устраивает динамично меняющихся потребностей рынка труда. Как критерий ключевые квалификации (компетенции) в исследованиях многих авторов получили бурное развитие, и концепция Мертенса позже была дополнена и развита [37]. Полученные Ф. Вайнертом [38] результаты в области определения понятий компетентности послужили фундаментом в основе последующих исследовательских и практических работ, посвященных использованию компетентностного подхода в образовании. Концепция Ф. Вайнерта стала основой для конструирования компетентностно-ориентированной дидактики и общеобязательных стандартов всего образования.

Ключевые компетенции были исследованы и российскими учеными. Например, А. В. Хуторским [39], И. А. Зимней [40], Э. Ф. Зеером [41] и другими были исследованы проблемы формирования компетентности выпускника средней общеобразовательной школы и профессиональной компетентности выпускника высшей школы.

Таким образом, при определении значимости содержания общеобразовательных, базовых и профильных дисциплин при формировании профессиональных знаний и умений выпускника высшей школы ключевым критерием является компетентностный подход. Исследования в этом направлении представлены работами И. А. Зимней, А. Г. Бермуса, В. И. Байденко, Л. Д. Давыдова, Е. Я. Коган, Д. А. Иванова, К. Г. Митрофанова, О. В. Соколовой и другими авторами [42–47].

Системно-целостным подходом к исследованию педагогического процесса и содержания образования занимались В. Г. Афанасьев [48], А. Г. Кузнецова [50], В. П. Беспалько[49], Ю. А. Урманцев [51], Э. Г. Юдин [52].

С другой стороны, на мировом образовательном пространстве существенно изменились социокультурные требования изучения математики в высших учебных заведениях. Возросшая образовательная, интеллектуально развивающая функция математики, их высокая значимость в средней школе, в высших учебных заведениях, на рынке труда в целом повлекло за собой усиление мотивации в изучении математики как международного универсального языка науки и техники. В связи с этим математические знания глубоко представлены в зарубежных образовательных программах по подготовке выпускников по математическим, техническим, естественным, гуманитарным и педагогическим специальностям.

Математическое образование имеет два направления по назначению [53]. Первая, познавательная - связана с овладением системой математических научных знаний, математическими методами познания объективного мира, развитием личности студента средствами самой математики. Вторая, практическая - связана моделированием реального процесса, с применением математических знаний, необходимого в практической деятельности человека, с развитием практико-ориентированных математических навыков.

Математика является наиболее профессионально значимой дисциплиной в процессе подготовки будущих учителей дошкольного и школьного обучения. В этом процессе математические дисциплины нацелены на усвоение научных знаний, тех или иных закономерностей и явлений реального мира и моделей, изучающих эти явления [54]. В свою очередь, математические дисциплины занимают особое место в образовательных программах высшего педагогического образования по специальности «Математика». Типичные математические дисциплины, изучаемые студентами — будущими учителями математиками, следующие: 1) математический анализ; 2) высшая алгебра; 3) высшая геометрия; 4) дифференциальные уравнения и т.п.

Каждый учебник по содержанию учебных материалов разграничен стандартными и учебными программами.

Студентам – будущим учителям математики, предлагаются также элективные курсы, посвященные отдельным математическим направлениям.
При конструировании содержательных компонентов элективных дисциплин следует придерживаться целенаправленной, в то же время более произвольной формы и различных методов изложения. Например, некоторые элективные курсы обеспечивают усвоение того или иного раздела математической науки. Обычно, в содержании таких дисциплин студентам предлагаются пояснительные записки, в которых определяются цели изучения, теоретическая и практическая значимость данной науки, перечень вопросов подлежащих изучению и т. д. Имеются элективные курсы, которые устанавливают междисциплинарную связь в рамках одной образовательной программы. Другие элективные дисциплины, раскрывают прикладную значимость математической науки.

Элективные дисциплины по высшей математике как учебные дисциплины характеризуются следующими основными целями обучения:
- развитие высокоинтеллектуальной личности, формирование логического, алгоритмического и абстрактного мышления, необходимые качества для жизненной деятельности, для равноправного сосуществования в обществе.

- воспитание отношения к математике как к достижению общечеловеческой цивилизации, понимание высокой значимости математических знаний для развития науки и техники;
- формирование знаний и представлений о научных методах математики как основе фундаментальной и прикладной науки и современной техники и как алгоритма моделирования реальных явлений и процессов объективного мира;
- овладения студентами современными математическими научными знаниями и умениями, необходимым в профессиональной деятельности.

Исходя из цели обучения, элективные курсы по высшей математике должны выполнять следующие задачи:

1) образовательная (содержательные компоненты которых способствует усвоению студентами математических научных знаний);

2) воспитательная (содержательные компоненты которых способствует становлению интеллектуально развитых личностей, развитию мыслительной деятельности студентов);

3) развивающая (содержательные компоненты которых развивают научные знания студентов современными научными направлениями, формируют и развивают умения и навык по применению алгоритмических, дедуктивных, индуктивных, специальных научных методов решения задач);

4) практическая (содержательные компоненты которых ориентирует обучение на применение математических знаний на практике жизненной деятельности человека, на развитие математических навыков по решению прикладных задач.

5) контрольно-оценочная (содержательные компоненты которых способствуют контролю, оценке и коррекции учебных достижений студентов, изучению продвижения студентов в усвоении знаний);

6) корректирующая (содержательные компоненты которых способствует коррекции учебных материалов других источников);

7) интегрирующая (содержательные компоненты которых способствует установлению межпредметных и внутри предметных связей)

Элективные математические дисциплины в основном выполняют следующие функции:

- способствуют освоению учебных материалов различных дисциплин на междисциплинарной основе;
- обеспечивают повышенный уровень освоения учебного материала одного или нескольких учебных дисциплин (например, «Общая краевая задача для обыкновенных дифференциальных уравнений» позволяет повышенный уровень освоения таких дисциплин как “Математический анализ”, “Дифференциальные уравнения”, “Линейная алгебра”);
- способствуют формированию умений и навыков для моделирования и решения прикладных и практических задач;
- выполняют немаловажную роль в формировании ожидаемых результатов обучения;

- развивают познавательные способности, способствует решению социально важных задач (например, «Артматематика», «Устойчивость движения» и т.п.);
- обеспечивают приобретение студентами качественных результатов обучения для успешного позиционирования на рынке труда.

Содержание элективных дисциплин с учетом цели изучения дисциплины может изучаться на следующих пяти уровнях усвоения, что в огромной степени влияет на применение того или иного метода преподавания.

1. Ознакомительный, обучение на этом уровне предполагает, что у студентов формируются остов, общие представления изученных научных знаний.

2. Репродуктивный-воспроизводящий, обучение на этом уровне предполагает, что студенты осознанно изучают и усваивают учебные материалы элективных дисциплин, могут узнать, воспроизвести, различить, интерпретировать освоенные знания и основные положения.

3. Продуктивно-профессиональном уровне, обучение предполагает, что у студентов формируются умения и навыки, способы и алгоритмы применять освоенные знания при постановке и решении математических и прикладных задач. Это умения творчески осуществлять свою профессиональную деятельность. Использование ранее приобретенных знаний путем тождественного преобразования, соответствующего дополнения и приобретение ее логически правильно построенных продолжений. Это моделирование новых явлений и процессов, поиск рациональных решений, исходя из начальных данных.

4. На конструкторско-исследовательском уровне − студенты свободно, самостоятельно применяют полученные знания в разнообразных учебно-исследовательских, исследовательских задачах, учебно-методических и педагогических ситуациях; в этом случае деятельность студентов носит исследовательский характер. Обучение на этом уровне предполагает, что у студентов формируются способности сформулировать проблему, выбрать алгоритм решения задачи, решить ее; проявляется мотивация к новым знаниям,

5. На системообразующем уровне − у студентов формируется системное представление освоенных учебных и научных знаний. Обучение на этом уровне предполагает, что студенты могут провести сравнительный анализ научно-исследовательских работ, успешно комбинируя различные применения освоенных учебных и научных знаний.

Развитие математики и математической науки играли огромную роль в развитии цивилизации, что определяет её значимость в жизнедеятельности человечества и научно-технического прогресса. В связи с этим, элективные дисциплины по математике должны способствовать изучению других наук на высоком научном уровне, установлению межпредметных и внутрипредметных связей, моделированию и исследованию реальных процессов, изучаемых в естественнонаучных дисциплинах. Эти факторы определяют место элективных дисциплин в системе учебных дисциплин.

Анализ литератур и практика показала, что при формировании и развитии профессиональных знаний и умений будущего учителя математики на основе содержательных компонентов естественно-математических дисциплин имеют решающее значение благодаря их содержательному, методологическому, прикладному и познавательному потенциалу объективной действительности.

Содержательный потенциал элективных дисциплин по высшей математике заключается в том что, их содержание оказывает огромное влияние на развитие личности, а также на формирование профессиональных знаний и умений будущего учителя математики, на уровень его мобильности и конкурентоспособности на рынке труда. Результатом изучения элективных дисциплин является систематизированный объем научных знаний, профессиональные умения и навыки, так и личностные способности студентов. Содержание элективных дисциплин способствует формированию казахстанского патриотизма посредством включения учебных материалов о вкладе в мировую науку казахстанских ученых, посредством решения задач, изучения теоретических вопросов, связанных с объективной действительностью, научно-техническим прогрессом.

Проведенный анализ научно-педагогических литератур позволяет сделать вывод, что содержание элективного курса является актуальным, если оно предоставляет возможность реализации дидактически обоснованного сочетания обучения математическим знаниям и познавательной деятельности по приобретению этих знаний.

С учетом вышеперечисленных утверждений, теперь, мы можем предложить следующие общие требования к содержанию элективного курса:

- развивать и расширять приобретенные знания студентов (быть «передовой надстройкой» базовых дисциплин, т.е. дополненные данным элективным курсом базовые дисциплины должны становится в полной мере углублёнными современными учебными материалами; реализовать междисциплинарные связи, содействующие систематизации полученных знаний);
- предоставлять возможность для самовыражения личности на профессиональном уровне, так и для личностного развития студентов (создавать все необходимые условия для формирования индивидуальной траектории обучения);
- устранять пробелы в знаниях;
- формировать ключевые компетенции выпускников, развивать профессиональные знания, навыки и умения;
- способствовать активизации познавательной и исследовательской деятельности студентов (приобщать их к научно-исследовательской работе; использовать полученные знания для решения прикладных и научных задач);

- обладать существенным развивающим потенциалом мыслительной деятельности студентов;

- иметь актуальность в рамках подготовки высококвалифицированных кадров;

- обеспечивать вариативность и свободу выбора студентов в образовании.

Заметим, что элективные курсы стали в наши дни неотъемлемой частью не только вузовского, но школьного обучения. Например, в Жетысуском государственном университете им. И.Жансугурова в течение последних лет читается элективный курс «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений» (основное содержание, которой опубликовано в [55,56]). Основной целью данной элективной дисциплины является формирование новых научных знаний, интеграция накопленных знаний, приобретенных в рамках разных дисциплин, активизация познавательной и исследовательской деятельности студентов, подготовка студентов к методам реализации межпредметных связей в процессе обучения учащихся математике в средней школе.

Основные знания, приобретаемые студентами при изучении данного элективного курса, таковы:

- знать историю возникновения сингулярно возмущенных задач;

- знать правила дифференцирования определителей, теорему об умножении определителей, теорему Бине, разложимость определителя в суммы определителей, свойства линейного преобразования, которые не изучаются, либо изучается поверхностно в курсе высшей алгебры;

- знать определение и свойство начальной и граничных функций, которые расширяют понятия функций;

- знать явление граничного скачка, изучение которого является важным обстоятельством, учитываемым при прогнозировании химических реакций;

- знать теоремы существования и единственности начальных и граничных функций;

- знать алгоритм построения решений сингулярно возмущенных и невозмущенных краевых задач;

- знать асимптотическое поведение решения сингулярно возмущенной краевой задачи с граничными скачками;

- знать правило нахождения асимптотических оценок, теорему А.Н. Тихонова о предельном переходе.

Таким образом, при изучении данного курса закрепляются полученные ранее знания, устанавливаются междисциплинарные связи, осуществляются интеграция накопленных знаний, получают дополнительное знание по другим дисциплинам, с помощью выполнения самостоятельной работы активизируется познавательная и исследовательская деятельность студентов.

В заключение отметим, что в современном образовательном процессе Республики Казахстан каждый элективный курс с учетом специфики удовлетворяет лишь некоторым требованиям элективных курсов.

1.3 Разработка общих требований к содержательным компонентам элективных курсов на основе принципов и критериев педагогической дидактики

Согласно Государственной программе развития образования в Республике Казахстан на 2011-2020 годы процесс обучения проводиться в условиях созданной атмосферы делового сотрудничества, осуществляется индивидуализация обучения, реализуются критериальные оценивания достижений учащихся, устанавливаются межпредметные связи, совершенствуются профессиональные компетенции учителей [34, с. 41].

Бурное развитие информационно-коммуникационных технологий во всех сферах науки, экономики и общества, высокая конкуренция в сфере высоких технологий и возрастающий уровень социального заказа, жесткие требования работодателей обусловили необходимость реформирования содержания образовательных программ, учебных дисциплин и структуры высшего и послевузовского образования во всех направлениях образования.

Поиски новой моделей образования, отвечающих современным требованиям работодателей и соответствующих мировому развитию научно-технического прогресса, составляют одну из важнейших проблем психолого-педагогической науки. В связи с этим возникают задачи проектирования научно-теоретических основ высшего профессионального образования применительно к таким аспектам, как содержание учебного материала, методика воспитания и обучения.

В истории развития образования проблема разработки содержания обучения всегда отражалась в процессе реформирования образования. Исследования в этом направлении представлены трудами А. Дистервега и И.Г. Песталоцци [57], Я.А. Коменского [58], К.Д. Ушинского [59] и др.

Теоретико-методологические основы конструирования содержания обучения отражены в работах: М.Н. Скаткина [60], С.Е. Ляпина [61] И.Я. Лернера [62], В.А. Гусева [63], В.В. Краевского[64], В.Д. Леднева [5, с. 23], и др.

Проектная парадигма в образовании отражены в исследованиях Л.Я. Зориной [65], Г. Н. Губайдуллина [66], Л.М. Фридман [67], Г. В. Дорофеева [68], В.В. Краевского [64, с.23-29], И.Я. Лернера [62, с.349], и др.

Вопросы совершенствования содержания профессионально-педагогического образования представлены работами Ю.К. Бабанского [69], В. Н.И. Болдырева [70], М.В. Потоцкой [7, с.81-83], А.У. Даулеткуловой, Б.Баймұханова, А.Қ. Бекболғановой [71], В.И. Игошина [72], Н.В. Амосовой [73] и др.

Проблемы разработки содержания образования, учебной дисциплины были исследованы М.Н. Скаткиным [60, с.96], Л.И. Гурье [74], И.Я. Лернером [62, с.349], С.В.Нужновой [75], В.В. Краевским [64, с.23-29], А.А. Ангелевским [76] и др.

Согласно исследованию Ю.К. Бабанского, содержание образования должно соответствовать:

1) потребностям общества, уровню современной научной, производственно-технической, культурной и общественно-политической информации;
2) возможностям обучающихся;
3) времени, отводимому на изучение предмета;
4) возможностям учебно-материальной и методической базы образовательного учреждения [2, с. 68].

Кроме того, содержание учебного предмета должны удовлетворять условиям целеустремленности, целостности, научности, и интегрируемости с другими учебными дисциплинами.

Для того, чтобы построить учебную дисциплину при этих условиях, необходимо, по мнению М.В. Потоцкого:
1) выделить его основную линию, четко сформулировав его цели и задачи;
2) признать, что он должен содержать лишь важнейший с принятой точки зрения материал и представлять собой единое целое от постановки задач в начале до их разрешения в конце;
3) исключить все те вопросы, которые являются необязательными с принятой точки зрения;
4) излагать в качестве обязательного материала лишь тот материал, который в данных условиях может изучить и освоить студент [7, с. 104-105].

М.И.Махмутов учебную дисциплину определяет, как научно-методическую обоснованную систему методов познания объективного мира и научных знаний, отражающих основные положения и методы данной науки. Очевидно, содержание учебной дисциплины, естественно, в определенном смысле выражает содержание соответствующей науки [77].

Отсюда, заключаем, что учебные дисциплины по высшей математике, изучаемые будущими учителями математики должны:

- в первую очередь освещать на научном уровне те вопросы, которые актуальны в данное время и определяют их стержень, которые содержатся в курсе школьной математики или обеспечивают изучение основ современной математики с учетом логики мышления студента. Это позволит достичь высокого уровня математической подготовки будущего учителя математики;
- обеспечить формирование профессиональных знаний и умений, решать математические задачи и в простейших случаях решать прикладные задачи, возникающие в реальных процессах и других науках. Это позволит преподавателю в процессе обучения математике дать первоначальные понятия студентам о приложении математики, элементы которых будут изучаться в школьном курсе математики.

В научно-педагогической литературе намечены научно-теоретические и практические предпосылки обучения студентов - будущих учителей математики работе с содержаниями учебных дисциплин (А.А. Столяр [16], А.И. Мостовой[18, с.61], Г.Г.Хамов[78], А.У. Даулеткулова, Б.Баймұханов, А.Қ. Бекболғанова [79] и др.).

В связи с этим, для формирования у студентов системы научных знаний, профессиональных знаний, умений и навыков необходимо решить следующие научные и учебно-методические проблемы.

1) Эта проблема *наполнения содержания учебных дисциплин научными знаниями, это проблема разработка концепции.* Решение этой проблемы заключается в исследовании того, что является важнейшим в современной науке, что надо предлагать для изучения студентам - будущим учителям математики. Как сконструировать из научной теории учебную дисциплину? Какое исходное положение заложить в основу содержания учебной дисциплины, какую концепцию предложить? С какой научной точки зрения следует вести изложение основных частей элективного курса и т. п.

2) Эта проблема, психолого-педагогическая. Это вопросы усвоения, методы обучения, вопросы формирования и развития личности.

Ясно, что обе проблемы взаимосвязаны, и решаются в связи, одновременно.

Таким образом, проблема *наполнения содержания учебных дисциплин* научными знаниями тесно сочетается с ее психолого-педагогической стороной, с вопросом о том, какое из содержаний учебных дисциплин, возможных с научно-методической точки зрения, будет эффективнее усвоена студентами, и прочнее запомниться ими. И конечно, будет лучше усвоена студентом та концепция, которая соответствует уровню его знаний, отвечает естественному процессу его рассуждений. В свою очередь, последнее определяется логикой мышления, алгоритмом рассуждений студента и т. д.

Для конструирования содержательных компонентов учебной дисциплины воспользуемся известными принципами и критериями обучения [69, 70,80].

Эти принципы дидактики определяют требования ко всем структурным элементам учебного процесса – содержанию обучения, целям и задачам, конструированию содержания учебного материала, планированию, оценке, анализу полученных результатов.

Анализ психолого-педагогических, научно-методических работ исследователей по выработке принципов обучения в высших педагогических учебных заведениях позволяет определить в качестве основополагающих следующие принципы:

1. Принцип обучения, направленный на развитие личности будущего учителя математики.
2. Принцип профессиональной направленности обучения.
3. Принцип дуальности обучения.
4. Принцип научности обучения.
5. Принцип единства учебной и исследовательской деятельности студентов.
6. Принцип преемственности, последовательности и систематичности обучения.
7. Принцип связи обучения с развитием навыков самостоятельной работы студентов.
8. Принцип доступности и посильности обучения.
9. Принцип соответствия социальному заказу.

1. Принцип обучения, направленный на развитие личности будущего учителя математики. В мировом образовательном пространстве особое внимание уделяется развитию личности будущего специалиста, так как образование является основополагающим механизмом всестороннего развития личности.

В законе Республики Казахстан «Об образовании» прописано, что «Образовательная деятельность - процесс целенаправленного, педагогически обоснованного, последовательного взаимодействия субъектов образования, в ходе которого решаются задачи обучения, развития и воспитания личности» [81].

Б.Т. Лихачев подчеркивает, что «…обучение по своему содержанию и организации - главный канал воспитания» [82, с.39]

Вузовское образование управляет как процессом усвоения студентами основ фундаментальной и педагогической науки и практики, также процессом формирования и развития всесторонне развитой личности, то содержания учебных дисциплин можно рассматривать как ключевое средство для управления этими процессами.

На современном этапе содержание высшего и послевузовского образования не в полной мере учитывает связь процесса обучения студента с формированием и развитием его личности как будущего учителя математики.

Будущий учитель математики должен не только владеть теоретическими знаниями и профессионально практическими навыками, но и творчески решать поставленные задачи.

Творческий подход, оригинальное решение в профессиональной и общественной деятельности будущего учителя математика в большей степени являются следствием высокого уровня интеллектуального развития его личности, которые соответствуют требованиям научно-технического прогресса, интересам математического образования и современного общества.

Поэтому взаимоотношение преподавателя и студентов, а также созданные необходимые условия в становлении личности студента в период их обучения имеет ключевое значение для успешного достижения целей обучения, формирования и развития личности.

Кроме того, заметим, что успешность формирования и развития личности студента в вузе зависит не только от профессиональных способностей преподавателя, руководителей структурных подразделений вузов, их взаимоотношений и общения со студентами, морально-психологического климата и профессиональной среды вуза, деятельности общественных организаций, но и от содержания учебных дисциплин, методики их преподавания.

Для эффективного формирования и развития личностных качеств студента преподавателю следует правильно определить содержание элективных дисциплин, особенности каждого раздела, каждого узлового вопроса, постоянно учитывать уровень личностного развития студентов, осуществлять свою деятельность со студентами так, чтобы они поняли важность личностных качеств, сделали их развитие своей целью, предметом общего внимания студентов.

Кроме того, для формирования и развития личных качеств студента, способности постоянного самосовершенствования и для выработки прогрессивной профессиональной и общественной позиции будущего учителя математики следует добиваться единства в требовании к разработке содержания элективных курсов, к междисциплинарным заданиям *с позиции формирования и развития личностных качеств будущего учителя математики*.

Задание является средством для целенаправленного личностного развития студента, много значимым явлением дидактики, занимающего особое место в образовательном процессе. В связи с этим, в процесс обучения вводятся междисциплинарные задания с учетом их логики и содержания учебной дисциплины с целью личностного развития студентов.

2. *Принцип профессиональной направленности* осуществляется изучением общенаучных, математических и педагогических дисциплин, благодаря которым студенты математики получают знания соответствующие профессиональной деятельности учителя математики. При этом получаемые знания должны соответствовать также и требованиям работодателей. При реализации этого принципа используется компетентностный подход.

Вопросы профессиональной направленности при обучении студентов педагогических специальностей рассматривались авторами: Ю.К. Бабанским, Е. Н. Ильиной, Н.И. Болдыревым, В.Г. Соловьянюком, А.Б.Когановым и др.

Некоторые авторы, в частности В.Г. Соловьянюк считает, что принцип профессиональной направленности является принципом обучения, так как удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к педагогическим условиям обучения [83].

А.Б. Коганов предлагает, что принцип профессиональной направленности это система потребностей, мотивов, интересов и склонностей, выраженных в отношении личности к профессиональной деятельности, реализуемых в процессе обучения [84].

В статье О.В. Мирзабековой определены способы реализации принципа профессиональной направленности студентов вузов при обучении физике [85].

Результаты этих исследований и ряда других работ [86,87] по данному вопросу позволяют предложить следующие пути реализации этого принципа при обучении студентов математиков педагогических специальностей:

а) введение в содержания учебных дисциплин профессионально значимых материалов на основе анализа содержания общеобразовательных, базовых, профилирующих дисциплин, и профессиональной деятельности учителя математики;

б) разработка систем заданий, расчетно-графических задач и задач научно-исследовательского характера для написания рефератов, курсовых работ, которые обобщают или применяют понятия и утверждения элементарной математики;

в) разработка диагностических средств (лабораторных практикумов по оценке знаний и умений школьников, по оценке результативности педагогических исследований, по определению компетентности учителя математики).

3. Принцип дуальности обучения. Внедрение дуального образования в нашей стране было предложено Н.А. Назарбаевым в качестве одной из важных стратегических задач. При этом он указал на важность изучения опыта внедрения и реализации дуального образования в развитых странах мира, в частности Германии.

Дуальное обучение это эффективный процесс подготовки специалиста, в которой единовременно совмещаются практика с теоретическими знаниями, составляющие основу профессионального образования.

Сформулируем основную цель дуального обучения с позиции подготовки будущего учителя математики. Основная цель — подготовить высококвалифицированного образованного выпускника, у которого сформированы базовые математические знания, психолого-педагогические навыки работы с детьми в школе. Кроме того, дуальное образование предполагает проектирование содержания образования с учетом требований работодателей на подготовку учителей с конкретными навыками и знаниями.

Таким образом, принцип дуальности обучения – это принцип единства теории и практики. Этот принцип, как и все другие педагогические принципы, устанавливает ряд требований к содержанию дисциплин и к учебному процессу.

Рассматриваемый принцип имеет ряд философских, педагогических и психологических начал: правильно усвоенное знание закрепляется, развивается практикой: практика – источник подтверждения истинности теоретических положений, полигон познавательной деятельности и применения результатов обучения. Правильно организованная деятельность по формированию и развитию личности вытекает из самой жизни, практики, диалектична, готовит студентов к активной жизненной деятельности.

Целью познания реального мира является использование его в соответствии с духовными и практическими потребностями человека. Этот процесс является одним из ключевых вопросов в выборе содержания дисциплин и выборе способов обучения. При изучении различных дисциплин преподаватели должны показать эволюцию науки в силу практических потребностей человека и обратно. Кроме того, следует обратить внимание студентов на другое положение развития науки, когда теория развивается, независимо от практики, значительно опережая практику. Такое часто происходить в естественных науках и в математике.

Таким образом, существуют определенные диалектические связи между научным познанием и практикой. Практика и жизненный опыт являются индикатором истинности научно-теоретических знаний, которые осуществляются согласно этой теории. С другой стороны педагогическая практика является и источником новых актуальных вопросов образования. Итак, теория дает основу для решения практических задач, но актуальные проблемы, возникающие в процессе педагогической практики, инициируют новые образовательные задачи, требующие новых исследований.

Одним из проблем подготовки учителей математиков является противоречие между знаниями, приобретенными студентами в результате изучения высшей математики в вузе, и системой знаний, необходимой для его успешной работы в средней школе.

Для разрешения данного противоречия следует реализовать принцип единства теории и практики, как в учебном процессе, так и в педагогической практике. Так как реализация данного принципа способствует сознательному усвоению курса высшей математики и курса математики средней школы.

В связи с этим, определим пути реализации принципа единства теории и практики в вузовском образовательном процессе:

1. Выявить условия отбора компонентов содержания учебного элемента, реализующих диалектические связи теории с практикой. Отсюда следует, что при конструировании учебных материалов, преподаватель должен учитывать циклические связи теории с практикой, характер потребностей студентов, знать их уровень подготовленности, для того, чтобы содержание учебных дисциплин, содержание отдельных занятий соответствовало жизненным потребностям студентов, в тоже время учебный материал должен быть достаточно доступным и научным. Например, использование научно-исследовательских заданий является эффективным средством реализации связи теории с практикой.

2. Выявить мотивационные условия для реализации принципа единства теории и практики. Эффективность реализации дидактического принципа единства теории и практики в обучении, в основном связано с повышением мотивов учебной деятельности студентов. Это важно не только с общепедагогической и психологической точек зрения, но и с тем, как показывает анализ учебной деятельности студентов, с точки зрения снижения интереса студентов к изучению фундаментальных и педагогических дисциплин.

3. Необходимо создавать научные, познавательные и учебные материалы, обеспечивающие успешность реализации принципа единства теории и практики вузовского математического образования.

С этой целью можно использовать упражнения и задачи, моделирующие явления объективного мира, а так же теоретическую часть учебного материала. Полезны упражнения побуждающие студентов к самостоятельной работе по усвоению знаний в области науки и методики обучения. При составлении заданий к учебной дисциплине следует использовать окружающую действительность как инструмент для формирования знаний и умений студентов, и как область познания объективного мира, и как объект их практического применения. Полезна система задач и упражнений формирующая у студентов стремление к постоянному повышению результатов своей учебно-познавательной работы. Необходимо разработать задания к самостоятельной работе студентов, с помощью которых студенты могли применять свои умения и знания на жизненных практических работах.

4. *Принцип научности*. Согласно принципу научности все изучаемые учебные материалы должны отражать современные достижения науки, техники и технологии. В соответствии с поставленной целью и задачами высшего профессионального образования в учебных дисциплинах должны содержаться научные материалы о явлениях реального мира, об его эволюционном характере развития, его единстве, целостности, процессуальности и самоорганизации.

Содержание принципа научности в школьном образовании впервые установил М.Н. Скаткин в виде следующих требований [60, с.93-95]:

1) научная достоверность изучаемых учебных материалов;
2) раскрытие сущности описываемых явлений;
3) показ явлений в их взаимосвязях;
4) показ явлений в развитии и подчеркивание равномерного или скачкообразного характера этого развития;
5) ознакомление учащихся с важнейшими теориями, дающими правильное диалектико-материалистическое объяснение явлений;
6) создание у учащихся верных представлений о познаваемости мира и силе человеческого разума;
7) создание у учащихся верных представлений об абсолютной и относительной истине;
8) ознакомление учащихся с методами научного исследования.

В исследованиях Л.Я. Зориной эти требования были обобщены в три основные группы [56]:

1) соответствие усвояемых учебных знаний некоторым научным положениям;
2) ознакомление с методами и методологиями научного познания;
3) создание представлений о процессе познания

Л.М. Перминова, исследуя вопрос о дидактическом принципе научности, дополняет эти требования еще одним:

4) овладение учащимися структурой и функциями научного знания [88].

Следовательно, студентам в процессе их обучения следует предлагать истинные научные положения, знания, установленные наукой и практикой, и при этом следует использовать современные методы обучения, по своему смыслу близкие к методам исследования изучаемого научного материала.

Предлагаемые научные знания и практические задания должны быть взаимосвязанным и едиными. Это позволит использовать научно-методический и собственный практический опыт при решении различных педагогических ситуаций.

Учебная дисциплина «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений» представляет собой систему определенных фундаментальных знаний из самых различных направлений математики. Но все они связаны с общими краевыми задачами из теории дифференциальных уравнений, отраженны в образовательных программах ведущих стран.

Например, в рассматриваемом элективном курсе реализация принципа научности происходит путём сравнения научных результатов по рассматриваемому направлению: «…в работе Ю. И. Неймарка и В. Н. Смирнова [89] изложено новое обоснование физической и математической природы парадокса Пэнлеве, которое обогащает возможные типы движений и динамику системы в целом. При этом обнаруживаются скачки, контрастные структуры. Математическое решение вопроса контрастных структур изучаются А.Б.Васильевой и В.Ф. Бутузовым [90, 91], а явление начального скачка требует дополнительного математического исследования. В связи с этим, возникает вопрос о выделении класса сингулярно возмущенных краевых задач, обладающих явлением начальных и граничных скачков» [55,56].

К настоящему времени, проведено достаточно большое количество исследований по вопросам научности школьного обучения. Однако в этих исследованиях не выработаны требования соответствия научным знаниям вузовского образования, что приводит к недооценке значимости принципа научности в разработке содержания учебных дисциплин. Кроме того, принцип научности предполагает, что при изучении элективных курсов у студентов должны формироваться способности аргументировать свои идеи, ставить задачи, формулировать проблемы, решать поставленные задачи и предлагать пути решения сформулированной проблемы в изучаемой области.

Следовательно, для осуществления этих задач содержание элективного курса должно:

- способствовать активизации познавательной и исследовательской деятельности студентов (приобщать их к научно-исследовательской работе; использовать полученные знания для решения прикладных и научных задач);
- обладать существенным развивающим потенциалом научной мысли студентов;
- раскрыть во введении логику учебной дисциплины, которая обеспечивает с первых дней его усвоения прочный фундамент для изучения новых научных понятий;
- обеспечить изучение ключевых положений фундаментальных наук на основе современных методов преподавания математики и достижений практической психологии;
- обеспечить системный подход к изучаемым дисциплинам, явлениям, формирование у студентов методам диалектического мышления;
- предусмотреть как в содержании учебного материала, так и в методах преподавания использования методов научного познания, развитие

мыслительной деятельности студентов, подводя их к исследовательской работе;
- целенаправленно освещать новые достижения науки, перспективы и историю развития науки;
- корректировать знания и научные познания, полученные самообразованием;
- раскрывать диалектические связи в реальных процессах и явлениях.

5. Принцип единства учебной и исследовательской деятельности студентов. Согласно Государственной программе развития образования в Республике Казахстан на 2011-2020 годы одним из приоритетных направлений является развития образования посредством проведения современных научных исследований на базе вузов с привлечением в них студентов, преподавателей и научных работников вуза.

Исследователи Г.М.Тюлю, В.Н. Старшинов [92], Т.С. Бородина [93], А.В. Хуторский [94], Е.В.Бережнова, В.В.Краевский[95], С. Ж. Ибадуллаева, А. А. Нургалиева, Г. Жусипова [96] отмечают:
- отсутствие фактической интеграции или слабый уровень интеграции процесса обучения и научно-исследовательской деятельности студентов;
- в процессе обучения слабо учитывается вопросы развития учебно-исследовательской, научно-исследовательской способности студентов.

В связи с этим, возникает вопрос о реальной интеграции учебной, учебно-исследовательской и научно-исследовательской деятельности студентов в процессе обучения и в научной деятельности вуза.

Анализируя работы исследователей в этом направлении заметим, что решением данной проблемы является осуществление поэтапной интеграции процесса обучения и научно-исследовательской деятельности студентов: на младших курсах следует осуществлять интеграцию учебной и учебно-исследовательской деятельности, а затем следует осуществлять интеграцию учебной и научно-исследовательской деятельности студентов старших курсов.

Учебно-исследовательская деятельность студентов предполагает выполнение следующих работ: анализ литератур по изучаемому учебному материалу; написание рефератов и курсовых работ; выступление с докладами на семинарах кафедры; проведение исследований при написании выпускных работ и т. п.

Научно – исследовательская работа студентов осуществляется посредством проведения научных исследований по какой – либо проблеме, участия в научных проектах, выполняемых научными коллективами. Принципами научно-исследовательской работы студентов вуза выступают принципы научности, целеполагания, объективности, системности, преемственности, комплексности, дополнительности и управляемости [97].

Принципы интеграции учебной, учебно-исследовательской и научно-исследовательской работы студентов служат основой для выбора средств и способов его организации в образовательном процессе вуза [98].

Принцип интеграции учебной, учебно-исследовательской и научно-исследовательской деятельности студентов предполагает, что при изучении элективных курсов у студентов должны формироваться способности интегрировать знания, полученные в рамках разных дисциплин для решения исследовательских задач.

Таким образом, при разработке содержания элективных дисциплин должны учитываться принципы интеграции учебной, учебно-исследовательской и научно-исследовательской деятельности студентов.

6. Принцип преемственности, последовательности и систематичности обучения. При изучении учебного материала необходимо обеспечить преемственность и постепенность в освоении планируемых знаний.

Осуществление принципа преемственности, последовательности и систематичности обучения во многом зависит от содержания учебного материала, планирования учебной работы, методов организации процесса обучения и системности знаний, уровня усвоения изученного материала, регулярной работы по закреплению и обобщению изучаемого материала.

Исследуя преемственность с философско-педагогических позиций Г. Г. Юлдашева отмечает, что «Преемственность в обучении выражается в последовательности и связи ступеней развития знаний, умений и навыков, сохранении и опоре на знания, полученные на первоначальном этапе обучения и последующем их использовании на более высоких ступенях при овладении новыми знаниями. Старые и новые знания объединяются (обобщаются), образуя целостную систему» [99].

Очевидно, что это дидактическое правило относится как аудиторным занятиям, так и внеаудиторной деятельности студентов.

Таким образом, принцип систематичности и последовательности предполагает преемственность в процессе изучения учебных дисциплин и учебных материалов, т.е. логическую последовательность и связь между учебными элементами, изучаемыми на разных ступенях вузовского образования, чтобы изучаемый новый материал был надстройкой ранее усвоенного материала.

При проектировании содержания учебного материала должны учитываться учебная и внеучебная деятельность студента. Системная организация учебной и внеучебной деятельности студента отчасти обеспечиваются выполнением ими курсовой работы, учебно-исследовательской работы и написанием выпускной работы.

Результативность образовательной деятельности непосредственно зависит от систематичности процесса обучения.

Для того, чтобы студенты последовательно усваивали знания согласно принципу систематичности необходимо соблюдение строгой логики в разработке и изложении учебного материала.

Данный принцип в основном реализуется через образовательные программы, учебную литературу и учебно-методические пособия, однако, преподавателю математики при организации учебного процесса следует придерживаться следующих требований:

- при изучении учебного материала необходимо вычленить узловые вопросы, произвести разбиение этого материала на части по узловым вопросам, стараясь установить связи между этими вопросами;

- при изучении учебного материала важным условием результативности усвоения новых знаний является систематическое использование приобретенных студентами знаний с учетом достигнутого ими объема и уровня знаний;

- необходимо постоянно приобщать студентов к самостоятельной работе, следует создавать проблемную ситуацию, при решении которых студенты определяют пробелы в своих знаниях и сами восполняют их.

7.Принцип связи обучения с развитием навыков самостоятельной работы студентов. Педагогика под содержанием обучения понимает совокупность знаний, которые предлагаются обучающимся для усвоения. Согласно традиционной дидактике эти знания в основном изучаются студентами на лекционных и практических занятиях. Этот опыт лежит в основе проектирования предметно-ориентированных образовательных программ.

Кредитная система обучения не только предполагает усвоение обучающимся некоторого объема знаний, но и предполагает развитие личности, а также предоставляет возможности студентам для самообразования и самореализации как личности.

Эти возможности можно предоставить студентам различными методами организации учебного процесса. Ключевым инструментом для использования эти возможности является самостоятельная работа студентов (СРС).

В своем исследовании Покушалова Л.В. отмечает, что «Среди факторов, отрицательно влияющих на производительность самостоятельной работы студентов, находится несформированность у значительной части студентов общих и специальных учебных умений» [100].

Самостоятельность в обучении позволяет эффективно использовать личностные возможности студентов, которая является основным фактором активизации познавательной и исследовательской деятельности студентов. Являясь одним из видов организации деятельностного обучения студентов в вузе, самостоятельная работа закрепляет полученные на занятиях новые знания, углубляет и расширяет уже приобретенные знания, формирует познавательные способности, развивает исследовательские навыки.

Как известно, в учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная. Аудиторная самостоятельная работа выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Прикладные знания играют в формировании интеллектуально развитого человека особую роль. В связи с этим необходима целенаправленная деятельность по развитию у студентов прикладных способностей, где активно используются приобретенные знания. Это способность формируется, прежде всего, в осуществлении проектной деятельности. Студенты при проектной деятельности эффективно используют свои достигнутые знания, а это активизирует самостоятельность их мышления и саморазвития.

В связи с этим, результативность самостоятельной работы в основном зависит от того, как преподаватель организует и направляет учебную деятельность студентов, связанную с формированием специальных учебных знаний и умений, выполнением текущих заданий [101]. Руководство самостоятельной работой студентов преподаватель осуществляет при подготовке и выдаче заданий на дом, а также и в процессе их текущего контроля. Очевидно, от способов и правильного оценивания выполнения текущих заданий непосредственно зависит и качество их выполнения.

Кроме того, в процессе изучения элективных курсов самостоятельная работа студента должна целенаправленно формировать, развивать такие компетенции, как способность к познанию, обобщению, анализу и выбору алгоритма решения задачи.

Поэтому, организуя самостоятельную работу студентов, необходимо использовать задания соответствующие их личностным способностям. При этом учебные задания должны быть достаточно доступными и одновременно с этим должен носит проблемный характер.

8. Принцип доступности и посильности обучения. Согласно принципу доступности и посильности процесс обучения должен проходить на основе учета приобретенных знаний, физических, умственных нагрузок и реальных возможностей студентов.

Непосильный для усвоения учебный материал очень часто снижает рабочий настрой на понимание и усвоение учебного материала, ослабевает интерес к учению. Обратно, слишком легкий для понимания учебный материал также снижает мотивацию к учению, не содействует развитию учебных навыков и, самое главное, не способствует личностному развитию студентов.

В целях обеспечения доступности и посильности учебного материала, традиционная дидактика предлагает идти от простого к сложному, от известного к неизвестному, от частного к обобщению (Я.А. Коменский, В.В. Давыдов).

Нельзя утверждать, что переходы в обучении от простого к сложному, от частного к общему будут легкими. Действительно, усвоение становится легким, если будет учтен уровень подготовленности студентов. Преподаватель математики, разбивая учебный материал на части, с постепенно возрастающими степенями сложности, последовательно может формировать умения студентов к их преодолению.

В зависимости от содержания учебного материала обучение можно начинать не с легкого, а со сложного, не с второстепенного, а с главного, не с частей, а со структуры, не с частного, а с более общего. И в этом случае обеспечивается принцип доступности и посильности обучения при правильной организации процесса обучения.

Таким образом, доступность и посильность обучения, а также возникающие сложности при усвоении учебного материала зависят не только от содержания учебного материала, но и от методов обучения, применяемых преподавателями.

В связи с этим, при разработке содержания элективных дисциплин, для обеспечения принципа доступности и посильности обучения, преподаватель должен четко установить уровень сложности каждого учебного материала. Для того, чтобы привести степень сложность учебного материала в соответствие с уровнем подготовленности студентов, необходимо предварительно определить, какие знания и навыки понадобятся при изучении того или иного учебного материала.

9. *Принцип соответствия социальному заказу. Как известно,* элективные курсы предусматривают приобретение современных фундаментальных знаний. Приоритет при конструировании содержания учебного материала получают те знания и умения, которые востребованы в фундаментальной, прикладной и педагогической науке, а также в образовании. Однако согласно принципу соответствия социальному заказу при конструировании содержания учебных материалов элективного курса должны учитываться требования работодателей. Социальный заказ в учителях данного профиля формируется в соответствии с планами развития экономики и образования региона. В связи с этим при формировании образовательных программ определяется конкретный профиль подготовки, перечень элективных дисциплин соответствующий потребностям региона. А также при разработке образовательных программ должны учитываться личные потребности студентов, создаваться возможности ими выбора элективных курсов. Вследствие этого студенты в развитии своей личности могут достичь определенных успехов.

Этот принцип помогает студентам пройти педагогическую практику в тех школах, которые участвовали в формировании социального заказа, вырабатывать умения работать с учениками и родителями, в коллективе, формировать те знания, которые необходимы для будущей педагогической деятельности.

При проектировании содержания обучения нужно придерживаться не только педагогических принципов, но и руководствоваться общедидактическими критериями, которые были предложены Ю. К. Бабанским, И. Я. Лернерем, М. Н. Скаткиным. Каждый из предложенных критериев является средством для проектирования учебной дисциплины и основным признаком наполнения содержания учебной дисциплины:

- *критерий целостного отражения* в содержании образования задач формирования всесторонне развитой личности;
- *критерий научной и практической значимости* содержания образования;
- критерий соответствия сложности содержания образовательного материала реальным учебным возможностям школьников данного возраста;
- критерий соответствия объема содержания имеющемуся времени на изучение данного предмета;
- критерий соответствия содержания имеющейся учебно-методической и материальной базы современной школы.

Заметим, что «Имеет значение не только само содержание каждого из этих критериев, но и последовательность их применения. Каждый последующий критерий все более суживает круг оставляемых в содержании образования вопросов, тем, разделов и др.» [102].

Критерий целостного отражения в содержании образования задач формирования всесторонне развитой личности. Этот критерий дает возможность определить, были ли предложены в содержании учебной дисциплины все необходимые учебные материалы, которые обеспечивают целостное представление определенной науки. Кроме того, данный критерий позволяет выяснить, применялись ли на педагогической практике фундаментальные знания и профессиональные виды деятельности, осуществляющие формирование и развитие всесторонней личности, и мотивирующие ее познавательные интересы.

Психология утверждает, что восприятие – это отражение целостного объекта или явления, включающее его предметные значения (например, восприятие вкуса арбуза, звука домбры и т.п.) [103].

В связи с этим, для правильного восприятия и понимания учебного материала необходимо, чтобы содержание учебного материала элективной дисциплины включало в себя предметные значения конкретной науки.

Критерий научной и практической значимости ***содержания*** *учебных материалов****,*** включаемого в каждую дисциплину и систему учебных дисциплин основ наук. Согласно этому критерию в каждой учебной дисциплине должны отражаться только ключевые элементы знания, обладающие научной и практической значимостью изучаемого материала. Эти элементы необходимы для познания основного смысла теорий, законов изучаемой науки и ее методов. Кроме того, знания, включаемые в содержание учебного материала, должны соответствовать современным достижениям математической и педагогической науки и быть востребованы в профессиональной деятельности.

Этот критерий используется при учете социального заказа, как средство превращения науки в некоторую производительную силу. Однако в образовательных программах вуза по специальности математика предусматривается более полное раскрытие фундаментальных математических теорий. В связи с этим, в образовательных программах вуза не всегда отражаются современные математические теории и вопросы прикладной математики. Оптимальным решением данного вопроса является разработка элективных курсов, наиболее признанных в фундаментальной и прикладной науке и успешно используемых в практике, осуществляющих эффективную межпредметную связь и необходимых для последующего обучения.

Критерий соответствия сложности содержания учебных материалов реальным учебным возможностям студентов. При конструировании и при изложении учебного материала должен учитываться усвоенный уровень знаний студентов, степень развития их логического мышления. При этом следует разработать такие задания, которые активизируют их учебно-познавательную деятельность, стимулируют понимание постановки задач и поиск решения этой задачи. Таким образом, «Учебный материал выстраивается так, чтобы быть доступным пониманию студентов и школьников на всех его уровнях: лексическом, синтаксическом, семантическом» [104]. Ключевая задача преподавателя в процессе разработки содержания учебного материала - предупредить неусвоение студентами данного материала. С другой стороны, этот критерий дает возможность проверить знания студентов с помощью контрольных средств, анализа результатов итоговых экзаменов по материалам учебных дисциплин, необходимых для изучения последующих дисциплин. Причем у студентов в процессе усвоения учебного материала не должно быть чрезмерной утомляемости за отведенное время.

Критерий соответствия объема содержания времени изучения учебной дисциплины. Содержание учебной дисциплины должно соответствовать времени её изучения. А.Я. Хинчин в предисловии своей книги «Восемь лекций по математическому анализу» отмечает, что «...ни учебник, ни лектор, будучи естественно стеснены рамками времени и программы, не могут уделять достаточного внимания дискуссии, принципиальным вопросам, и в основном должны ограничивать себя изложением всех деталей конкретного материала» [105]. Поэтому учебная дисциплина по объему должна быть небольшой. Для этого «изложение учебных материалов должно основываться на кратких, строгих и отчетливых формулировках, и не употреблять длинные, расплывчатые и неясные формулировки, и не излагать на многих страницах то, что можно изложить в нескольких строчках» [7, с.90-93]. Очевидно краткий, в тоже время соответствующий уровню развития студента учебный материал способствует развитию их мыслительной деятельности. Однако такой подход не способствует глубокому пониманию того или иного учебного материала, часто формирует ложные знания.

С методической точки зрения учебная дисциплина должна быть доступной, так как доступное изложение мотивирует интерес к изучению, однако, с другой стороны доступное, подробное изложение учебного материала увеличивает его объем и увеличивает время на его изучение, не развивает логическое мышление.

Очевидно, совместимость этих двух диалектически противоречивых требований осуществляется в каждом случае по-разному и находится в основном, гдето в середине и прямо зависит от мастерства преподавателя.

Критерий соответствия содержания образования имеющейся учебно-методической и материальной базе.

Обычно, элективные курсы излагает ту или иную науку. При этом учебные материалы не дают методы и способы овладения наукой. Для эффективного усвоения предлагаемых научных знаний немаловажную роль играет соответствие содержания образования имеющейся учебно-методической и материальной базе. К учебно-методической и материальной базе относятся: фонд учебной и учебно-методической литературы, учебно-методические комплексы учебных дисциплин; аудиторные фонды, лаборатории, компьютерные классы, интернет классы и т.д. В вузах, в процессе обучения, в организации самостоятельной работы студентов особое место занимают учебно-методические комплексы учебных дисциплин, в частности силлабусы. Обычно в силлабусах содержатся следующие сведения:

- сколько времени отводиться на изучение данной дисциплины;
- методические указания к теоретическим и практическим вопросам изучаемого учебного материала;
- как готовиться к текущим и рубежным контролям;
-как готовиться к итоговой аттестации;
- карта обеспеченности учебной дисциплины и т.п.

Таким образом, согласно критерию соответствия содержания образования имеющейся учебно-методической базе при отсутствии учебного пособия, задачника, силлабуса, аудиторного фонда мы не сможем управлять обучением студентов.

Таким образом, из выше рассмотренных принципов и критериев обучения и разработанных общих требований к элективным дисциплинам вытекает, что *основные содержательные компоненты* элективных дисциплин по высшей математике, предлагаемых для будущих учителей математики в первую очередь должны:

1) освещать те научные знания, основные понятия которые освещаются в школьном курсе математики;

2) обеспечить изучение основ современной математики, поэтому дисциплины по высшей математике должны содержать те направления современной математики, которые актуальны в данное время и определяют ее стержень;

3) обеспечить изучение этой дисциплины с учетом мыслительных способностей студента;

4) обеспечить формирование умений и навыков, решать математические задачи и в простейших случаях моделировать различные явления, возникающие в реальных процессах и других науках. Это позволит преподавателю в процессе обучения математике дать первоначальные знания

студентам по прикладной математике, элементы которых будут изучаться в школьном курсе математики;

5) обеспечить формирование всесторонне развитой личности студента.

Выводы по первому разделу

1. Анализ научных литератур по философии, психологии, педагогике позволило уточнить связи между логикой и усвоением учебного материала, исследовать закономерности психологии и педагогики, на которых должны опираться требования разработки содержания учебных материалов элективных дисциплин и строиться методика обучения. На основе этого исследования выявлено, что:

- проектирование содержания всякого элективного курса, без глубокого учета взаимодействия процессов познания, особенностей мышления, процессов усвоения учебного материала, логики построения курса, обречено на провал;
- при разработке содержания дисциплины следует предусмотреть компоненты для выработки способности к умственному восприятию явления объективного мира;
- вопросы реализации диалектических функций математических понятий в содержании курса математики являются одним из требований отбора содержания курса;
- в содержании учебных дисциплин следует предусмотреть задания и вопросы, направленные на достижение уровня усвоения учебного элемента;
- в содержательные компоненты дисциплины необходимо включить вопросы, упражнения направляющие мышление студента по пути эффективного усвоения учебного материала.

2. Проведенный анализ научно-педагогической литературы позволил определить:

- цель и значимость элективных курсов в процессе формирования профессиональных знаний и умений студентов;
- задачи и функции элективных дисциплин;
- уровни усвоения учебного материала (ознакомительный, репродуктивный-воспроизводящий, продуктивно-профессиональный, конструкторско-исследовательский, системообразующий);
-актуальность содержания элективных дисциплин.

В ходе исследования был установлены следующие общие требования к элективным дисциплинам:

- развивать и расширять приобретенные знания студентов (быть «передовой надстройкой» базовых дисциплин, т.е. дополненные данным элективным курсом базовые дисциплины должны становиться в полной мере углублёнными современными учебными материалами; реализовать междисциплинарные связи, содействующие систематизации полученных знаний);
- предоставлять возможность для самовыражения личности на профессиональном уровне, так и для личностного развития студентов

(создавать все необходимые условия для формирования индивидуальной траектории обучения);

- устранять пробелы в знаниях;
- формировать ключевые компетенции выпускников, развивать профессиональные знания, навыки и умения;
- способствовать активизации познавательной и исследовательской деятельности студентов (приобщать их к научно-исследовательской работе; использовать полученные знания для решения прикладных и научных задач);
- обладать существенным развивающим потенциалом мыслительной деятельности студентов;
- иметь актуальность в рамках подготовки высококвалифицированных кадров.

3. На основе разработанных общих требований к элективным дисциплинам и с учетом рассмотренных педагогических принципов и критериев обучения установлено, что *основные содержательные компоненты* учебных дисциплин по высшей математике, предлагаемых для будущих учителей математики в первую очередь должны удовлетворять следующим требованиям:

- освещать те научные знания, основные понятия которые рассматриваются в школьном курсе математики;
- обеспечить изучение основ современной математики. Поэтому дисциплины по высшей математике должны содержать те направления современной математики, которые актуальны в данное время и определяют ее стержень.
- обеспечить изучение дисциплины с учетом познавательных и мыслительных способностей студента;
- обеспечить формирование умений и навыков решать математические задачи и в простейших случаях моделировать различные явления, возникающие в реальных процессах и других науках. Это позволит преподавателю в процессе обучения математике дать первоначальные знания студентам по прикладной математике, элементы которых будут изучаться в школьном курсе математики;
- обеспечить формирование всесторонне развитой личности студента.

2 МЕТОДИКА РАЗРАБОТКИ СОДЕРЖАТЕЛЬНЫХ КОМПОНЕНТОВ ЭЛЕКТИВНЫХ КУРСОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ В ВЫСШИХ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЯХ

(на примере курса «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений»)

2.1 Разработка и классификация содержательных компонентов элективных дисциплин, предназначенных для будущих учителей математики

На основе требований к содержательным компонентам элективных дисциплин разработанных в первом разделе определим *основные содержательные компоненты элективных дисциплин.*

Важным этапом в процессе проектирования содержания обучения является разработка содержательных компонентов учебной дисциплины. Поэтому, одним из основных задач учебно-методической работы преподавателя является конструирование структурных элементов предлагаемой для усвоения студентами элективных дисциплин и их содержательных компонентов.

Из поставленной цели обучения элективной дисциплины можно определить содержательные ключевые компоненты учебной дисциплины или учебного материала.

Ключевой компонент учебного материала это остов всего содержания научных знаний учебной дисциплины и является системообразующим стержнем.

Другие содержательные компоненты определяются из поставленных задач элективного курса, а также профилем подготовки и его функциями. По профилю подготовки и его функциям можно выделить следующие типы элективных дисциплин.

1) элективные дисциплины, главной целью которых является формирование у студентов системы научных знаний. Ключевым компонентом содержания учебной дисциплины здесь являются научные знания. К этому типу относятся все профилирующие дисциплины и некоторые базовые дисциплины:

2) элективные дисциплины, основной целью которых является формирование умений и навыков профессиональной деятельности. Ключевой компонент – способы и методы профессиональной деятельности. К этому типу относятся все психолого-педагогические дисциплины.

3) элективные дисциплины, которые обеспечивают воспитывающий характер обучения, т.е. развитие отношений, формирование мировоззрений. Ключевым компонентом являются отношения. К этому типу относятся в основном общеобразовательные дисциплины.

Следовательно, приступая к конструированию содержания элективного курса определенного типа, (1,2,3 типа) надо сформулировать соответствующую концепцию на каждый курс, т. е. конкретно ответить на следующие вопросы:

1. Какова цель, какова практическая и теоретическая значимость предлагаемого элективного курса?
2. Что дает данный элективный курс студенту как будущему учителю математики? В результате изучения данной элективной дисциплины, какие знания, навыки приобретают студенты?
3. Какие вопросы являются в нем узловыми? Какие разделы являются основными.
4. Какой алгоритм можно использовать для изучения содержания учебного материала?
5. Существуют ли проблемы и методы, какова тенденция развития научных знаний? Имеются ли связи между основными понятиями и идеями элективной дисциплины?

Подробные ответы на эти вопросы должны освещаться в предисловии каждого элективного курса. Отсюда следует, что *«Предисловие»* (или «*Введение*») является содержательным компонентом каждого элективного курса, целью которого является повышение мотивации студентов, формирование системного представления материалов изучаемой дисциплины.

Далее нами будут рассмотрены вопросы конструирования содержания элективных курсов первого типа. При конструировании элективных дисциплин такого типа возникает вопрос о *выборе содержания научных материалов, разработка концепции.* Решение этой проблемы заключается в исследовании того, что является важнейшим в современной науке, что надо предлагать для изучения студентам - будущим учителям математики. Как сконструировать из научной теории учебную дисциплину? Какое исходное положение заложить в основу содержания учебной дисциплины, какую концепцию предложить? С какой научно-методической точки зрения следует вести изложение основных частей элективного курса и т. п.

Заметим, что главное различие элективных дисциплин по математике состоит: в представленном содержании изучаемой науки; в объеме предлагаемых научных знаний; в логической последовательности и методике изложения научных знаний; в степени представленности основных понятий высшей математики, в соответствующих учебных дисциплинах.

Итак, содержание научных материалов учебной дисциплины может быть различным, однако совокупность научных знаний, предлагаемых студентам для изучения, должна быть логически целостной.

Поэтому *основным содержательным компонентом* всех учебных дисциплин по высшей математике является научные материалы. В зависимости от цели изучения элективных дисциплин можно выделить следующие типы содержательного компонента «Система научных знаний»:

Компонент «*Система научных знаний, основные понятия которых освещаются в школьном курсе математики*»; Компонент *«Система научных знаний, которая обеспечивает изучение основ современной математики»*.

Компонент «*Система научных знаний, основные понятия которых освещаются в школьном курсе математики*» является основным содержательным компонентом элективной дисциплины, направленным на изучение теоретических основ школьного курса математики [106]. Другим основным содержательным компонентом элективных дисциплин является компонент «*Система научных знаний, которая обеспечивает изучение основ современной математики*», направленный на формирование современных научных знаний. Эти содержательные компоненты обеспечат достижения высокого уровня математической подготовки, позволять демонстрировать современные научные знания в изучаемой области будущим учителям математики.

При разработке содержания элективных дисциплин следует обеспечить изучение этой дисциплины с учетом мыслительных способностей студента [107]. Заметим, что логика мышления студента при изучении какой-либо дисциплины часто не совпадает с логикой мышления разработчика учебного пособия. И только внимательное изучение мыслительной деятельности студента может позволит разработчику учебной дисциплины найти наиболее приемлемый путь изложения учебного материала. Иначе говоря, та концепция учебной дисциплины будет наиболее эффективной, которая при изложении учебного материала учитывает психологические особенности студента.

С этой целью в содержание элективных дисциплин следует включить систему задач и упражнений, которые развивают мыслительные способности студентов. Такими содержательными компонентами являются «*Система уровневых задач и упражнений*», «*Система логических задач и упражнений*», «*Система заданий для самостоятельной работы студентов*». Данные содержательные компоненты обеспечивают формирование профессиональных знаний, умений и навыков, развивают логическое мышление, развивают исследовательскую деятельность студентов.

В формировании профессиональных компетенций особое место занимают задания, направленные на систематизацию, закрепление приобретенных знаний в процессе обучения будущих учителей математики. Такими являются задания, направленные на интегрирование научных знаний, полученные в рамках одной науки или нескольких наук.

В образовательном пространстве под междисциплинарной интеграцией соответствующих знаний, полученных в рамках одной, дисциплины или нескольких дисциплин, мы понимаем глубокое сочетание, глубокое взаимопроникновение этих знаний в рамках единой логически завершенной образовательной системы.

Особое место в интеграции научных знаний занимает математика. Интеграционная возможность математики в технических и естественных науках позволили создать теорию кодирования, информационные системы, теорию прогнозирования и планирования экономики, математические модели многих реальных процессов, и многое другое.

В связи с этим, в содержание элективных дисциплин следует включить задания, направленные на интегрирование научных знаний, получены в рамках одной или нескольких дисциплин.

Таким образом, «*Задания, направленные на интегрирование научных знаний, полученны в рамках одной или нескольких дисциплин*», являются необходимым содержательным компонентом элективных дисциплин.

В процессе обучения значительное место занимают вопросы и задания для подготовки студентов к последующим занятиям, которые обеспечивают эффективное усвоение нового учебного материала, а так же закрепляют и систематизируют приобретенные знания студентов.

Поэтому «*Задания и вопросы для закрепления и систематизации освоенных знаний*» являются содержательным компонентом элективных дисциплин, изучаемых будущими учителями математиками.

В обновленной программе школьного курса математики, особое внимание уделяется прикладным задачам. В связи с этим, в содержание элективных курсов следует включить прикладные задачи, а также практические задачи окружающего мира, которые обеспечивают мотивацию к познанию явлений окружающего мира.

Поэтому «*Прикладные задачи*», «*Практические задачи окружающего мира»* являются обязательными содержательными компонентами элективных дисциплин.

В организации обучения особое место занимают вопросы и задания для осуществления самоконтроля и самопроверки учебных достижений студентов. Для самоконтроля освоенных знаний могут быть использованы следующие виды заданий и вопросы: обработка текста учебного материала; составление тезисов ответа на поставленные вопросы для самопроверки и самоконтроля; решение модельных задач и упражнений, заданных для самоконтроля.

Следовательно, «*Система заданий для самопроверки учебных достижений студентов*» является одним из компонентов в содержании элективных дисциплин.

После того, когда знания студентов в основном сформированы и систематизированы, необходимо осуществит оценку приобретенных знаний студентов. Для повышения объективности оценки учебных достижений студентов следует проводить рубежные и итоговые контрольные мероприятия по итогам изучения отдельных тем и разделов элективных дисциплин. Целью такого контроля является определение уровня овладения основным содержанием учебного материала [108, 109]. В содержания заданий должны войти узловые вопросы раздела, подраздела, определенной темы. Тем самым заключаем, что «*Система заданий к текущим, рубежным и итоговым контрольным мероприятиям (зачетам, экзаменам,* *коллоквиумам и т.д.)*» является содержательным компонентом элективных дисциплин.

В содержании элективных дисциплин следует предусмотреть подпункт «Общая постановка изучаемой задачи», который включает вопросы и краткую аннотацию, которые позволят студентам лучше ориентироваться в содержании элективного курса, выделят основное в содержании рассматриваемой темы. В связи с этим, приходим к выводу, что подпункт «*Общая постановка изучаемой задачи*» также является содержательным компонентом элективных дисциплин.

Исследовательская работа студентов организуется в университете с целью обеспечения более осознанного и глубокого усвоения содержания учебного материала, приобретения студентами начальных навыков научно-исследовательской работы. Результатом этой работы являются доклады и выступления на научно-практических конференциях, проекты, курсовые и дипломные работы, публикации (статьи или тезисы). Исследования могут проводиться как по конкретным научным направлениям, так и по вопросам методики преподавания математики, по вопросам психологии. В итоге студентами формируются умения и навыки самостоятельного изучения научной литературы, проведения научного исследования. При этом, усвоенные знания по педагогике, психологии и методике преподавания математики приобретают практическое наполнение, закрепляются научные знания. Тем самым обеспечивается повышение уровня научной, психолого-педагогической и методической подготовки будущих учителей-математиков.

В связи с этим на кафедре с учетом требований работодателей, с учетом мнений самих студентов в рамках элективной дисциплины вырабатываются темы для выполнения научно-исследовательских работ и проектов. Следовательно «*Задания к научно-исследовательским работам и проектам»* являются одним из системообразующих содержательных компонентов элективной дисциплины.

Таким образом, элективные дисциплины могут содержать *следующие содержательные компоненты*:

- введение (Предисловие);
- научно обоснованная система научных знаний (*Система научных знаний, основные понятия которых освещаются в школьном курсе математики; Система научных знаний, которые обеспечивают изучение основ современной математики)*
- система задач и упражнений, - это *уровневые задачи и упражнения, логические задачи и упражнения», система заданий для самостоятельной работы студентов, задания, направленные на интегрирование научных знаний, полученные в рамках одной или нескольких дисциплин, практические задачи окружающего мира, система заданий и вопросов для закрепления и систематизации усвоенных знаний, задания для подготовки студентов к последующим занятиям;*
- вопросы и задания для самопроверки и самоконтроля;

- система заданий к текущим, рубежным и итоговым контрольным мероприятиям (зачетам, экзаменам, коллоквиумам и т.д.);

- тематика научно-исследовательских работ и проектов по дисциплине (дипломные работы, проекты, курсовые работы, сравнительный анализ литератур и т.д.);

- заключение;

- Литература.

В условиях внедрения обновленных общеобязательных стандартов высшего и послевузовского образования, целью высшего образования является всестороннее развитие способностей и умений студента к самообразованию [35].

Практика показывает, что имеется определенный прогресс в преподавании математических дисциплин, однако, все еще имеется большая разница между компетенцией выпускника вуза и требованиями работодателя. С другой стороны, знание, которое содержится в научно-педагогической литературе, тем более применение этих знаний в практической работе, неизбежно сталкивает учителя-выпускника с новыми понятиями и методами, психолого-педагогическими проблемами, которые в вузовских программах не достаточно отражены.

Профессиональная подготовка будущего учителя математики неразрывно связана с тремя ключевыми взаимодействующими составляющими процесса обучения: содержания учебного материала, преподавания математики и познавательная деятельность студентов [110]. Преподавание математики-это совместная деятельность преподавателя и студента, которая в основном определяется содержанием учебного материала, ибо содержание учебного материала элективной дисциплины как образовательная программа социального заказа является заранее определенным инвариантом, которому необходимо обучить студентов. Поэтому содержание учебного материала является одним из важнейших структурных элементов процесса обучения.

Все эти вопросы должны учитываться при конструировании учебного материала и содержательных компонентов элективных дисциплин. Следовательно, вопросы наполнения содержания элективных дисциплин и их содержательных компонентов становятся актуальными.

В первом разделе было показано, что конструирование содержания элективного курса осуществляется посредством проектирования в нём содержательных компонентов. Анализ спроектированных содержательных компонентов элективной дисциплины **позволяет их классифицировать** согласно основным требованиям, вытекающим из Дублинских дескрипторов, целей и принципов обучения. Это следующие содержательные ключевые компоненты:

- *Управляющий компонент* (Введение; Заключение; Литература). Заключение элективного курса (или раздела, подраздела, темы) должно сопоставляться с введением. В заключении подчеркивается, что дисциплина завершается ввиду достижения поставленной цели и решения тех задач, которые были сформулированы во введении.

Во введении, обычно, студентам предлагаются пояснительные записки, в которых определяются цели и задачи изучения дисциплины, теоретическая и практическая значимость изучаемой науки, перечень вопросов подлежащих изучению, постановка общей задачи элективного курса и т. д. Таким образом, использование этого компонента обеспечивает повышение мотивации студентов, формирование системного представления материалов изучаемой дисциплины.

- *Научно-знаниевый компонент*. Это система научных знаний: система научных знаний, основные понятия которых освещаются в школьном курсе математики; система научных знаний, которая обеспечивает изучение основ современной математики.

Тем самым «*Управляющий компонент*» и «*Научно-знаниевый компонент*» обеспечивают понимание в изучаемой области на профессиональном уровне, включая элементы современных научных знаний в этой области, что соответствует первым двум требованиям Дублинских дескрипторов.

- *Когнитивно-деятельностный компонент* формирует знания, умения и навыки, необходимые для осуществления профессиональной деятельности будущих учителей математиков. Это уровневые задачи и упражнения; система логических задач и упражнений; система учебных заданий для самостоятельного выполнения; задания, направленные на интегрирование научных знаний, полученные в рамках одной или нескольких дисциплин; практические задачи объективного мира; система заданий для закрепления и систематизации освоенных знаний; проблемные задачи; постановка задач; система заданий для подготовки студентов к последующим занятиям.

С помощью этого компонента элективные курсы могут изучаться на ознакомительном, репродуктивно-воспроизводящем, продуктивно-профессиональном уровнях.

Тем самым «*Когнитивно-деятельностный компонент*» позволяет применить приобретенные знания, обосновывать и решать проблемы, передавать научные знания другим лицам в изучаемой области на профессиональном уровне, что соответствует третьим, четвертым и пятым требованиям Дублинских дескрипторов.

- *Оценочный компонент.* Этот компонент выражается в наличии заданий, которые позволяют оценить учебные достижения студентов. Это система диагностических и коррекционных заданий, система вопросов и заданий для самопроверки и самоконтроля, система заданий к текущим, рубежным и итоговым контрольным мероприятиям.

- *Системообразующий компонент.* Этот компонент направлен на формирование системного представления освоенных научных знаний, на развитие исследовательской, познавательной способности студента. Это система задач прикладного характера; система проблемных заданий; задания ориентированные на формирование алгоритмической способности; задания на формирование навыков проведение самостоятельного научного исследования: дипломные и курсовые работы или проекты; сравнительный анализ литератур и т.д.

2.2 Методика наполнения, значимость ключевых содержательных компонентов элективных курсов в процессе обучения будущих учителей математики научному содержанию элективной дисциплины

Заметим, что каждая составляющая всех содержательных компонентов элективной дисциплины образовательной программы вносит определенный вклад в развитие профессиональных ключевых компетенций будущего учителя математики. Поэтому вопросы наполнения содержательных компонентов являются актуальными.

В ходе наполнения содержательных компонентов должны быть приняты во внимание психолого-педагогические требования, т.е. содержание компонентов должны удовлетворять так называемым *эргономическим требованиям* [111]. Это приобретенные знания, мыслительные, психологические способности, а также мотивационные настрои студентов, проявляющиеся у них при изучении элективных дисциплин.

Таким образом, проблема *наполнения содержательных компонентов* тесно сочетается с их психолого-педагогической стороной, с вопросами о том, какое из содержаний учебных дисциплин, возможных с научно-методической точки зрения, будет эффективнее усвоена студентами, и прочнее запомнится ими [112].

В связи с этим, рассмотрим вопросы наполнения каждого содержательного компонента элективной дисциплины [113, 114].

1) *Управляющий компонент* содержит в себе введение, заключение, список литератур.

Практика показывает, что во введении мы должны указать цели и задачи изучения элективного курса, постановку общей задачи элективного курса. Цели и задачи определяют уровни изучения учебных дисциплин. При этом следует подчеркнуть, что предлагаемые научные знания в дальнейшем позволят решать определенные задачи, обобщить некоторые понятия школьного курса математики. В постановке общей задачи элективного курса, должен быть, сформулирован сравнительный анализ научных результатов по изучаемой теме, значимость изучения, общий план предстоящего изучения студентами элективной дисциплины, а также необходимо указать дисциплины или учебные материалы необходимые для усвоения изучаемой элективной дисциплины. Все это повышает мотивацию изучения учебного материала, позволяет систематизировать изучаемые научные знания.

Заключение элективного курса (или раздела, подраздела, темы) должно сопоставляться с введением (с постановкой задачи). В заключении подчеркивается, что дисциплина завершается ввиду достижения поставленной цели и решения тех задач, которые были сформулированы во введении или в постановке задачи. Кроме того, из заключения студент должен понять, чем эта элективная дисциплина помогла ему как будущему учителю математики, изучив с позиции высшей математики конкретные вопросы школьного курса математики.

Важную роль в эффективном изучении элективных дисциплин играет подготовка перечня основных и дополнительных литератур по этой дисциплине.

В качестве основной литературы по элективной дисциплине могут быть использованы учебники, учебные пособия, задачники, научно-популярная литература, справочники по системе научных знаний, предлагаемые для изучения будущим учителям математикам. Широкий спектр предлагаемых литератур открывает большие возможности для творчества преподавателя, помогает самостоятельному усвоению студентами учебного материала.

С помощью предлагаемых дополнительных литератур преподаватели знакомят студентов с современными научными направлениями, обобщениями научных знаний, освоенными студентами по изучаемому элективному курсу.

Таким образом, анализируя в самых общих чертах содержание элективных дисциплин, учебников и учебных пособий, приходим к выводу, что отсутствие в элективных дисциплинах введения, заключения, списка предлагаемых для изучения литератур не позволим эффективно управлять обучением и направлять познавательную деятельность будущих учителей математиков.

2) Рассмотрим теперь вопросы наполнения *«Научно-знаниевого компонента»*. Анализ научно-методических литератур позволяет сделать вывод о том, что для формирования у студентов системы научных знаний, необходимо решить следующие научные и учебно-методические проблемы:

- это проблема *выбора содержания учебных материалов, разработки концепции.* Решение этой проблемы заключается в исследовании того, что является важнейшим в современной науке, что надо предлагать для изучения студентам - будущим учителям математики. Как сконструировать из научной теории учебную дисциплину? Какое исходное положение заложить в основу содержания учебной дисциплины, какую концепцию предложить? С какой научной точки зрения следует вести изложение основных частей научного содержания элективного курса и т. п.

- это проблема, психолого-педагогическая. Это вопросы усвоения, методы обучения, вопросы формирования и развития личности.

Ясно, что обе проблемы взаимосвязаны, и решаются в связи, одновременно.

Таким образом, проблема *наполнения содержания учебных материалов* научными знаниями взаимосвязаны с вопросами о том, какое из содержаний учебных дисциплин, возможных с научно-методической точки зрения, будет эффективнее усвоено студентами, и прочнее запомнится ими. И конечно, будет лучше усвоена студентом та концепция, которая соответствует уровню его знаний, отвечает естественному процессу его рассуждений. В свою очередь, последнее определяется логикой мышления, алгоритмом рассуждений студента и т. д.

Практика показывает, что логика мышления студента при изучении дисциплины часто не совпадает с логикой мышления разработчика учебного пособия. И только внимательное изучение мыслительной деятельности студента может обеспечить разработчику учебной дисциплины найти наиболее приемлемый путь изложения учебного материала. Иначе говоря, та концепция учебной дисциплины будет наиболее эффективной, которая при изложении учебного материала учитывает психологические особенности студента.

В связи с этим, изложение научных знаний следует начинать с более приемлемого для студента учебного материала. Далее, можно использовать эти знания для изучения и развития более сложных научных знаний. Такой подход в изложении научных знаний является эффективным при изложении сложных теорий, например, при изложении современной алгебры, теории дифференциальных уравнений.

Например, изучение элективного курса «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений», научные знания, которого было опубликованы в работе [55,56], следует начинать с решения простейших начальных и краевых задач для сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений:

Пример 1. Исследовать асимптотическое поведение решения начальной задачи

$$\varepsilon\frac{dy}{dt} = ay + 3,\ y(0) = c \tag{2.1.1}$$

Решение. При $\varepsilon = 0$*, получаем, так называемое вырожденное уравнение*

$$0 = a\bar{y} + 3. \tag{2.1.2}$$

Отсюда имеем

$$\bar{y} = -\frac{3}{a}, \tag{2.1.3}$$

Непосредственное интегрирование (2.1) дает

$$y(t,\varepsilon) = \left(c + \frac{3}{a}\right)\exp\left(\frac{at}{\varepsilon}\right) - \frac{3}{a}. \tag{2.1.4}$$

Отсюда видно, что решение (2.1.3) уравнения (2.1.2) будет асимптотическим приближением для $y(t,\varepsilon)$ только при выполнении некоторых требований. Именно, чтобы $\bar{y}$ было асимптотическим приближением для $y(t,\varepsilon)$ справа от точки $t = 0$, нужно, чтобы было $a < 0$ и $\varepsilon \to 0$. Таким образом, имеем

$$\lim_{\varepsilon\to 0} y(t,\varepsilon) = \bar{y},\ 0 < t \le 1.$$

при $\varepsilon \to 0$.

Пример 2. Исследовать асимптотическое поведение решения краевой задачи

$$\varepsilon y'' + ay' = 1,\ y(0) = 2,\ y(1) = 1 \qquad (2.1.5)$$

при $\varepsilon \to 0$.

Решение. Непосредственное интегрирование (2.1.5) дает

$$ay(t,\varepsilon) = t + 2a + \left(\frac{a+1}{1 - e^{-\frac{a}{\varepsilon}}}\right)\left(\exp\left(-\frac{at}{\varepsilon}\right) - 1\right). \qquad (2.1.6)$$

При $\varepsilon = 0$*, получаем, так называемое вырожденное уравнение*

$$a\bar{y}' = 1. \qquad (2.1.7)$$

Без каких-либо дополнительных соображений мы не можем сформулировать начальное условие для вырожденного уравнения (2.1.7). Решая уравнение (2.1.7) поочередно соответственно с начальными условиями $y(0) = 2$ *и* $y(1) = 1$*, имеем*

$$\bar{y} = \frac{t}{a} + 2, \qquad (2.1.8)$$

$$\bar{y} = \frac{t}{a} + \frac{a-1}{a}. \qquad (2.1.9)$$

Отсюда и из (2.1.6) видно, что решение (2.1.9) уравнения (2.1.7) будет асимптотическим приближением для решения $y(t,\varepsilon)$ *при выполнении неравенства* $a > 0$*. Переходя в (2.1.6) к пределу, находим*

$$\lim_{\varepsilon\to 0} y(t,\varepsilon) = \frac{t}{a} + \frac{a-1}{a},\ 0 < t \le 1.$$

С учетом требования, того, что научные знания, предлагаемые для изложения будущим учителям математики, должны быть более приемлемыми, определим систему научных знаний, которые должны содержаться в ключевом «*Научно-знаниевом компоненте*», главной целью которого является формирование у будущих учителей математиков систему научных знаний, умений и навыков, используемых в профессиональной деятельности.

Например, в школьном курсе «Алгебры и начала анализа» [115] определяют показательную функцию $x \to a^x$ следующим образом:

Определение 1. Показательной функцией с основанием, где $a > 0,\ a \neq 1$, *называют функцию* f*, что*

А) $D(f) = R,\ E(f) = R_+$,

Б) функция f *непрерывна для всех* $x \in R$,

В) для любых $x_1,\ x_2 \in R$ *выполняется равенство*

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$$

Г) имеет место равенство $f(1) = a$.

Эту функцию обозначают в виде $f(x) = a^x$.

В курсе современной высшей математики это определение можно сформулировать несколько иным образом:

Функция $f : x \to a^x$ *является непрерывным отображением множества* $f : x \to a^x$ *на множество* R_+, *причем* f, *преобразует операцию сложения в множестве* R *в операцию умножения в* R_+:

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2).$$

Иными словами, функция $f : x \to a^x$ *является непрерывным гомоморфным отображением группы* $(R, +)$ *на группу* $(R_+, \bullet)$, *таким, что* $f(1) = a$. *Кроме того, это отображение является биективным, а потому является изоморфным отображением* $(R, +)$ *на* $(R_+, \bullet)$ [116].

Тем самым, изучая систему научных знаний из «Теории групп», мы развиваем, углубляем профессиональные знания будущего учителя математики, которые необходимы в его профессиональной деятельности.

Отсюда заключаем, что в элективных дисциплинах, мы должны в первую очередь освещать ту систему научных знаний, основные понятия которой освещаются в школьном курсе математики.

Кроме того, для формирования ключевых компетенций выпускников необходимо, чтобы студент имел представление о современных тенденциях в развитии научного познания, умел использовать полученные знания для развития и применения своих идей в контексте научных исследований; имел навыки научно-исследовательской деятельности, решения стандартных научно-педагогических задач [35]. И поэтому содержательный «*Научно-знаниевый компонент»* других элективных дисциплин должен содержать систему современных научных знаний, которые способствовали бы активизации научно-образовательной деятельности студентов; приобщали бы их к научно-исследовательской работе; способствовали бы эффективному использованию полученных знаний для решения прикладных и научных задач; обладали бы существенным развивающим потенциалом умственной деятельности студентов.

В связи с этим в содержательный «*Научно-знаниевый компонент»* некоторых элективных дисциплин следует включить систему современных научных знаний, которые обеспечивают изучение основ современной математики, либо такую систему научных знаний, элементы которых содержатся в школьном курсе математики.

3) *Когнитивно-деятельностный компонент*.

Согласно кредитной технологии обучения [117] и программе обновления содержания образования [34] одной из важнейших задач, стоящих перед высшим учебным заведением является развитие самостоятельности в обучении, которая позволяет эффективно использовать личностные возможности студентов, которая формирует способности, необходимые в организации самостоятельной деятельности учеников. Однако, для того чтобы обеспечить самостоятельность в обучении посредством содержания обязательных дисциплин или элективного курса и методики их преподавания, необходимо проанализировать, какими способами следует осуществлять развитие таких умений и навыков, которые необходимы для успешного выполнения самостоятельной работы, выделить наиболее важные из них. Анализ научных литератур позволяет сделать следующий вывод: среди способностей и навыков, необходимых для формирования самостоятельности в обучении, важную роль играют те, которые непосредственно связаны с формированием и развитием мыслительных способностей студентов [118].

Мыслительная способность проявляется в виде взаимодействующих пар мыслительных действий как: наблюдение и сравнение, сравнение и обобщение, абстрагирование и конкретизация, обобщения и классификация, распознавание и применение аналогий, построение ожидаемых результатов и планирование действий, и, т.д. [119]. Указанные мыслительные операции важное место занимают как при обучении школьного курса математики, так и при обучении студентов вузов.

В процессе развития мыслительных способностей студентов особое место занимает логическое конструирование. Логическое конструирование-это мыслительная деятельность, связанная с классификацией множества частей, с разбиением объектов на части с определенными свойствами, с построением цепочки логических последовательностей и алгоритмов, с применением преобразований и инвариантов и т.д. [120].

В логическом конструировании очень важными понятиями являются «объект» и «часть». Здесь предполагают, что объект имеет определенную структуру и что этот объект допускает разбиение на взаимодействующие части. В связи с этим возникает задача разбиения множества на части. Она распадается на ряд этапов:

- выделение и распознавание частей
- разбиение множества частей на классы по определенному признаку;
- перечисление частей, обладающих некоторыми признаками;

Здесь важной методологической задачей является анализ объекта и установление признаков частей, с помощью которых производится разбиение этого объекта на части.

Более сложными, чем задачи на разбиение, являются обратные задачи на составление объекта из заданных частей. Здесь используя классификацию, нужно сначала произвести распознавание частей, после этого следует установить взаимную связь частей. Затем используя эти связи можно составить искомый объект [120, с.147].

Например, для построения графика элементарной функции определяем (распознаем и разбиваем на части) область ее существования, точки разрыва, точки экстремума, интервалы возрастания и убывания, точки перегиба ее графика, направления вогнутости, а также асимптоты ее графика. Используя эти свойства (эти части) строим искомый график (целое) данной функции, т.е. решаем обратную задачу.

Кроме того, построение и выполнение алгоритма занимает особое место в мыслительной деятельности студента. С исполнением операций по заданному алгоритму студенты встречаются еще в начальных курсах, выполняя построение графика функций, отыскивая алгоритмы решения учебных и прикладных задач. Такие задачи дают первые навыки, необходимые для понимания алгоритмических действий и элементов программирования и в более широком плане для математического описания явлений. Эти операции относятся к числу существенных, и их значение в связи развитием вычислительной математики и информационных технологий постоянно возрастает [118, с.9-12].

Так как многие алгоритмы включают в себя повторяющиеся действия, поэтому для формирования и развития способности алгоритмического мышления необходимо первоначальные знания по итерации и последовательного приближения. Например, такой алгоритм применен при построении асимптотики решения сингулярно возмущенной краевой задачи [121].

Можно предложить такую классификацию задач, связанных с алгоритмической деятельностью:

- итерации на аналитико-геометрическом материале (метод хорд, метод секущих, метод касательных и т.п.);
- построение алгоритма нахождения и исследования решения задачи;
- построение алгоритма исследования проблемы;
- доказательство утверждений и т.д.

К задачам, развивающим мыслительную деятельность студентов, можно отнести и задачи, в которых основная трудность решения этих задач заключается в анализе структуры объекта, установления отношений между данными объекта. Такие задачи представляют особенный интерес в преподавании математических дисциплин:

- установление связей между частями объектов;
- анализ систем отношений между объектами;
- навык обращения с данными;
- способность пользоваться базами данных, в частности перекодировкой данных.

При решении некоторых задач часто возникает потребность в преобразовании исходных объектов. При этом существенную роль играет способность в установлении свойств объектов, остающихся инвариантными (неизменными) при этих преобразованиях. Часто установление этих свойств способствует поиску решения задачи.

Например, рассмотрим задачу из практикума решения задач по математике [122]:

«Влажность 200 кг свежих грибов составила 90%. После определенной подсушки влажность грибов составила 80%. Сколько килограммов подсушенных грибов останется после этой сушки?»

Для решения поставленной задачи важным является то, что инвариантной величиной при подсушке грибов будет масса сухого вещества. Из условия задачи получаем, что масса сухого вещества составляет 10%, а следовательно она равна 20 кг. Тогда после подсушки масса сухого вещества составляет 20% от массы подсушенных грибов, и поэтому осталось 100 кг подсушенных грибов.

Другой пример из [123], *в котором доказывается, что граничные и начальные функции являются инвариантными, т.е. они не зависят от выбора фундаментальной системы решений однородного возмущенного уравнения.*

Понятие инвариантности часто используется в задачах, которые решаются с помощью определенных преобразований, от этой идеи исходит метод неподвижной точки и т. д.

Например, при равносильном преобразовании уравнения

$$x^2 - 9 = 0$$

в уравнение

$$(x-3)(x+3)=0,$$

корни $x_1 = 3,\ x_2 = -3$ *образуют инвариантное множество.*

Итак, множество решений уравнения при преобразовании данного уравнения на равносильное уравнение образует инвариантное множество.

Таким образом, построение объекта по известным частям, итеративная операция, построение алгоритма, анализ объекта и данных, перекодировка, нахождение инвариантов преобразования являются основными мыслительными операциями. Эти операции на самом деле широко используется при решении математических задач в вузе, хотя редко выделяются в явном виде. Следовательно, именно с помощью решения математических задач с элементами логического конструирования можно успешно формировать мыслительные способности у студентов.

Тем самым, задания, которые развивают мыслительные способности, являются составной частью содержания математических дисциплин, в частности элективных дисциплин и занимают в них значительное место. В связи с этим перед преподавателями возникает задача о том, чтобы целенаправленно формировать навыки и способности осуществлять мыслительные операции.

Однако, эти операции, часто выполняются совместно в связи, и поэтому затрудняет использование какой-либо из них в одном из содержательных компонентов, который способствовал бы формированию одной из названных операций. По-видимому, следует формировать и развивать навыки выполнения этих операции совместно, используя следующие задания в связи, таких как:

- «Уровневые задачи и упражнения»;
- «Логические задачи и упражнения»;
- «Система учебных заданий для самостоятельной работы студентов».

Причем, проведенный анализ показывает, что «Уровневые задачи и упражнения»; «Логические задачи и упражнения»; «Система заданий для самостоятельной работы студентов» обладают значительным формирующим и развивающим потенциалом мыслительной деятельности студентов.

В деле развития познавательных способностей студентов немаловажную роль играет формирование умений математического моделирования реальных процессов. Именно это умение можно рассматривать как тот общий навык, который студенты должны приобрести из изучения элементов курса высшей математики в средней школе. В последние годы существенно изменились и требования к содержанию математики со стороны работодателей с точки зрения тех потребностей в ней, которые испытывает современная наука, производство, экономика. Поэтому формирование у студентов умений и навыков математического моделирования является важным обстоятельством в процессе обучения школьного курса математики.

Для иллюстрации процесса моделирования практических задач окружающего мира, рассмотрим простейшие задачи на исследование и составление математических моделей.

Задача 1. Бассейн «Оркен» в городе Талдыкорган наполняется водой двумя кранами. Если первый кран открыть на 20 минут, а второй-на 10 минут, то бассейн будет наполнен. Если первый кран открыть на 5 мин, а второй-на 15 минут, то заполниться 3/5 часть бассейна. За какое время каждый кран в отдельности может заполнить весь бассейн?

Решение.

Пусть первый кран заполняет бассейн за x мин, второй кран – за y минут. Тогда за 1 минуту первый кран заполнить $\frac{1}{x}$ *часть бассейна, второй -* $\frac{1}{y}$ *часть бассейна. Теперь используя условие задачи, получим следующую математическую модель заполнения данного бассейна водой:*

$$\begin{cases} \frac{20}{x} + \frac{10}{y} = 1, \\ \frac{5}{x} + \frac{15}{y} = \frac{3}{5}. \end{cases}$$

Решая данную систему уравнений, получим, что первый кран заполнить весь бассейн за 50 *минут, второй за* 16 *минут.*

Задача 2. Известно, что между силой тока i *и электродвижущей силой* E *в цепи, имеющей сопротивление* R *и самоиндукцию* L*, существует зависимость* $E = Ri + L\dfrac{di}{dt}$*, где* R, L *- постоянные. Если считать, что* электродвижущая *сила* E *в цепи постоянна и не зависит от времени* t*, т.е.* $E = E_0 - const$*, то получим линейное однородное уравнение для силы тока* $i(t)$*:*

$$L\frac{di}{dt} + Ri = E_0.$$

Требуется найти силу тока $i(t)$ *для случая, когда в начальный момент времени* $t = 0$ *сила тока равна* $i = i_0$.

Решение. Согласно постановке задачи, получаем задачу Коши:

$$L\frac{di}{dt} + Ri = E_0, \ i(0) = i_0.$$

Общее решение исходного уравнения имеет вид

$$i(t) = \frac{E_0}{R} + C\,\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{L}}t}.$$

Теперь, отсюда, используя начальное условие $i(0) = i_0$*, получаем, что* $C = i_0 - \dfrac{E_0}{R}$*. Тогда искомое решение будет иметь следующий вид*

$$i(t) = \frac{E_0}{R} + \left(i_0 - \frac{E_0}{R}\right)\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{L}}t}.$$

Отсюда видно, что при возрастании времени t *сила тока* $i(t)$ *в пределе приближается к предельному постоянному значению* $\dfrac{E_0}{R}$.

Таким образом, решение «Практических задач окружающего мира» формирует у студентов навыки применения математических знаний в познавательных задачах окружающей среды, которая обеспечивает интеграцию различных научных знаний.

Здесь под интеграцией научных знаний, полученных в рамках одной науки или нескольких наук, мы понимаем тесное взаимодействие соответствующих научных знаний на основе общих объектов познания реального мира и общих логико-методологических основ, позволяющих объединить различные научные знания в единую научную систему.

В свою очередь под интеграцией математических знаний в обучении, полученных в рамках одной дисциплины или нескольких дисциплин, мы понимаем тесное сочетание, взаимодействие этих знаний в изучении учебного материала одной элективной дисциплины.

Таким образом, интеграция образования и науки открывает широкие возможности в формировании научных и познавательных знаний студентов на основе взаимодействия научных знаний и появления в результате этой интеграции эффективных средств усвоения новых знаний.

Поэтому задания, которые обеспечивают формирование научных и познавательных знаний студентов, устанавливают тесное сочетание знаний, полученных в рамках одной дисциплины или нескольких дисциплин, являются составляющими «*Заданий, направленных на интегрирование научных знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин*».

Другим важным фактором активизации учебной деятельности студентов является самостоятельность в обучении, которая позволяет эффективно использовать личностные возможности студентов. Самостоятельная работа закрепляет полученные на занятиях новые знания, углубляет и расширяет уже приобретенные знания, формирует познавательные способности, развивает как учебные, так и исследовательские навыки.

Кроме того, в процессе изучения элективных курсов самостоятельная работа студента должна целенаправленно формировать, развивать такие компетенции, как способность к познанию, обобщению, анализу и выбору алгоритма решения учебных задач. Следовательно, «Система учебных заданий для самостоятельного выполнения» является одним из компонентов элективной дисциплины, которая играет особую роль в развитии мыслительной деятельности студента.

Одним из важных компонентов в процессе усвоения новых научных знаний является постановка изучаемой задачи, задания для подготовки к последующим занятиям.

По смыслу математическая задача-это проблемная ситуация, созданная с целью изучения, какого-то положения. Если быть более точным, то задачей называют проблемную ситуацию с известными условиями (данными) и конечным результатом (данным). В этом случае алгоритм достижения результирующего данного от начальных данных (начального условия) является известным. А в проблемных заданиях алгоритм достижения результирующего данного является неизвестным. При решении таких задач у студентов формируется профессиональные знания и навыки, развивается их алгоритмическая деятельность.

Не менее важным компонентом в изучении элективных дисциплин являются задания для подготовки к последующим занятиям. Выполняя такие задания, студенты успешно усваивают новые научные знания.

В связи с этим, «Проблемные задачи», «Постановка задачи», «Задания для подготовки к последующим занятиям» являются составляющими содержательных компонентов, которые обеспечивают усвоение научных знаний и формирование мыслительных способностей и умений по построению алгоритмов решения поставленных задач.

Таким образом, резюмируя вышесказанное получаем, что «*Когнитивно-деятельностный компонент»* включает в себя: уровневые задачи и упражнения; логические задачи и упражнения; систему учебных заданий для самостоятельного выполнения; задания, направленные на интегрирование знаний, полученные в рамках одной или нескольких дисциплин; практические задачи окружающего мира; систему заданий и вопросов для закрепления и систематизации освоенных знаний; проблемные задачи; постановка задачи; систему заданий для подготовки к последующим занятиям.

4) *Оценочный компонент.* Анализ оценочной деятельности преподавателей показывает, что повышение качества знаний и умений непосредственно связано совершенствованием контроля и оценки знаний студентов. В настоящее время, в вузах отдельным формам контроля и оценки придается слишком большое значение. Например, массовое применение тестирования на итоговых контрольных мероприятиях привело к тому, что студенты потеряли содержательных стимулов в изучении учебных материалов, лишились доверия к выставленным баллам, не видят эффективность и необходимость учебных занятий, не умеют выражать свои мысли, не умеют убеждать в справедливости своих тех или иных научных убеждений. Кроме того, тестовые задания преподавателями составляются формально, без учета обязательного уровня усвоения основного содержания учебного материала, по принципу «чем больше, тем лучше». Некоторые преподаватели недооценивают значения учебных, контролирующих, корректирующих функций текущих, рубежных контрольных мероприятий, не ориентируют студентов на их конечные результаты. Решение этих проблем непосредственно связано с вопросами наполнения и использования содержательного «Оценочного компонента» учебной дисциплины. Этот компонент выражается в наличии заданий, которые позволяют преподавателям контролировать и объективно оценить учебные достижения студентов. Это система диагностических и коррекционных заданий, система заданий к текущим, рубежным и итоговым контрольным мероприятиям. А система вопросов и заданий для самопроверки и самоконтроля позволяет студентам самим оценить освоенные знания.

При наполнении «Оценочного компонента» необходимо обратить особое внимание на назначение следующих видов контроля: на формирующий (текущий), на рубежный (тематический, за раздел) и на итоговый (суммативный, за семестр, за дисциплину в целом) контролей.

Для формирования знаний следует проводить постоянный текущий контроль знаний студентов. В содержании контроля должны войти вопросы, задания для СРС, которые подлежат обязательному выполнению студентов.

Для выявления уровня освоения узловых вопросов учебного материала каждым студентом и группой в целом, для повышения эффективности усвоения знаний, и для обеспечения понимания учебного материала следует проводить рубежный контроль по отдельным узловым вопросам, или по основным темам некоторых разделов изучаемых дисциплин. Таким образом, в содержание рубежного контроля должны войти вопросы, задания по узловым вопросам или по отдельным темам элективной дисциплины.

Итоговый контроль усвоения учебной дисциплины в целом или разделов учебной дисциплины должна быть запланирована так, чтобы у студентов были оценены их учебные достижения по системному усвоению ключевых элементов программного материала.

Для объективной оценки учебных достижений студентов по каждому разделу, по каждой теме и в целом по учебной дисциплине должны быть определены требования, фиксирующие минимальный объем знаний (минимальный объем учебного материала) обязательного для усвоения всеми студентами к окончанию изучения элективной дисциплины.

Например, минимальный объем знаний обязательного для усвоения всеми студентами к окончанию изучения элективной дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений» можно определить в виде следующих требований. Студент должен знать:

- алгоритм построения решений сингулярно возмущенных и невозмущенных общих краевых задач для линейных дифференциальных уравнений третьего порядка;
- алгоритм получения асимптотических оценок решений сингулярно возмущенных общих краевых задач для линейных дифференциальных уравнений третьего порядка;
- правило выбора граничных условий для вырожденных уравнений;
- о существовании области неравномерной сходимости, оценки роста производных по малому параметру;
- выделения классов общих краевых задач, обладающих явлением граничного скачка, нахождение формул граничных скачков.

Таким образом, «Оценочный компонент» включает в себе требования к минимальному объему знаний, обязательного для усвоения всеми студентами в процессе изучения элективной дисциплины, систему диагностических заданий, систему вопросов и заданий для самопроверки и самоконтроля, систему заданий к текущим, рубежным и итоговым контрольным мероприятиям. Заметим, что другие уровни усвоения учебного материала - это задача соответствующих силлабусов элективных дисциплин.

5) *«Системообразующий компонент»* элективного курса направлен на формирование системного представления новых научных знаний, на развитие исследовательской, познавательной и мыслительной способности студента.

Поскольку вузовские образовательные программы весьма насыщены**,** возникает задача отыскания путей для освещения научных идей и понятий в рамках образовательной программы без заметного увеличения, отведенных математике часов. Важно дать хотя бы представление о подступах к современной математике. Имеющиеся резервы заключается в активизации учебной деятельности студентов с точки зрения модернизации самого курса математики.

Идею интенсификации и активизации обучения с помощью самостоятельного анализа, обобщения, выводов осуществляли в начале XIX века такие известные педагоги-исследователи, как И.Г. Песталоцци и А. Дистервег.

Сущность своего педагогического метода и наблюдения И.Г. Песталоцци изложил в следующих известных работах [57, с.173]: «Письма г-на Песталоцци к г-ну Н.Э.Ч. о воспитании бедной сельской молодежи» (1777), «Лингард и Гертруда» (1781—1787), «Как Гертруда учит своих детей» (1801), «Лебединая песня» (1826).

А. Дистервег [57, с.173] писал, что наука и образование никому не могут быть просто переданы или сообщены. Так как, всякая личность, которая хочет заниматься наукой, образованием или самообразованием, должна достигнуть этого собственной активной умственной работой.

Уже в XVII веке Я.А. Коменский писал [58, с.57], что только те знания, являются осознанными в полном смысле, которые человек может применить в практической работе.

Активизируя познавательную деятельность студентов, следует стремиться реализовать главную цель обучения предлагаемого курса: формировать у студентов образовательную активность и самостоятельность в исследовании средствами данной дисциплины.

Р. А. Низамов в своей работе [124] отмечает, что «познание не просто восприятие того, что лежит на поверхности, а исследование внутренней структуру предмета, явлений, оно требует высокой умственной активности личности».

Обычно, подавая какое-либо новое знание, преподаватели преподносят его традиционно в виде готовой лекции, подводя студентов к уже известному результату. Вследствие этого, зачастую, ответы студентов выражаются в автоматическом воспроизведении ранее изученного материала. Знания, полученные таким образом, студенту не дают возможности применить свои знания, полученные ранее личным опытом. А знания, добытые студентами осмысленны, обычно всегда прочно запоминаются, и если это потребуется, могут быть легко восстановлены. И одним из основных ее индикаторов является проявление творческих способностей, развитых на высоком мыслительном уровне.

Именно поэтому одним из важных факторов активизации познавательной и исследовательской деятельности студента является метод проблемного обучения в рамках предлагаемой дисциплины.

Психологи утверждают, что источником активной познавательной деятельности, является создание проблемной ситуации, которая является сложной теоретической, либо практической задачей, и постоянно требует поиска алгоритма решения и, конечно, конкретного исследования. Можно выделить три типа проблемных ситуаций в обучении математике. Это проблемные ситуации [125], возникающие при введении новых понятий и утверждений, расширении теоретических знаний, при систематизации знаний, при применении знаний в новых ситуациях. Поэтому, созданная на занятиях проблемная ситуация побуждает студента к проявлению познавательной деятельности и творческой инициативы.

В связи с этим, при изучении какой-либо дисциплины, лекционные, а также практические занятия должны строиться так, чтобы студент увидел постановку задачи, ее проблемы и решаемость. Далее преподаватель должен организовывать процесс учебной деятельности студента так, чтобы, он самостоятельно решил эту задачу, ощутил радость открытия, почувствовал мощь методов познания процессов природы.

В методике преподавания математики проблемное обучение подразделяется на четыре уровня: создания и решения проблемных ситуаций при изложении нового учебного материала; постановка и решение проблемы по аналогии; решение учебно-исследовательских задач и упражнений по предложенному алгоритму; решение исследовательских задач.

На учебно-исследовательском уровне преподаватель ставит проблему, выделяет те известные знания, которые нужны для ее решения, алгоритм решения проблемы. При этом студент самостоятельно решает эту проблему, используя для этого приобретенные знания.

На исследовательском уровне студентам предлагается решить проблему, решение которой им неизвестно. Студенты формулируют проблему и решают её самостоятельно, опираясь на приобретенные знания. Таким образом, одним из факторов активизации исследовательской деятельности студентов является самостоятельность в решении проблемных задач, которая развивает научно-исследовательские навыки.

Например, с целью иллюстрирования формирования новых научных понятий создадим проблемное задание из [55]:

Задание. Начальная функция $K(t,s,\varepsilon)=W(t,s,\varepsilon)/W(s,\varepsilon)$ зависит ли от выбора фундаментальной системы решений уравнения $L_\varepsilon y=0$? Здесь $W(t,\varepsilon)$ - определитель Вронского для фундаментальной системы решений $y_i(t,\varepsilon),\ i=\overline{1,n}$ уравнения $L_\varepsilon y=0$, $W(t,s,\varepsilon)$- определитель n- го порядка, получаемый из вронскиана $W(s,\varepsilon)$ заменой n - ой строки на фундаментальную систему решений $y_1(t,\varepsilon), y_2(t,\varepsilon),\ldots, y_n(t,\varepsilon)$.

Преподавателем предлагается следующий алгоритм решения проблемы:

- Возьмите произвольную другую *фундаментальную* систему решений $\tilde{y}_1(t,\varepsilon), \tilde{y}_2(t,\varepsilon),\ldots, \tilde{y}_n(t,\varepsilon)$.

- Используйте утверждение того, что существует постоянная неособенная матрица $A=\| a_{ij} \|,\ i,j=\overline{1,n}$ такая, что преобразование $\tilde{y}_k(t,\varepsilon)=\sum_{s=1}^{n} a_{ks} y_s(t,\varepsilon)$, $k=\overline{1,n}$ переводит одну фундаментальную систему решений в другую.

- Введите начальную функцию $\tilde{K}(t,s,\varepsilon)=\tilde{W}(t,s,\varepsilon)/\tilde{W}(s,\varepsilon)$.

- Проверьте равенство: $\widetilde{K}(t,s,\varepsilon)=K(t,s,\varepsilon)$.

Познавательная и исследовательская работа студентов организуется в вузах с целью обеспечения более осознанного и глубокого усвоения новых знаний, формирования навыков научно-исследовательской работы.

Исследования могут проводиться как по фундаментальным вопросам математики, прикладной математики, так и по проблемам методики преподавания математики. Исследовательская деятельность студентов осуществляется через выполнение заданий, которые должны быть ориентированы на формирование алгоритмической способности, на формирование навыков проведения самостоятельного научного исследования, на развитие профессионального умения и навыков, направлены на применение нового научного материала.

Приведем модельный пример на формирование навыков проведение самостоятельного научного исследования по теме: *«Исследование асимптотического поведения решения сингулярно возмущенной краевой задачи», используя заданный алгоритм решения проблемы, целью которого является развитие научно-исследовательских навыков путем самостоятельного решения проблемных задач* [121, с.78-84].

Студенты, используя ранее накопленные знания, методом аналогии должны самостоятельно найти ответы на следующие вопросы:

- определить аналитическое представление решения возмущенной краевой задачи;

- определить область равномерности следующих предельных переходов:

$$\lim_{\varepsilon\to 0} y(t,\varepsilon)=\bar{y}(t), \qquad \lim_{\varepsilon\to 0} y'(t,\varepsilon)=\bar{y}'(t);$$

-выяснить, имеет ли место явлениее начальных и граничных скачков.

Познавательная деятельность студентов осуществляется решением задач прикладного характера. Прикладные задачи и упражнения выступают как способ организации и управления познавательной деятельностью студента. При этом упражнения должны быть содержательными, искусственные упражнения только снижают эффективность учебного процесса. Эти задачи позволят преподавателю в процессе обучения математике дать первоначальные знания студентам по прикладной математике, элементы которых будут изучаться в школьном курсе математики. Решение прикладных задач дают реальную возможность активизации познавательной и исследовательской деятельности студентов в процессе изучения научных материалов.

Например, при рассмотрении некоторых задач естественных наук возникают вопросы о существовании и единственности решения этих задач в зависимости от изменения некоторых величин, выражаемых параметрами, если такое решение существует, то какими закономерностями описывается данное решение?

Например, Пусть тело заброшено вертикально вверх с начальной скоростью v_0 *м/с . Необходимо определить через какой промежуток времени тело достигнет* h *метров высоты.*

Из школьного курса физики известно, что тело, заброшенное вертикально вверх за t *секунд достигнет*

$$h = v_0 t - \frac{g t^2}{2}$$

метров высоты. По смыслу задачи $v_0 > 0,\ h > 0,\ t > 0$. *Тогда относительно* t, *получим следующее квадратное уравнение:*

$$g t^2 - 2 v_0 t + 2h = 0 .$$

Разрешимость этого уравнения зависит от знака дискриминанта $D/4 = v_0^2 - 2gh$. *Если выполняется неравенство* $0 < v_0 < \sqrt{2gh}$, *то имеем* $D < 0$. *В этом случае задача не имеет решения. Так как начальная скорость не достаточна для поднятия тела на высоту* h *метров. Если имеет место* $v_0 = \sqrt{2gh}$ *, то* $D = 0$. *Следовательно, данная задача имеет единственное решение:*

$$t = \frac{v_0}{g} \ .$$

В этом случае тело через $t = \frac{v_0}{g}$ *секунд достигает* h *метров высоты и начинает сразу падать. Если* $v_0 > \sqrt{2gh}$ *, тогда имеем, что* $D > 0$ *. Следовательно, в этом случае задача имеет два решения*

$$t_1 = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 - 2gh}}{g}, \qquad t_2 = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2gh}}{g} .$$

Причем эти решения будут положительными. Так как согласно теореме Виета

$$t_1 + t_2 = \frac{2v_0}{g} > 0, \qquad t_1 \cdot t_2 = \frac{2h}{g} > 0 .$$

В этом случае тело будет на высоте h *метров в два раза, при поднятии и при свободном падении. Здесь величины* v_0 *и* h *мы рассматриваем как параметры.*

Алгоритмический способ мышления – это последовательность мыслительных операций направленных на решение каких-либо задач, результатом этих мыслительных операций является алгоритм решения поставленной задачи. Алгоритмическое мышление в большей, или меньшей степени присутствует в каждом человеке независимо от его профессии. Практика показывает, что алгоритмические способности обеспечивают эффективное усвоение содержания научных материалов. В связи с этим развитие у студентов алгоритмических способностей – важнейшая задача сегодняшнего образования.

Усвоение общего алгоритма решения какой-либо задачи обеспечивается двумя способами: можно использовать готовую последовательность алгоритма, либо можно подвести студентов к самостоятельному определению этого алгоритма. Второй подход более эффективен, но требует большего внимания и времени.

В процессе определения общего алгоритма решения задач, развивается у студентов алгоритмическое мышление, мыслительная деятельность.

При изложении нового учебного материала работа по определению алгоритма начинается после ознакомления с постановкой задачи. Обсуждаем этапы решения задачи, убеждаемся в необходимости создания алгоритма. Например, при изучении темы «Интегрирование однородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения» предлагается следующая задача.

Задача. Докажите, что все ненулевые решения уравнения

$$y'' + 2y' + y = 0$$

обладает свойством $y \to 0,\ y' \to 0$ *при* $x \to +\infty$.

Решение. Создадим алгоритм:

- *Будем искать частные решения в виде* $y = e^{\lambda x}$*;*
- *Составим характеристическое уравнение* $\lambda^2 + 2\lambda + 1 = 0$*;*
- *Определим корни данного характеристического уравнения:* $\lambda_1 = \lambda_2 = -1$*;*
- *Определим частные решения:* $y_1 = e^{-x},\ y_2 = xe^{-x}$*;*
- *Образуем определитель Вронского для системы решений* $y_1 = e^{-x},\ y_2 = xe^{-x}$*;*
- *Убеждаемся, что составленный определитель Вронского отличен от нуля и тем самым доказываем, что система решений* $y_1 = e^{-x},\ y_2 = xe^{-x}$ *образует фундаментальную систему решений данного уравнения;*
- *Составляем общее решение:* $y = e^{-x}(C_1 x + C_2)$*;*
- *Используя общее решение, доказываем, что* $y \to 0,\ y' \to 0$ *при* $x \to +\infty$.

Решая данную задачу по предложенному алгоритму, студенты усваивают общий алгоритм построения общего решения однородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. При этом у них развивается алгоритмическое мышление.

Выполнение *дипломных и курсовых работ, проектов* позволяет более детальное системное изучение, закрепление содержания научных знаний. Дипломные, курсовые работы должны быть результатом учебно-исследовательской, научной деятельности студентов. Результаты дипломной, курсовой работы должны отражать современное состояние фундаментальной или педагогической науки, которые являются одним из составляющих содержательного компонента элективной дисциплины.

Тем самым, «Системообразующий компонент» включает в себе: перечень тем диссертационных, дипломных и курсовых работ, а так же проектов;

сравнительный анализ литератур; прикладные задачи; система проблемных заданий; задания, ориентированные на формирование алгоритмической способности; задания, направленные на формирование навыков проведения самостоятельного научного исследования, которые являются важными составляющими «Системообразующего компонента». Таким образом, этот ключевой компонент обеспечивает эффективное усвоение научных знаний, развивает научно-исследовательские навыки, самостоятельность в изучении новых знаний.

В итоге получаем, следующую модель проектирования содержательных компонентов и их структурных элементов (рисунок 1-3):

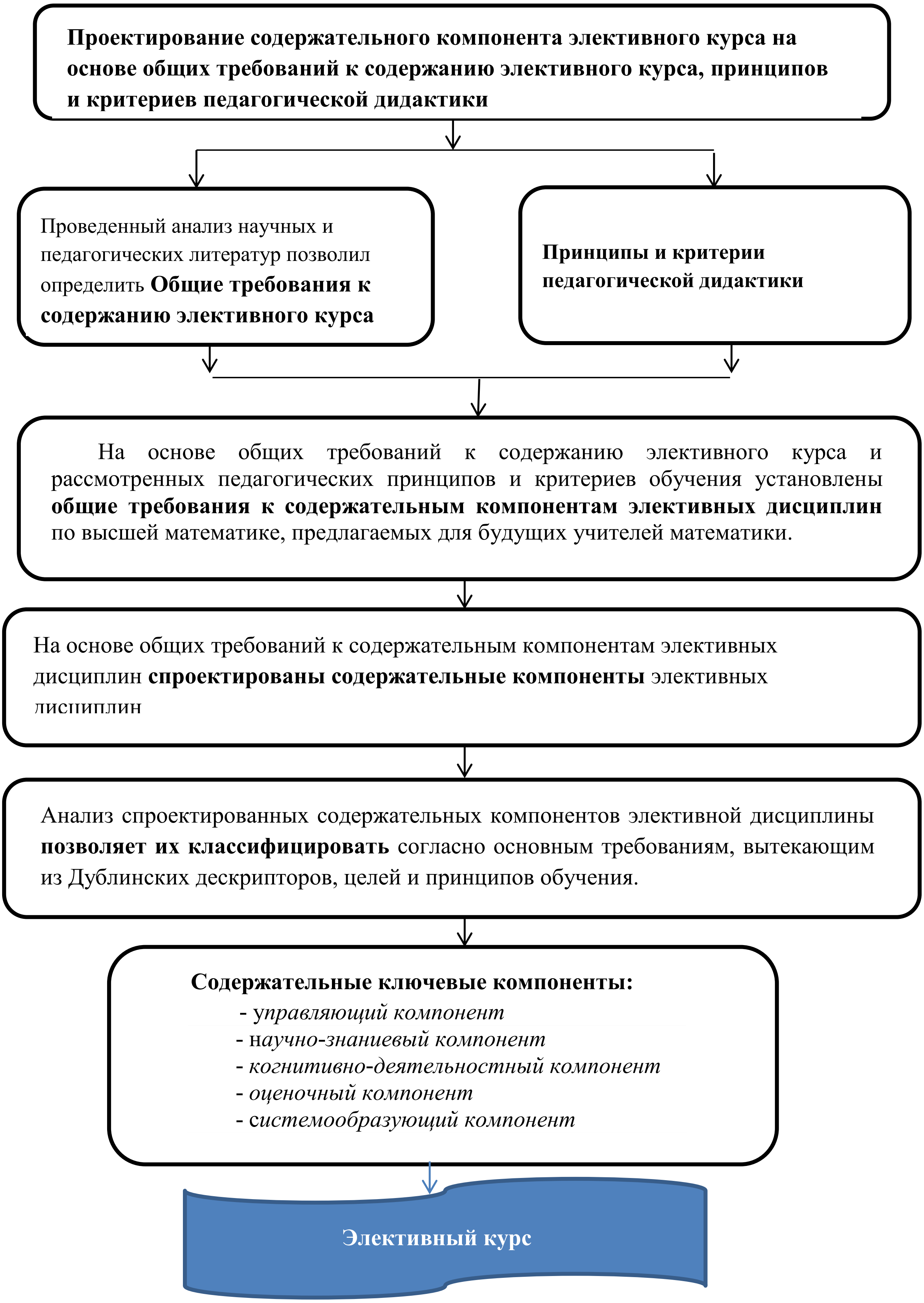

Рисунок 1 – Модель компонента элективного курса

Общие требования к содержанию элективного курса:
- развивать и расширять приобретенные знания студентов (быть «передовой надстройкой» базовых дисциплин;
- предоставлять возможность для самовыражения личности на профессиональном уровне;
- устранять пробелы в знаниях;
- формировать ключевые компетенции выпускников;
- способствовать активизации познавательной и исследовательской деятельности студентов;
- обладать существенным развивающим потенциалом мыслительной деятельности студентов;
- иметь актуальность в рамках подготовки высококвалифицированных кадров;
- обеспечивать вариативность и свободу выбора студентов в образовании.

Общие требования к содержательным компонентам элективных дисциплин:
- освещать те научные знания, основные понятия которых изущаются в школьном курсе математики;
- обеспечить изучение основ современной математики;
- обеспечить изучение элективной дисциплины с учетом мыслительных способностей студента;
-обеспечить формирование умений и навыков решать математические задачи и в простейших случаях моделировать различные явления, возникающие в реальных процессах и других науках;
обеспечить формирование всесторонне развитой личности студента.

Содержательные компоненты элективных дисциплин:
- введение (Предисловие);
- научно обоснованная система научных знаний (*Система научных знаний, основные понятия которых освещаются в школьном курсе математики; Система научных знаний, которые обеспечивают изучение основ современной математики)*
- система задач и упражнений. (Это: *уровневые задачи и упражнения, логические задачи и упражнения», система заданий для самостоятельной работы студентов, задания, направленные на интегрирование научных знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин, практические задачи окружающего мира, система заданий и вопросов для закрепления и систематизации усвоенных знаний, задания для подготовки студентов к последующим занятиям*);
- вопросы и задания для самопроверки и самоконтроля;
- система заданий к текущим, рубежным и итоговым контрольным мероприятиям (зачетам, экзаменам, коллоквиумам и т.д.);
- тематика научно-исследовательских работ и проектов по дисциплине (дипломные работы, проекты, курсовые работы, сравнительный анализ литератур и т.д.);
- Заключение;
- Литература.

Рисунок 2 – Последовательность разработки содержательных компонетов

Содержательные ключевые компоненты:

- *Управляющий компонент* (Введение; Заключение; Литература). Заключение элективного курса (или раздела, подраздела, темы) должно сопоставляться с введением. В заключении подчеркивается, что дисциплина завершается ввиду достижения поставленной цели и решения тех задач, которые были сформулированы во введении.

Во введении, обычно, студентам предлагаются пояснительные записки, в которых определяются цели и задачи изучения дисциплины, теоретическая и практическая значимость изучаемой науки, перечень вопросов подлежащих изучению, постановка общей задачи элективного курса и т. д.

- *Научно-знаниевый компонент*. Это система научных знаний: система научных знаний, элементы которых содержатся в школьном курсе математики; система научных знаний, которые обеспечивают изучение основ современной математики.

- *Когнитивно-деятельностный компонент* формирует знания, умения и навыки, необходимые для осуществления профессиональной деятельности будущих учителей-математиков. Это: уровневые задачи и упражнения; система логических задач и упражнений; система учебных заданий для самостоятельного выполнения; задания, направленные на интегрирование научных знаний, полученны в рамках одной или нескольких дисциплин; практические задачи объективного мира; система заданий для закрепления и систематизации освоенных знаний; проблемные задачи; постановка задач; система заданий для подготовки студентов к последующим занятиям.

С помощью этого компонента элективные курсы могут изучаться на ознакомительном, репродуктивно-воспроизводящем, продуктивно-профессиональном уровнях.

- *Оценочный компонент.* Этот компонент выражается в наличии заданий, которые позволяют оценить учебные достижения студентов. Это система диагностических и коррекционных заданий, система вопросов и заданий для самопроверки и самоконтроля, система заданий к текущим, рубежным и итоговым контрольным мероприятиям;

- *Системообразующий компонент.* Этот компонент направлен на формирование системного представления освоенных научных знаний, на развитие исследовательской, познавательной способности студента. Это: система задач прикладного характера; система проблемных заданий; задания ориентированные на формирование алгоритмической способности; задания, на формирование навыков проведения самостоятельного научного исследования: дипломные и курсовые работы или проекты; сравнительный

Рисунок 3 – Содержательные ключевые компоненты

Таким образом, назрела острая необходимость активного внедрения учебных пособий элективных дисциплин нового поколения, включающих ключевые содержательные компоненты.

2.3 Использование содержательных компонентов в процессе изучения научного материала элективной дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений»

В современном мире качество образования в основном определяется приобретенными умениями и навыками, необходимыми в будущей профессиональной деятельности. При этом необходимыми становятся не сами учебные материалы, а умения как их применить. В связи с этим важным становится формирование умений интерпретирования, преобразования научных знаний в контексте компетентностного подхода. Формирование необходимых умений осуществляется с помощью деятельностного подхода, который направлен на самореализацию личности, на развитие индивидуальных способностей студентов.

Одним из ключевых факторов успеха всего модернизационного процесса экономики является успешность обновления национальной системы образования. В связи с этим в Казахстане осуществляется обновление содержания образования, ориентированного на прогрессивный опыт мирового образовательного пространства. Этот процесс сопровождается качественными изменениями всего образовательного пространства. В обновленной программе содержания образования особое внимание уделяется познавательным заданиям, исследовательской деятельности и оцениванию. Кроме того, предложенное содержание образования школьного курса математики в РК предполагает, что обучение должно быть деятельностным, проводиться в атмосфере делового сотрудничества.

Поэтому перед вузами Казахстана возникает задача, в условиях деятельностного подхода к обучению, формировать у выпускников умения работать в рамках современной системы образования, умственную активность и самостоятельность в исследовании и обучении.

При подходе к процессу обучения как к осуществлению деятельности, добываемые знания должны не сопоставляться приобретаемым умениям, а рассматриваться как их составляющая компонента. Уровень усвоения знаний определяется видами осуществляемой деятельности.

Таким образом, перед преподавателем высшей школы вместо двух классических проблем – передать научные знания и сформировать умения по их применению – теперь стоит одна новая проблема: организовать такой тип деятельности, который способствует усваивать, интерпретировать, преобразовывать, применят заданную систему научных знаний.

В этом случае основным видом работы студентов становится освоение учебно-исследовательской, научно-исследовательской, практико-ориентированной деятельности. При этом знания становятся следствием усвоения способов осуществления деятельности.

Содержательный учебный материал в зависимости от цели изучения элективной дисциплины может изучаться на пяти уровнях усвоения, сформулированные в первом разделе. Это: ознакомительный;

репродуктивный-воспроизводящий; продуктивно-профессиональный; исследовательский; системообразующий уровни.

В свою очередь, в зависимости от планируемого уровня усвоения элективной дисциплины преподаватели в процессе обучения используют те или иные комбинации ключевых содержательных компонентов, которые определены в пункте 2.1. Это: управляющие; научно-знаниевые; когнитивно-деятельностные; оценочные; системообразующие компоненты.

С другой стороны, выбор методов преподавания и их применения в обучении непосредственно зависят от научно-знаниевого компонента и от планируемого уровня усвоения учебного материала элективной дисциплины.

Практика показывает, что мы часто, используя научно-знаниевый компонент, излагаем науку, но не учим её усвоению. В связи с вышесказанным, рассмотрим некоторые вопросы, посвященные методам и способам обучения студентов научным знаниям, направленные на деятельностный подход **с** использованием содержательных компонентов элективного курса. При этом преподавателю следует начинать изложение научных знаний с более доступной, соответствующей уровню его развития концепции. Далее, можно использовать эти знания для изучения и развития более сложных научных знаний. Такой подход в изложении научных знаний является эффективным при изложении сложных теорий, например, при изложении неевклидовой геометрии.

Теперь, проиллюстрируем методику преподавания научного материала с использованием содержательных компонентов элективной дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений».

«*Научно-знаниевый компонент»* данной элективной дисциплины содержит систему современных научных знаний из теории сингулярно возмущенных задач, обладающих явлением начальных и граничных скачков [55,56,120]. Анализ научных материалов, представленных в [55,56,120] показал, что «Научно-знаниевый компонент» данной элективной дисциплины удовлетворяет принципам профессиональной направленности, научности, доступности, единства учебной и исследовательской деятельности студентов, преемственности, последовательности и систематичности, *соответствия социальному заказу,* связи обучения с развитием навыков самостоятельной работы студентов.

Как уже было указано, что одним из структурных элементов *«Управляющего компонента»* является введение данного курса. Согласно результатам подраздела 2.1, во введении рассматриваемой элективной дисциплины мы должны указать цели и задачи изучения элективного курса, общую постановку исследуемой задачи, сравнительный анализ и значимость научного материала. Например, для элективного курса «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений» имеем:

- цель обучения элективной дисциплины – изучение основ современной теории сингулярно возмущенных краевых задач;

- задачи дисциплины - изучить асимптотическое поведение решения сингулярно возмущенной общей краевой задачи для линейного дифференциального уравнения с малым параметром при старших производных; способствовать активизации научно- образовательной, мыслительной деятельности студентов; формировать навыки решения прикладных и научных задач;

- общая постановка изучаемой задачи. Для примера приведем общую постановку задачи, сформулированного в работе [55, с.78-84]:

В исследованиях К.А.Касымова, Д.Н.Нургабыл, М.К.Дауылбаева было исследовано асимптотическое поведение решений сингулярно возмущенных краевых и начальных задач с начальными скачками в случае, когда дополнительное характеристическое уравнение имело только корни с отрицательными вещественными частями. В данной работе рассматривается сингулярно возмущенная общая краевая задача в случае, когда дополнительное характеристическое уравнение наряду с корнями $\mu_k = 0$ имеет корни $\operatorname{Re}\mu_i < 0,\ \operatorname{Re}\mu_j > 0$.

В связи с этим рассмотрим следующую сингулярно возмущенную краевую задачу

$$L_\varepsilon y_\varepsilon \equiv \sum_{r=1}^{m} \varepsilon^r A_{n+r}(t) \frac{d^{n+r} y}{dt^{n+r}} + \sum_{k=0}^{n} A_k(t) \frac{d^k y}{dt^k} = h(t),\ \ 0 \le t \le 1, \qquad (2.2.1)$$

с общими краевыми условиями

$$L_i y \equiv \sum_{j=0}^{v_i} \alpha_{ij} y^{(j)}(0,\varepsilon) = a_i,\ i = \overline{1,l}, \quad H_i y \equiv \sum_{j=0}^{r_i} \beta_{ij} y^{(j)}(1,\varepsilon) = b_i,\ i = \overline{1,p}, \qquad (2.2.2)$$

где $\varepsilon > 0$- малый параметр, $\alpha_{ij}, \beta_{ij}, a_i, b_i$- известные постоянные, $v_i,\ r_i$-целые неотрицательные числа, $A_{n+m}(t) = 1$, линейные формы $L_i y$ от $y(0,\varepsilon), y'(0,\varepsilon), \ldots, y^{(m_i)}(0,\varepsilon)$, линейные формы $H_i y$ от $y(1,\varepsilon),\ y'(1,\varepsilon), \ldots, y^{(r_i)}(1,\varepsilon)$ линейно независимы, краевые условия (2.2.2) упорядочены относительно параметров r_i и m_i так, что $v_1 < v_2 < \ldots < v_l < n-1$, $r_1 < r_2 < \ldots < r_p < n-1$.

Потребуем выполнения следующих условий:

1⁰. Коэффициенты $A_i(t), i = 0,1,\ldots,n+m$ и правая часть $h(t)$ уравнения (1) достаточное число раз дифференцируемы на отрезке $0 \le t \le 1$.

2⁰. $A_n(t) \ne 0$ при $0 \le t \le 1$.

3⁰. Дополнительное характеристическое уравнение

$$\mu^m + A_{n+m-1}(t) \cdot \mu^{m-1} + \ldots + A_{n+1}(t) \cdot \mu + A_n(t) = 0$$

имеет m корней, различных между собой на отрезке $0 \le t \le 1$. Пусть среди этих корней имеется m_1 корней $\mu_1, \dots, \mu_{m_1}$ с отрицательными вещественными частями, и $m_2 = m - m_1$ корней $\mu_{m_1+1}, \dots, \mu_{m_1+m_2}$ с положительными вещественными частями, причем $m_1 < l, m_2 < p$, $l - m_1 = n_1$, $p - m_2 = n_2$.

4^0. справедливы неравенства: $\nu_1 < \nu_2 < ... < \nu_l < n-1$, $r_1 < r_2 < ... < r_p < n-1$, $\alpha_{n_1+i, \nu_{n_1+i}} \ne 0, i = \overline{1, m_1}$, $\beta_{n_2+i, r_{n_2+i}} \ne 0, i = \overline{1, m_2}$.

5^0. Справедливо $\bar{J}_0 = \det\|\sigma_{kj}\| \ne 0$. Здесь при $k = i,\ i = \overline{1, n_1},\ j = \overline{1, n},\ \ \sigma_{ij} = L_i u_{j0}$, а при $k = n_1 + i,\ i = \overline{1, n_2},\ j = \overline{1, n},\ \ \sigma_{n_1+i\,j} = H_i u_{j0}$, где $u_{j0}(t), j = \overline{1, n}$ - фундаментальная система решений уравнения

$$L_0 \bar{y} = \sum_{k=0}^{n} A_k(t) \frac{d^k \bar{y}}{dt^k} = 0. \qquad (2.2.3)$$

- Значимость изучения элективной дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений» определяется научными знаниями и практическим приложением химической кинетики, электротехники.

Далее, в содержании элективного курса приводится научный материал для изучения – «*Научно-знаниевый компонент»* элективной дисциплины.

Теперь, когда определен содержательный научно-знаниевый компонент, сформулирована цель и постановка изучаемой задачи элективной дисциплины возникает вполне определенный вопрос: а как достичь цели обучения? Какую методику преподавания учебного материала должны выбрать для изучения данной элективной дисциплины?

Как уже было выше сказано, обучение должно быть разумно доступным и основываться на уровне приемлемой строгости. Требование, о доступности изложения означает, прежде всего, простоту построения курса в целом, такой алгоритм изложения, при котором значительная часть внимания обращается на узловые вопросы, на новые идеи, и основные положения и методы, ради которых изучается данный курс. Второстепенные положения должны нести в себе вспомогательную роль и не требовать больших усилий для своего изучения.

Таким образом, научные знания тесно сочетаются с содержательными компонентами, представляемых элективных дисциплин, и с вопросом о том, какое из методов преподавания, возможных с научно-методической точки зрения, будет выбран для успешного усвоения студентами научных материалов.

Практика, цели и задачи обучения данной элективной дисциплины показывают, что для эффективного усвоения научного материала следует указать алгоритм ее изложения.

В связи с этим, для изложения элективной дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений» следует предложить сформулированные в [56, с.6766-6775] алгоритм исследования исходной краевой задачи как алгоритм изложения:

- *построение асимптотических оценок фундаментальной системы решений однородного возмущенного уравнения;*
- *построение начальных и граничных функций;*
- *установление оценок начальных и граничных функций;*
- *построение аналитического представления решения сингулярно возмущенной краевой задачи;*
- *получение асимптотической оценки искомого решения;*
- *построение решения невозмущенной краевой задачи;*
- *установление предельного перехода решения возмущенного уравнения к решению невозмущенного уравнения;*
- *установление характера роста производных по малому параметру и формул граничных скачков;*
- *выделение класса краевых задач, обладающих явлением граничных скачков.*

Затем, используя асимптотическое поведение решения сингулярно возмущенной краевой задачи с граничными скачками, осуществляется детальная разработка алгоритма, при помощи которого строится асимптотика решения краевой задачи и её производных с точностью до произвольного порядка.

Далее, для повышения мотивации студентов в обучении, указываем, что с помощью полученных результатов можем построить асимптотику решения краевой задачи и её производных с точностью до произвольного порядка.

Теперь выработаем методику изложения содержательного «Научно-знаниевого компонента».

Цели и задачи обучения данной элективной дисциплины позволяют выбрать методику изложения содержательного «Научно-знаниевого компонента». Это активные, алгоритмические, деятельностные методы обучения, которые обеспечивают эффективное усвоение современных научных знаний. Одним из видов деятельностного метода обучения является *проблемный метод обучения*, который формирует навыки проведения самостоятельного научного исследования. Для изучения научного материала элективной дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений», комбинируя алгоритмический и проблемный методы обучения, создадим алгоритм проблемных заданий. При этом на каждом шаге предложенного алгоритмического метода изложения содержится проблемное задание.

Таким образом, предлагаем следующий алгоритм проблемных заданий:

Проблемное задание 1:

«Установите асимптотические оценки фундаментальной системы решений однородного возмущенного уравнения».

Для решения этого задания преподавателями предлагается следующий возможный алгоритм решения проблемы (доказательство леммы [55, с.78-84]):

- Рассмотрите сингулярно возмущенное однородное уравнение:

$$L_\varepsilon y_\varepsilon = 0 \qquad (2.2.4)$$

и докажите существование фундаментальной системы решений уравнения (2.2.4);

- Ищите фундаментальную систему решений уравнения (2.2.4) в виде:

$$\tilde{y}_i(t,\varepsilon) = u_{i0}(t) + \varepsilon u_{i1}(t) + \ldots, i = 1,2,\ldots,n,$$

$$\tilde{y}_{n+r}(t,\varepsilon) = \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \mu_r(x)dx\right)\left(u_{n+r}(t) + \varepsilon u_{n+r+1}(t) + \ldots\right),$$

где функции $u_i(t,\varepsilon), i = 1,2,\ldots,n+m$ подлежат определению.

- Используя известные теоремы Шлезингера - Биркгофа -Нуайона докажите следующую лемму:

Лемма 1. *Пусть выполнены условия* 1^0 - 3^0. *Тогда для фундаментальной системы решений* $\tilde{y}_i(t,\varepsilon),\ i = \overline{1,n+m}$ *сингулярно возмущенного однородного уравнения (5) справедливы следующие асимптотические при* $\varepsilon \to 0$ *представления:*

$$\tilde{y}_i^{(q)}(t,\varepsilon) = u_{i0}^{(q)}(t) + O(\varepsilon),\ r = \overline{1,n},\ q = \overline{0,n+m-1},$$

$$\tilde{y}_{n+r}^{(q)}(t,s) = \frac{1}{\varepsilon^q}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \mu_r(x)dx\right)\left(u_{n+r}(t)\mu_r^q(t) + O(\varepsilon)\right),\ r = \overline{1,m},\ q = \overline{0,n+m-1},$$

где $u_{n+r}(t) \neq 0,\ t \in [0,1],\ u_{10}(t), u_{20}(t), \ldots, u_{n0}(t)$ - *фундаментальная система решений уравнения* (3).

- Докажите, что функции

$$y_i(t,\varepsilon) = \tilde{y}_i(t,\varepsilon),\ i = \overline{1,n}, \qquad y_{n+r}(t,\varepsilon) = \varepsilon^{n_1}\tilde{y}_{n+r}(t,\varepsilon),\ r = \overline{1,m_1},$$

$$y_{n+m_1+j}(t,\varepsilon) = \varepsilon^{n_2}\exp\left(-\frac{1}{\varepsilon}\int_0^1 \mu_{m_1+j}(x)dx\right)\tilde{y}_{n+m_1+j}(t,\varepsilon),\ j = \overline{1,m_2},$$

где $n_1 + n_2 = n,$ также образуют фундаментальную систему решений уравнения (2.2.4).

Проблемное задание 2:
«Постройте функцию Коши и начальные функции».
Преподавателями предлагается следующий алгоритм решения проблемы:

- Определите функцию Коши $K(t,s,\varepsilon)$ для уравнения (2.2.4) используя результаты работы [56, с. 6766-6775];
- Определите начальные функции $K_0(t,s,\varepsilon),\ K_1(t,s,\varepsilon),$ используя свойства:

1) $K(t,s,\varepsilon) = K_0(t,s,\varepsilon) + K_1(t,s,\varepsilon)$.
2) $K_0(t,s,\varepsilon),\quad K_1(t,s,\varepsilon)$ являются непрерывными функциями t и s вместе с производными до $n+m$ - го порядка включительно, и как функция переменной t при $t \neq s$ удовлетворяют однородному уравнению (2.2.4), а при $t = s$ удовлетворяют условиям

$$K_{0t}^{(j)}(s,s,\varepsilon) + K_{1t}^{(j)}(s,s,\varepsilon) = 0,\ j = \overline{0, n+m-2},\ K_{0t}^{(n+m-1)}(s,s,\varepsilon) + K_{1t}^{(n+m-1)}(s,s,\varepsilon) = 1.$$

Проблемное задание 3:
«Постройте граничные функции».
Преподавателями предлагается следующий возможный алгоритм решения проблемы:

- Рассмотрите определитель

$$J(\varepsilon) = \begin{vmatrix} L_1 y_1 \quad L_1 y_2 \ldots L_1 y_{n+m} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ L_l y_1 \quad L_l y_2 \ldots L_l y_{n+m} \\ H_1 y_1 \quad H_1 y_2 \ldots H_1 y_{n+m} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ H_p y_1 \quad H_p y_2 \ldots H_p y_{n+m} \end{vmatrix};$$

- Используя асимптотические оценки фундаментальной системы решений уравнения (2.2.4) установите асимптотические оценки элементов определителя $J(\varepsilon)$;
- Установите асимптотическую оценку определителя $J(\varepsilon)$;
- Введите в рассмотрение граничную функцию

$$\Phi_i(t,\varepsilon) = \frac{J_i(t,\varepsilon)}{J(\varepsilon)},\ i = 1,\ldots,n+m,$$

где $J_i(t,\varepsilon)$- определитель, полученный из $J(\varepsilon)$ заменой i строки строкой $y_1(t,\varepsilon),\quad y_2(t,\varepsilon),\cdots,y_{n+m}(t,\varepsilon)$.

- Докажите, что граничные функции удовлетворяет уравнению (2.2.4) и краевым условиям

$$L_i\Phi_k=\sum_{j=0}^{v_i}\alpha_{ij}\Phi_k^{(j)}(0,\varepsilon)=\begin{cases}1,\ k=i,\quad i=\overline{1,l}\ ,\\ 0,\ k\neq i,\ i=\overline{1,l},\ \ k=\overline{1,n+m},\end{cases}$$

$$H_i\Phi_k=\sum_{j=0}^{r_i}\beta_{ij}\Phi_k^{(j)}(1,\varepsilon)=\begin{cases}1,\ k=l+i,\quad i=\overline{1,p},\\ 0,\ k\neq l+i,\ i=\overline{1,p},\ \ k=\overline{1,n+m}.\end{cases}$$

Проблемное задание 4:

«Установите асимптотические оценки начальных и граничных функций».

Решение этих заданий содержится в следующих леммах.

Лемма 2. Пусть выполнены условия 1^0-4^0. Тогда при достаточно малых ε, для начальных функций $K_0(t,s,\varepsilon),\ K_1(t,s,\varepsilon)$, при $0\le t,s\le 1$ справедливы оценки:

$$K_o^{(q)}(t,s,\varepsilon)=\varepsilon^m\left(\frac{\overline{W}_o^{(q)}(t,s)}{\overline{W}(s)A_n(s)}+\varepsilon^{n-1-q}\frac{\omega_{m_1}^{(q)}(t,s)}{\omega(s)}+O\left(\varepsilon+\varepsilon^{n-q}\frac{\omega_{m_1}^{(q)}(t,s)}{\omega(s)}\right)\right).$$

$$K_1^{(q)}(t,s,\varepsilon)=\varepsilon^m\left(\frac{\overline{W}_1^{(q)}(t,s)}{\overline{W}(s)A_n(s)}+\varepsilon^{n-1-q}\frac{\omega_{m_2}^{(q)}(t,s)}{\omega(s)}+O\left(\varepsilon+\varepsilon^{n-q}\frac{\omega_{m_2}^{(q)}(t,s)}{\omega(s)}\right)\right).$$

Преподавателями предлагается следующий возможный алгоритм решения проблемы:

- Установите асимптотическую оценку определителя $\overline{J}_i^{(q)}(t)$;

- Используя асимптотические оценки для определителей $J(\varepsilon)$ и $\overline{J}_i^{(q)}(t)$, оцените начальные функции $K_0(t,s,\varepsilon),\ K_1(t,s,\varepsilon)$.

Лемма 3. Пусть выполнены условия 1^0-4^0. Тогда при достаточно малых ε, для граничных функций $\Phi_i^{(q)}(t,\varepsilon)$ при $0\le t\le 1$ справедливы оценки:

$$\Phi_i^{(q)}(t,\varepsilon)=\frac{\overline{J}_i^{(q)}(t)}{\overline{J}_0}+\frac{\varepsilon^{v_{n_1+1}}}{\varepsilon^q}\cdot\frac{M_{10}^{(q)}(t,\varepsilon)}{\alpha_{n_1+1,v_{n_1+1}}M_0}\left(-\frac{\overline{J}_i^{(n_1+1)}(0)}{\overline{J}_0}+O(\varepsilon)\right)+$$

$$+\frac{\varepsilon^{r_{n_2+1}}}{\varepsilon^q}\cdot\frac{M_{11}^{(q)}(t,\varepsilon)}{\beta_{n_2+1,r_{n_2+1}}M_1}\left(-\frac{\overline{J}_i^{(n_2+1)}(1)}{\overline{J}_0}+O(\varepsilon)\right),\quad i=\overline{1,n_1},\quad q=0,1,\dots,n+m-1;$$

$$\Phi_{n_1+m_1+i}^{(q)}(t,\varepsilon)=\frac{\overline{J}_{n_1+i}^{(q)}(t)}{\overline{J}_0}+\frac{\varepsilon^{v_{n_1+1}}}{\varepsilon^q}\cdot\frac{M_{10}^{(q)}(t,\varepsilon)}{\alpha_{n_1+1,v_{n_1+1}}M_0}\left(-\frac{\overline{J}_{n_1+i}^{(n_1+1)}(0)}{\overline{J}_0}+O(\varepsilon)\right)+$$

$$+\frac{\varepsilon^{r_{n_2+1}}}{\varepsilon^q}\cdot\frac{M_{11}^{(q)}(t,\varepsilon)}{\beta_{n_2+1,r_{n_2+1}}M_1}\left(-\frac{\bar{J}_{n_1+i}^{(n_2+1)}(1)}{\bar{J}_0}+O(\varepsilon)\right),\quad i=\overline{1,n_2},\quad q=0,1,...,n+m-1;$$

$$\Phi_{n_1+i}^{(q)}(t,\varepsilon)=\frac{\varepsilon^{\nu_{n_1+i}}}{\varepsilon^{\nu_{n_1}}\alpha_{n_1+i,\nu_{n_1+i}}}\left(\frac{M_{0i}^{(n_1)}}{M_0}\frac{\bar{J}_n^{(q)}(t)}{\bar{J}_0}+\frac{\varepsilon^{\nu_{n_1}}}{\varepsilon^q}\cdot\frac{M_{0i}^{(q)}(t,\varepsilon)}{M_0}\big(1+O(\varepsilon)\big)+O(\varepsilon)\right);$$

$$i=1,...,m_1;\quad q=0,1,...,n+m-1$$

$$\Phi_{n+m_1+i}^{(q)}(t,\varepsilon)=\frac{\varepsilon^{r_{n_2+i}}}{\varepsilon^{r_{n_2}}\beta_{n_2+i,r_{n_2+i}}}\left(\frac{M_{1i}^{(n_1)}}{M_1}\frac{\bar{J}_n^{(q)}(t)}{\bar{J}_0}+\frac{\varepsilon^{\nu_{n_2}}}{\varepsilon^q}\cdot\frac{M_{1i}^{(q)}(t,\varepsilon)}{M_1}\big(1+O(\varepsilon)\big)+O(\varepsilon)\right),$$

$$i=1,...,m_2;\quad q=0,1,...,n+m-1.$$

Преподавателем предлагается следующий алгоритм решения проблемы:

- Установите асимптотическую оценку определителя Вронского $W(t,\varepsilon)$ фундаментальной системы решений уравнения (2.2.4);
- Установите асимптотические оценки для определителей $W_0(t,s,\varepsilon)$ и $W_1(t,s,\varepsilon)$;
- Используя асимптотические оценки определителей $W(t,\varepsilon)$, $W_0(t,s,\varepsilon)$ и $W_1(t,s,\varepsilon)$, оцените начальные функции $K_0(t,s,\varepsilon),\ K_1(t,s,\varepsilon)$.

Проблемное задание 5:
«Построить решение сингулярно возмущенной общей краевой задачи (2.2.1), (2.2.2)».

Решение этого задания содержится в следующей теореме.

Теорема 1. Пусть выполнены условия 1^0-5^0. Тогда неоднородная краевая задача (2.2.1), (2.2.2) имеет единственное решение, задаваемое формулой

$$y(t,\varepsilon)=\sum_{k=1}^{l}a_k\Phi_k(t,\varepsilon)+\sum_{k=1}^{p}b_k\Phi_{l+k}(t,\varepsilon)+$$

$$+\sum_{k=1}^{l}\Phi_k(t.\varepsilon)\frac{1}{\varepsilon^m}\sum_{j=0}^{\nu_k}\alpha_{kj}\int_0^1K_1^{(j)}(0,s,\varepsilon)F(s)ds-$$

$$-\sum_{k=1}^{p}\Phi_{l+k}(t.\varepsilon)\frac{1}{\varepsilon^m}\sum_{j=0}^{r_k}\beta_{kj}\int_0^1K_0^{(j)}(1,s.\varepsilon)F(s)ds+ \qquad (2.2.5)$$

$$+\frac{1}{\varepsilon^m}\int_0^tK_0(t,s,\varepsilon)F(s)ds-\frac{1}{\varepsilon^m}\int_t^1K_1(t,s,\varepsilon)F(s)ds,$$

где

$$\Phi_i(t,\varepsilon)=\frac{J_i(t,\varepsilon)}{J(\varepsilon)},\, i=1,...,n+m,\, q=0,1,...,n+m-1$$

граничные функции, а

$$K_0(t,s,\varepsilon)=\frac{W_0(t,s,\varepsilon)}{W(s,\varepsilon)},\quad K_1(t,s,\varepsilon)=\frac{W_1(t,s,\varepsilon)}{W(s,\varepsilon)}$$

начальные функции, где $W_0(t,s,\varepsilon)$ *и* $W_1(t,s,\varepsilon)$ *- определители* $n+m$*-го порядка, которые получаются из* $W(s,\varepsilon)$ *заменой* $n+m$*-ой строки соответственно строками*

$$y_1(t,\varepsilon),...,y_{n_1}(t,\varepsilon),\quad \underbrace{0,\dots,0}_{n_2},\quad y_{n+1}(t,\varepsilon),...,y_{n+m_1}(t,\varepsilon),\ \underbrace{0,\dots,0}_{m_2},$$

$$\underbrace{0,\dots,0}_{n_1},\, y_{n_1+1}(t,\varepsilon),...,y_{n_1+n_2}(t,\varepsilon),\, \underbrace{0,\dots,0}_{m_1},\, y_{n+m_1+1}(t,\varepsilon),\dots,y_{n+m}(t,\varepsilon).$$

Преподавателем предлагается следующий алгоритм решения проблемы (доказательство теоремы):

- Найдите методом Лагранжа частное решение возмущенного линейного неоднородного уравнения (2.2.1);
- Выразите найденное частное решение с помощью начальных функций;
- Используя структуру общего решения неоднородного уравнения, методом неопределенных коэффициентов, найдите решение исходной краевой задачи (2.2.1), (2.2.2);
- Выразите найденное решение с помощью граничных функций;
- Убедитесь, что найденное решение является решением краевой задачи (2.2.1), (2.2.2);
- Докажите, что найденное решение является единственным решением краевой задачи (2.2.1), (2.2.2).

Проблемное задание 6:

«Установите асимптотическую оценку искомого решения».

Предлагается следующий возможный алгоритм решения проблемы:

- Используя асимптотические оценки начальных функций, оцените следующие интегралы:

$$\frac{1}{\varepsilon^m}\sum_{j=0}^{\nu_k}\alpha_{kj}\int_0^1 K_1^{(j)}(0,s,\varepsilon)F(s)ds;\ \frac{1}{\varepsilon^m}\sum_{j=0}^{r_k}\beta_{kj}\int_0^1 K_0^{(j)}(1,s.\varepsilon)F(s)ds;$$

$$\frac{1}{\varepsilon^m}\int_0^t K_0(t,s,\varepsilon)F(s)ds;\ \frac{1}{\varepsilon^m}\int_t^1 K_1(t,s,\varepsilon)F(s)ds; \qquad (2.2.6)$$

- Используя асимптотические оценки граничных функций и (2.2.6) из (2.2.5) определите асимптотические оценки решения краевой задачи (2.2.1), (2.2.2).

Проблемное задание 7:

«Постройте решение вырожденной задачи».

Предлагается следующий возможный алгоритм решения проблемы:

- Из вида асимптотической оценки решения краевой задачи (2.2.1), (2.2.2) определите краевые условия для невозмущенного уравнения:

$$L_0\bar{y} = F(t), \qquad (2.2.7)$$

- Сформулируйте вырожденную задачу;
- Докажите существование фундаментальной системы решений однородного невозмущенного уравнения:

$$L_0\bar{y} = 0, \qquad (2.2.8)$$

- Постройте начальные и граничные функции для вырожденной задачи;
- Постройте решение вырожденной краевой задачи.

Проблемное задание 8:

«Установите предельный переход решения возмущенного уравнения к решению невозмущенного уравнения».

Решение этого задания является следствием следующей теоремы:

Теорема 2. Пусть выполнены условия 1^0-5^0. Тогда при достаточно малых $\varepsilon > 0$ для разности между решением $y(t,\varepsilon)$ задачи (2.2.1),(2.2.2), и решением $\bar{y}(t)$ вырожденной задачи на отрезке $0 \le t \le 1$ справедливы следующие оценки

$$\left| y^{(q)}(t,\varepsilon) - \bar{y}^{(q)}(t) \right| \le C\left(\varepsilon + \varepsilon^{\nu_{n_1+1}-q} \exp\left(-\frac{\nu t}{\varepsilon} \right) + \varepsilon^{r_{n_2+1}-q} \exp\left(-\frac{\nu(1-t)}{\varepsilon} \right) \right). \qquad (2.2.9)$$

Предлагается следующий возможный алгоритм решения проблемы:

- имея в виду асимптотические оценки граничных функций, разбейте правую часть формулы (2.2.5) на десять слагаемых;
- используя оценки интегралов (2.2.6) и, учитывая оценки граничных функций, установите справедливость оценки (2.2.9);
- установите предельный переход решения возмущенного уравнения к решению невозмущенного уравнения.

Проблемное задание 9:

«Установите характер роста производных по малому параметру и формул граничных скачков».

Предлагается следующий возможный алгоритм решения проблемы:

- Найдите $y^{(q)}(0,\varepsilon)$ и $y^{(q)}(1,\varepsilon)$;
- Используя предельный переход решения возмущенного уравнения к решению невозмущенного уравнения, установите, что предельные переходы не являются равномерными в окрестности точки $t = 0$ при $q = \nu_{n_1+1},\dots,n+m-1,$ и в окрестности точки $t = 1$ при $q = r_{n_2+1},\dots,n+m-1;$
- Установите, что производные решения сингулярно возмущенной краевой задачи (2.2.1), (2.2.2) будут иметь следующий характер роста в окрестностях точек $t = 0$ и $t = 1$:

$$y^{(v_{n_1+1}+j)}(0,\varepsilon) = \frac{M_{10}^{v_{n_1+1}+j}}{\varepsilon^j M_0}\left(a_{n_1+1} - L_{n_1+1}\bar{y}(0) + O(\varepsilon)\right), \quad j = \overline{1, n+m-1-v_{n_1+1}},$$

$$y^{(r_{n_2+1}+j)}(1,\varepsilon) = \frac{M_{11}^{r_{n_2+1}+j}}{\varepsilon^j M_1}\left(b_{n_2+1} - H_{n_2+1}\bar{y} + O(\varepsilon)\right), \quad j = \overline{1, n+m-1-r_{n_2+1}},$$

- Установите, что формулы граничных скачков решения сингулярно возмущенной краевой задачи (2.2.1), (2.2.2) в окрестностях точек $t = 0$ и $t = 1$.

Проблемное задание 10:

«Выделите классы краевых задач, обладающих явлением граничных скачков».

Предлагается следующий возможный алгоритм решения проблемы:

- Обратите внимание на параметры v_{n_1+1} и r_{n_2+1} в соответствующих краевых условиях;

- Обратите внимание на формулы граничных скачков относительно параметров v_{n_1+1} и r_{n_2+1};

- Выделите классы краевых задач, обладающих явлением граничных скачков.

Таким образом, весь учебный материал с научным содержанием согласно алгоритму изложения разделен на *проблемные задания*. Последовательность проблемных заданий удовлетворяет принципу преемственности, последовательности и систематичности, профессиональной направленности, доступности обучения.

Причем, в основу методики решения проблемных заданий заложены логически завершенные алгоритмы. Здесь предполагается, что вопросы усвоения студентами проблемных заданий не сводится только к применению и выполнению заранее предложенных логически завершенных алгоритмов. Причем, при обучении студентов научным знаниям, представленным отдельными проблемными заданиями, нельзя заботиться только лишь логически строгим изложением научных материалов, сведя их к формальному изложению лемм, теорем, утверждений и их доказательств. А необходимо как на лекционных, так и на практических занятиях уделять пристальное внимание вопросам усвоения, построения, решения и исследования модельных примеров и упражнений, иллюстрировать применение изучаемых методов на конкретных задачах и примерах.

В связи с этим, рассмотрим вопросы усвоения и методики изложения учебных материалов, представленных проблемными заданиями**,** посредством содержательных компонентов**.**

Одним из эффективных методов мотивации сознательного изучения и усвоения учебных материалов является объективная оценка достигнутых результатов усвоения студентами учебных материалов. Для этого необходимо определить, на каком уровне усвоено содержание учебного материала: на уровне ознакомления, понимания, или на профессионально-продуктивном уровне, или на уровне осуществления логических операций, т.е. на вариативном уровне или на системообразующем уровне.

Так, например, для определения уровня усвоения студентами учебных материалов элективной дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений» можно использовать содержательный «*Оценочный компонент*». Составляющими элементами этого компонента является:

1) система вопросов и заданий для самопроверки и самоконтроля (в этом случае студент сам, или сокурсник определяет свой или соответственно у сокурсника уровень усвоения учебного материала).

При этом одним из основных навыков, которые должны приобрести студенты из процесса изучения элективных дисциплин, является потребность в самоконтроле и внимательной проверке своих мыслительных действий. Анализ показывает, что даже на старших курсах многие студенты не могут найти допущенные ими очевидные ошибки, как на этапах доказательства утверждений, так и в ходе решения простейших задач. Для развития потребности и умения студента самокритично относиться к результатам своей деятельности, необходимо сначала научить ходить ошибки у сокурсников. Эта методика формирует у студентов навыки по осуществлению критериального оценивания достижений учеников.

Например, для самоконтроля по материалам первого проблемного задания студентам можно предложить следующие задания:

- *сформулируйте теорему о существовании фундаментальной системы решений линейных однородных обыкновенных дифференциальных уравнений;*
- *сформулируйте утверждение о существовании фундаментальной системы решений возмущенного однородного уравнения;*
- *напишите асимптотические при* $\varepsilon \to 0$ *представления для фундаментальной системы решений* $\tilde{y}_i(t,\varepsilon),\ i=\overline{1,n+m}$ *сингулярно возмущенного однородного уравнения.*

2) Система диагностических заданий к рубежным контрольным мероприятиям (в этом случае преподаватель сам определяет уровень усвоения студентами учебного материала).

Например, для определения уровняя достижения знаний студентов по построению решения сингулярно возмущенной общей краевой задачи можно предложить следующую систему диагностических заданий к рубежным контрольным мероприятиям:

- *опишите алгоритм построения решения сингулярно возмущенных общих краевых задач, обладающих явлениями граничных скачков* (1-рубежный контроль по материалам 2-5 проблемных заданий);

- *приведите пример сингулярно возмущенной общей краевой задачи, которая обладает явлением граничных скачков. Постройте решение этой краевой задачи, согласно выше описанному алгоритму. Сравните построенное решение с точным решением рассматриваемого примера* (1-рубежный контроль);

- *опишите алгоритм установления асимптотических оценок и исследования асимптотического поведения решения сингулярно возмущенных общих краевых задач, обладающих явлениями граничных скачков. Сформулируйте вырожденную задачу. Напишите формулы граничных скачков.* (2-рубежный контроль по материалам 6-10 проблемных заданий)

- *Согласно вышеописанному алгоритму исследуйте асимптотическое поведение решения построенного примера. Сформулируйте вырожденную задачу для этого примера. Вычислите величины граничных скачков.* (2-рубежный контроль)

3) Система коррекционных заданий. Такие задания составляются после проведения текущих и рубежных контрольных мероприятий.

4) Минимальный объем знаний, обязательного для усвоения всеми студентами в процессе изучения элективной дисциплины. Такие требования определяются в силлабусах учебных дисциплин.

Таким образом, система заданий «Оценочного компонента» удовлетворяет принципам доступности и посильности, *соответствия социальному заказу,* профессиональной направленности обучения.

В вопросах усвоения научных материалов и в методике формирования профессиональных компетенций особое место занимает *когнитивно-деятельностный компонент.* Это: уровневые задачи и упражнения; логические задачи; система учебных заданий для самостоятельного выполнения; задания, направленные на интегрирование научных знаний, полученное в рамках одной или нескольких дисциплин; практические задачи окружающего мира; система заданий и вопросов для закрепления и систематизации освоенных знаний; проблемные задачи; постановка задачи; система заданий для подготовки к последующим занятиям.

Эти задания и упражнения развивают мыслительные способности студентов, способствуют формированию знаний, умений, навыков, необходимых для профессиональной деятельности будущих учителей-математиков.

Система заданий должна не только содержать задачи на формирование профессиональных знаний, умений и навыков, но и способствовать формулированию какие-то выводы из выполненных заданий, так как студент, занятый решением конкретной задачи, не всегда обращает внимание на выводов, следующие из решений этих задач. Следовательно, преподавателю необходимо подобрать такие способы решения задач, которые развивали бы логическое мышление студента, формировали бы его исследовательские навыки, обучали бы его делать определенные выводы из решенных задач.

Действительно, между исходными данными задачи и процессом ее решения лежит мыслительная деятельность студента. По этому вопросу психологи утверждают, что такому мышлению можно научить.

Поэтому, система заданий должна содержать не просто набор, каких-то задач и ответов, а должна содержать необходимые указания, применимые к определенному классу задач. Тем самым мы направляем мышление студента в нужное русло.

Практика показывает, что для эффективного усвоения научного материала следует использовать составляющие элементы ключевого содержательного когнитивно-деятельностного компонента в тех или иных комбинациях.

Теперь непосредственно рассмотрим основные составляющие когнитивно-деятельностного компонента.

1) Уровневые задачи и упражнения. Система уровневых задач создает условие для эффективного осуществления принципа дуальности обучения, должна удовлетворять принципам доступности, преемственности, последовательности и систематичности обучения.

Научно обоснованная организация процесса обучения в современном вузе предполагает использование дифференцированного метода обучения с использованием уровневых заданий. Дифференцированное обучение студентов создает благоприятные условия к деятельностно-исследовательскому труду, всестороннему развитию личности, отвечает научно-образовательным потребностям студента в соответствии с его профессиональными способностями и интересами. В частности, в обучении высшей математике технология дифференциации занимает важное место. Это предопределено спецификой математических дисциплин: у одних студентов усвоение высшей математики сопряжено с большими трудностями, а у других с небольшими трудностями, а у некоторых четко проявляются математические способности к осознанному изучению этой дисциплины.

Смысл дифференциации в вузе заключается в том, что она основана на применении технологии дифференциации, как в оценке учебных достижений студентов, так и в уровневой дифференциации учебных заданий.

Дифференциация учебных заданий позволяет студентам выбирать свой уровень обучения. В связи с этим, возникает вопрос, на сколько уровней можно дифференцировать учебные задания? Практика показывает, что более приемлемым является четырехуровневая дифференциация учебных заданий, соответствующая уровням усвоения студентами учебных материалов.

Легкий уровень - обязательный, минимальный. Выполнение студентами учебных заданий этого уровня соответствует минимальным требованиям образовательной программы. При составлении заданий для этого уровня преподаватель конструирует задания репродуктивного характера, которые аналогичны стандартным задачам, рассмотренным ранее. При этом студенты при выполнении этих заданий по случайным признакам должны узнавать, понимать, воспроизводить основные положения, свойства соответствующей темы.

Средний уровень - массовый. Задания этого уровня должны быть ориентированы на основную массу студентов определенной группы. В этом случае выбираются задания на профессионально-продуктивном уровне. Это означает, при осознанном выполнении заданий этого уровня у студентов формируются профессиональные умения и навыки, способы и алгоритмы применять освоенные знания при постановке и решении математических и прикладных задач. Это умение помогает творчески осуществлять свою профессиональную деятельность. При этом студенты должны уметь свободно использовать ранее приобретенные знания путем тождественного преобразования, соответствующего дополнению и приобретению ее логически правильно построенных продолжений. Это поиск рациональных решений, исходя из начальных данных.

Сложный уровень - творческий. При правильном выполнении студентами заданий этого уровня студенты самостоятельно применяют свои приобретенные знания в разнообразных учебно-исследовательских задачах и педагогических ситуациях; у них формируются способности формулировать проблемы, выбрать алгоритм решения поставленной задачи, решить ее; у студентов проявляется мотивация к новым знаниям. В этом случае задания для этого уровня должны носить как прикладной, так и исследовательский характер. К заданиям этого уровня относится так же тематика курсовых работ.

Системообразующий уровень. При правильном выполнении студентами заданий этого уровня у студентов формируется системное представление освоенных научных знаний. Обучение на этом уровне предполагает, что студенты могут провести сравнительный анализ научно-исследовательских работ, моделировать новые явления и реальные процессы успешно комбинируя различные применения освоенных учебных и научных знаний. Задания этого уровня должны устанавливать, как междисциплинарные, так и внутри дисциплинарные связи. К заданиям этого уровня относятся, также задания к дипломным работам.

Например, при изучении рассматриваемого элективного курса для иллюстрации составления уровневых заданий рассмотрим проблемное задание 2 из последовательности проблемных заданий.

С этой целью предварительно дадим следующее определение.

Определение [55,56]. Функция $K(t,s,\varepsilon)$, определенная при $0 \le s,t \le 1$, называется функцией Коши уравнения (5), если она по t удовлетворяет однородному уравнению (5), и при $t = s$ начальным условиям

$$K^{(j)}(s,s,\varepsilon) = 0, \quad j = \overline{0, n+m-2}, \quad K^{(n+m-1)}(s,s,\varepsilon) = 1. \qquad (2.2.10)$$

Теперь составим уровневые задачи:

a) Легкий уровень:

Докажите, что функция

$$K(t,s,\varepsilon)=W(t,s,\varepsilon)/W(s,\varepsilon), \qquad (2.2.11)$$

где $W(t,s,\varepsilon)$ *– определитель* $n+m$*-го порядка, получаемый из вронскиана* $W(s,\varepsilon)$ *заменой* $n+m$*-ой строки фундаментальной системой решений* $y_1(t,\varepsilon)$, $y_2(t,\varepsilon)$,..., $y_{n+m}(t,\varepsilon)$ *уравнения* (2.2.4) *является функцией Коши уравнения* (2.2.4).

b) Средний уровень:

Докажите следующую теорему.

Теорема. Пусть выполнены условия 1^0*-*3^0*. Тогда при достаточно малых* ε *функция Коши* $K(t,s,\varepsilon)$ *при* $0\le t,s\le 1$ *существует, единственно и выражается формулой* (2.2.11).

c) Сложный уровень:

Докажите следующую теорему.

Теорема. Пусть выполнены условия 1^0*-*3^0*. Тогда при достаточно малых* ε *функция Коши* $K(t,s,\varepsilon)$ *при* $0\le t,s\le 1$ *существует, единственно, выражается формулой* (2.2.11)*, причем функция Коши* $K(t,s,\varepsilon)$ *не зависит от выбора фундаментальной системы решений* $y_1(t,\varepsilon)$, ... , $y_{n+m}(t,\varepsilon)$ *уравнения* (2.2.4).

d) Системообразующий уровень:

Рассматривается следующее уравнение

$$\varepsilon^2 y''' + \varepsilon a(t)y'' + b(t)y' + c(t)y = 0, \qquad (2.2.12)$$

где коэффициенты $a(t), b(t), c(t)$ *непрерывны на отрезке* $[0,1]$.

Выполните следующие задания:

- *Докажите, что уравнение* (2.2.12) *имеет фундаментальную систему решений;*
- *Найдите асимптотические представления решений уравнения* (2.2.12) *при достаточно малых* ε*, которые образуют фундаментальную систему решений уравнения (2.2.12);*
- *Методом неопределенных коэффициентов для уравнения (2.2.12) найдите аналитическую форму функции Коши* $K(t,s,\varepsilon)$*;*
- *Докажите теорему.*

Теорема. Для уравнения (2.2.12) при достаточно малых ε *функция Коши* $K(t,s,\varepsilon)$ *при* $0\le t,s\le 1$ *существует, единственно, выражается формулой* (2.2.11)*, причем функция Коши* $K(t,s,\varepsilon)$ *не зависит от выбора фундаментальной системы решений* $y_1(t,\varepsilon), y_2(t,\varepsilon), y_3(t,\varepsilon)$ *уравнения* (2.2.12).

2) Логические задачи и упражнения. Развитие логического мышления студентов осуществляется при изучении всех дисциплин высшей математики. В частности, изучение элективных дисциплин в значительной степени создает условия развития логически обоснованного мышления студентов, что обусловлено, прежде всего, содержанием научных материалов, освоение которых требует правильно построенных алгоритмических, логических способов мышления. Логическими задачами являются обратные, алгоритмические задачи, задачи на доказательство тех, или иных утверждений и.т.п.

Составленная система логических задач должна создать условие для эффективного осуществления принципа дуальности обучения, удовлетворять в основном принципам научности, профессиональной направленности обучения, а также принципу единства учебной и исследовательской деятельности студентов.

Теперь приведем примеры на логические задачи:

- *Докажите теорему.*

Теорема. Для уравнения (2.2.12) при достаточно малых ε граничная функция $\Phi_i(t,\varepsilon)$ при $0 \le t \le 1$ существует, единственно, выражается формулой

$$\Phi_i(t,\varepsilon) = \frac{J_i(t,\varepsilon)}{J(\varepsilon)}, i = 1,2,3,$$

где $J_i(t,\varepsilon)$- определитель, полученный из $J(\varepsilon)$ заменой i строки строкой $y_1(t,\varepsilon), y_2(t,\varepsilon), y_3(t,\varepsilon)$, которая состоит из фундаментальной системы решений уравнения (2.2.12).

В этой теореме доказательство существования и единственности граничных функций не является очевидным, и требует выработки определенного алгоритма исследования.

- *При каких значениях параметра λ существует единственное решение краевой задачи*

$$\varepsilon y'' + y' + y = \lambda,\ y(0,\varepsilon) = -1,\ y(1,\varepsilon) = 1, \qquad (2.2.13)$$

В этом задании решается обратная задача с позиции сингулярно возмущенной краевой задачи.

Таким образом, предложенные две задачи являются логическими. Эти задачи способствуют развитию у студента логического мышления.

3) Система учебных заданий для самостоятельного выполнения.

В данном случае, под системой учебных заданий, прежде всего, подразумеваем совокупность, методически взаимосвязанных и подчиненных общей цели усвоения учебного материала, задач и примеров для самостоятельного выполнения. В ином случае это будет просто некоторый набор каких-то заданий.

Например, для формирования гармонично развитой личности необходимо включить в систему учебных заданий для самостоятельного выполнения учебные задания проблемно-поискового характера.

При построении системы учебных заданий для самостоятельного выполнения следует руководствоваться следующими требованиями:

1. Система учебных заданий для самостоятельного выполнения должна обеспечивать формирование гармонично развитой личности, усвоение студентами профессиональных знаний и умений, развитие у них познавательных способностей, формирование самостоятельности в приобретении и применении знаний.
2. Система учебных заданий для самостоятельного выполнения должна удовлетворять принципам обучения, направленным на развитие личности будущего учителя математики, навыков самостоятельной работы студентов, а также принципам доступности, систематичности и профессиональной направленности обучения.

Построим систему примеров для самостоятельного выполнения:

Пример 1. Докажите, что однородная краевая задача

$$y''=0,\ y(0)=0,\ y'(0)=0$$

имеет лишь тривиальное решение $y\equiv 0$.

Решение. Интегрируя уравнение $y''=0$, получаем

$$y=c_1x+c_2.$$

Подставляя это в исходное краевое условие, находим, что $c_1=0,\ c_2=0.$ С учетом этих значений функция $y=c_1x+c_2$ примет вид

$$y\equiv 0.$$

Следовательно, краевая задача имеет лишь тривиальное решение.

Пример 2. Для краевой задачи

$$y''=\ f(x)\quad ,\ y(0)=0,\quad y'(0)=0$$

постройте функцию Грина.

Решение. Соответствующая однородная краевая задача согласно примеру 1

$$y''=0,\ y(0)=0,\ y'(0)=0$$

имеет лишь тривиальное решение $y\equiv 0$. Следовательно, для исходной краевой задачи существует единственная функция Грина $G(t,s)$.

Теперь, используя свойства функции Грина для искомой функции $G(t,s)$, получим задачу:

$$G''_{tt}(t,s)=0,\ G(0,s)=0,\ G(1,s)=0,\ 0\le t\le 1,\ t\ne s,$$
$$G'(s+0,s)-G(s-0,s)=1.$$

Интегрируя уравнение $G''_{tt}(t,s)=0$ один раз, находим

$$G'_t(t,s)=\begin{cases} c_1, & \text{если}\ 0\le t\le s,\\ c_2, & \text{если}\ s\le t\le 1.\end{cases}$$

Здесь, $c_1\ne c_2$, так как по условию производная $G'_t(t,s)$ терпит разрыв при $t=s.$ Далее, интегрируя $G'_t(t,s)$, получаем

$$G(t,s)=\begin{cases} c_1x+c_3, & \text{если } 0\le t\le s,\\ c_2x+c_4, & \text{если } s\le t\le 1.\end{cases}$$

Поскольку функция $G(t,s)$ по определению непрерывна, то должно выполняться условие

$$c_1s+c_3=c_2s+c_4.$$

Теперь используя исходное краевое условие для функции $G(t,s)$ получим

$$c_3=0,\ c_2+c_4=0.$$

Условия скачка производной при $t=s.$ приобретает вид

$$c_2-c_1=1.$$

Отсюда имеем

$$c_1=s-1, s_2=s,\ s_3=0,\ c_4=-s.$$

Подставив эти значения в искомую функцию Грина $G(t,s)$ получаем

$$G(t,s)=\begin{cases} (s-1)x, & \text{если } 0\le t\le s,\\ s(x-1), & \text{если } s\le t\le 1.\end{cases}$$

Пример 3. Докажите, что самосопряженная однородная краевая задача

$$y''+y=0,\ y(0)+y'(0)=0,\ y'(\pi)=0$$

имеет лишь тривиальное решение $y\equiv 0$. *Для этой задачи постройте функцию Грина.*

Решение. Общее решение данного однородного дифференциального уравнения выглядит следующим образом:

$$y=C_1\cos t+C_2\sin t.$$

Подставляя это выражение в исходное краевое условие, получаем систему уравнений:

$$c_1+c_2=0,\ -c_2=0.$$

Отсюда следует, что однородная краевая задача имеет только лишь тривиальное решение $y\equiv 0$.

Существование функции Грина можно доказать прямым построением функции Грина:

$$G(t,s)=\begin{cases} \cos s(\cos t-\sin t), & 0\le t\le s,\\ (\cos s-\sin s)\cos t, & s\le t\le \pi,\end{cases}$$

Построенная таким образом функция удовлетворяет всем условиям функции Грина.

Таким образом, предложенная система учебных заданий-примеров для самостоятельного выполнения способствует формированию профессиональных знаний и умений, развитию у них познавательных способностей, самостоятельности в приобретении и применении знаний.

4) Задания, направленные на интегрирование научных знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин.

В условиях повышенной потребности результатов научной деятельности в различных отраслях производства часто возникает необходимость в усилении интеграции соответствующих научных знаний.

С другой стороны, одним из важных условий активизации познавательной и учебной деятельности студентов является интегрирование знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин для решения учебно-исследовательских задач.

Учет интеграционных связей при обучении элективных дисциплин способствует систематизации, закреплению и углублению знаний студентов, формированию у них профессиональных умений, навыков самостоятельности в учебно-исследовательской деятельности.

Например, для доказательства теорем о существовании и единственности граничных функций и функции Коши [55, с.78-84] *необходимо знать:*

- *разложимость определителя в суммы, правила дифференцирования определителя, теорему об умножении определителей, теорему Бине, свойства линейного преобразования из курса высшей алгебры;*
- *теорему существования и единственности задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений высшего порядка, фундаментальную систему решений обыкновенных дифференциальных уравнений из курса обыкновенных дифференциальных уравнений;*
- *правило нахождения асимптотических оценок, теорему о предельном переходе из курса математического анализа*.

Таким образом, при решении задач, направленных на интегрирование знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин, студенты закрепляют полученные ранее знания, получают дополнительное знание по другим дисциплинам, изучая при этом и предлагаемый курс, иначе говоря, изучением одного курса студенты достигают две важные учебные цели.

Анализ показывает, что система заданий, направленных на интегрирование научных знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин, удовлетворяет принципам профессиональной направленности, научности, систематичности, доступности обучения.

5) Практические задачи окружающего мира.

Известно, что в процессе обучения учебных материалов высшей математики можно спроектировать такую систему задач прикладного характера, решение которых способствует познанию окружающего мира, осознанному усвоению изучаемого научного материала.

В процессе решения таких задач возникают весьма важные психолого-педагогические проблемы, основным из которых является отсутствие у студентов математиков научных знаний по другим смежным наукам, необходимым для решения рассматриваемых задач прикладного характера, а так же проблема мотивации познавательной деятельности студентов.

Возникает естественный вопрос, какими же способами и средствами можно обеспечить мотивацию к познанию, каким же образом, можно настроить студентов на осознанное усвоение изучаемой прикладной задачи?

Важно заметить, что большинство студентов оценивают, как нужное, или ненужное предмет высшей математики, в основном, с точки зрения полезности и применимости математических знаний в разнообразных областях практической деятельности человека.

В связи с этим, следует подчеркнуть, что эффективным способом обучения решению задач прикладного характера являются ознакомление студентов с необходимыми основополагающими знаниями применяемой смежной науки, решение и обсуждение простейших *практических задач окружающего мира*.

Например, рассмотрим последовательные реакции первого порядка из теории химической кинетики:

$$A \xrightarrow{k1} B \xrightarrow{k2} C$$

Для построения математической модели этого процесса, в качестве независимых переменных примем концентрации a, b *и* c. *Пусть в начальный момент времени* $t=0$ *нам известно только вещество* A. *Применим к этой системе закон действующих масс и принцип независимости химических реакций. В этом случае получаем систему*

$$\frac{da}{dt} = -k_1 a,$$

$$\frac{db}{dt} = k_1 a - k_2 b, \qquad (2.2.14)$$

$$\frac{dc}{dt} = k_2 b.$$

Пусть в начале процесса отсутствуют концентрации b *и* c *соответствующих веществ* B *и* C. *Тогда получим, начальные условия и условие инвариантности для рассматриваемой системы в виде*

$$a + b + c = a_0 = 1,$$
$$a(0) = 1, \qquad b(0) = 0, \qquad c(0) = 0.$$

Для исследования данной системы приведем уравнение к называемой безразмерной форме. Для этого введём безразмерные величины:

$$\varepsilon = \frac{k_1}{k_2}, \;\; x = k_1 \cdot t$$

Теперь, используя эти безразмерные величины в рассматриваемой системе, получим следующую систему

$$\frac{da}{dx} = -a, \quad a(0) = 1,$$

$$\varepsilon \frac{db}{dx} = -b + \varepsilon a, \quad b(0) = 0, \qquad (2.2.15)$$

$$\varepsilon \frac{dc}{dx} = b, \quad c(0) = 0,$$

Если вторая реакция протекает намного быстрее чем первая, т.е., если $k_2 >> k_1$. *Тогда* $\varepsilon = \frac{k_1}{k_2} < 1$. *Следовательно, в этом случае, система* (2.2.15) *будет системой дифференциальных уравнений с малым параметром при производных.*

Если $\varepsilon \to 0$, *то в пределе получим,* $b = 0$. *Это означает, что промежуточный продукт* b *в процессе не успевает накапливаться и его концентрация в любой момент времени будет ничтожно малой. Решение последней системы дает следующие концентрации веществ:*

$$a(x) = e^{-x},$$

$$b(x) = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\left[e^{-x} - e^{-\frac{x}{\varepsilon}}\right],$$

$$c(x) = 1 + \frac{1}{1-\varepsilon}\left(\varepsilon e^{-\frac{x}{\varepsilon}} - e^{-x}\right)$$

Отсюда имеем

$$\lim_{\varepsilon \to 0} a(x) = 0, \qquad 0 < x \le X,$$

$$\lim_{\varepsilon \to 0} b(x) = 0, \qquad \frac{\varepsilon|\ln \varepsilon|}{1-\varepsilon} < x \le X,$$

$$\lim_{\varepsilon \to 0} c(x) = 1 - e^{-x}, \quad 0 < x \le X.$$

Заметим, что концентрация промежуточного вещества $b(t)$ достигает своего максимума в момент времени

$$x = x_{\max} = \frac{\varepsilon \ln|\varepsilon|}{1-\varepsilon},$$

Причем при $\varepsilon \to 0$ *концентрации* a *и* b *стремятся к нулю, а концентрация* c *стремиться к своему предельному значению. Следовательно, выполняется закон сохранения масс:*

$$a + b + c \to 1.$$

Таким образом, решение «Практических задач окружающего мира» формирует у студентов навыки применения математических знаний в познавательных задачах окружающей среды. Кроме того, решение таких задач обеспечивает интеграцию научных знаний теории дифференциальных уравнений и химической кинетики.

Очевидно, система практических задач объективного мира удовлетворяет принципам профессиональной направленности и доступности обучения, а так же принципу соответствия социальному заказу, принципу обучения, направленному на развитие личности.

6) Система заданий и вопросов для закрепления и систематизации усвоенных знаний.

Для закрепления и систематизации усвоенных знаний могут быть использованы следующие виды заданий и вопросов:

- обработка текста учебного материала;
- составление тезисов ответа на поставленные вопросы с целью закрепления и систематизации;
- решение модельных задач и упражнений, заданных для закрепления и систематизация освоенных знаний.

Успешное выполнение этих заданий осуществимо только в процессе самостоятельной деятельности студента.

Заметим, что каждое задание для закрепления и систематизации освоенных знаний является учебным заданием для самостоятельного выполнения и обратно. Каждое проблемное задание содержит в себе вопросы для закрепления и систематизации приобретенных знаний. В связи с этим, мы не будем приводить отдельные примеры и задания для закрепления и систематизации приобретенных знаний.

«Система заданий и вопросы для закрепления и систематизации освоенных знаний» удовлетворяют принципам профессиональной направленности обучения, преемственности, последовательности и систематичности обучения.

7) Проблемные задачи.

Психологи утверждают, что решение проблемных задач развивает творческое мышление студента.

Для иллюстрации методики преподавания научных материалов посредством «Проблемных задач» рассмотрим следующую проблемную задачу:

Теорема. Если $y_1(t),\ y_2(t)$ *линейно независимые решения уравнения*

$$Ly = p_2(t)y'' + p_1(t)y' + p_0(t)y = 0,\ \ t \in [0,1].$$

то их нули различны.

Доказательство. По условию теоремы $y_1(t),\ y_2(t)$ *линейно независимые (а следовательно, ненулевые) решения данного однородного уравнения. Тогда*

$$W(t)=\begin{vmatrix} y_1(t) & y_2(t)\\ y_1'(t) & y_2'(t)\end{vmatrix}\neq 0,\ t\in I.$$

Теперь, допустим, что существует точка $\bar{t}\in I$ *такая, что*

$$y_1(\bar{t})=y_2(\bar{t})=0,\ \bar{t}\in I.$$

Тогда

$$W(\bar{t})=\begin{vmatrix} y_1(\bar{t}) & y_2(\bar{t})\\ y_1'(\bar{t}) & y_2'(\bar{t})\end{vmatrix}\equiv 0,$$

и следовательно

$$W(t)=0,\ t\in I.$$

Полученное противоречие доказывает теорему.

Таким образом, проблемные задачи являются сложным научным, либо учебным материалом, требуют поиска алгоритма решения и, конечно проведения исследования. Они способствуют мотивации студента к познавательной деятельности, а через нее преподаватели могут управлять процессом усвоения и приобретения новых знаний студентом.

Правильно составленные проблемные задачи удовлетворяют принципам профессиональной направленности, научности обучения, и принципам единства учебной и исследовательской деятельности студентов, связи обучения с развитием навыков самостоятельной работы студентов.

8) Постановка задачи.

Для понимания и определения сущности постановки изучаемой задачи важным является предварительный анализ изучаемого учебного материала. С этой целью необходимо выполнить следующие действия:

- определите исходные данные (условие);
- определите результирующие данные (результат);
- определите отношение между условием и результатом;
- определите алгоритм достижения результирующего данного.

Правильно поставленная постановка задачи способствует усвоению, пониманию изучаемой темы.

Постановка задачи должна удовлетворять принципам научности, единства учебной и исследовательской деятельности студентов, профессиональной направленности обучения.

Приведем модельный пример для понимания и определения сущности постановки изучаемой задачи:

Лемма. Для любых двух функций $y(t)\in C^2(0,1),\ z(t)\in C^2(0,1)$ *и дифференциального оператора*

$$Ly=(py')'-q(t)y \qquad (2.2.16)$$

выполняется дифференциальное тождество

$$zLy-yLz=\frac{d}{dt}\big(p(t)\big(z\cdot y'-yz'\big)\big).$$

Здесь:

- Исходными данными являются дважды непрерывно дифференцируемые на отрезке $[0,1]$ функции $y(t)$ и $z(t)$, линейный дифференциальный сопряженный оператор $Ly = (py')' - q(t)y$;

- Результирующим данным (результатом) является тождество

$$zLy - yLz = \frac{d}{dt}\left(p(t)\left(z \cdot y' - yz'\right)\right);$$

- Алгоритмом достижения результирующего данного является:
  - Вычисление выражения $zLy - yLz$;
  - Равносильное преобразование выражения $zLy - yLz$ до получения результирующего выражения $\frac{d}{dt}\left(p(t)\left(z \cdot y' - yz'\right)\right)$.

9) Система заданий для подготовки студентов к последующим занятиям.

Студенты должны прийти на каждое занятие, заранее подготовившись как лекционным, так и практическим занятиям. Сущность заданий для подготовки студентов к последующим занятиям состоит в том, что студенты, выполняя эти задания, закрепляют знания и приобретают умения необходимые для усвоения нового научного материала.

Приведем систему заданий, необходимую для усвоения нового научного материала по теме «Сопряженная однородная краевая задача»:

- Напишите любое дифференциальное уравнение вида

$$p_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + p_1 \frac{dy}{dt} + p_0 y = f(t)$$

и преобразуйте это уравнение в самосопряженную форму. Построить самосопряженный оператор;

- Выберите конкретные дважды непрерывно дифференцируемые функции $y(t) \in C^2(0,1)$, $z(t) \in C^2(0,1)$ и дифференциальный оператор типа (2.2.16). Докажите тождество Лагранжа;
- Выберите конкретные дважды непрерывно дифференцируемые функции $y(t) \in C^2(0,1)$, $z(t) \in C^2(0,1)$ и дифференциальный оператор типа (2.2.16). Найдите формулу Грина;
- Выберите конкретные дважды непрерывно дифференцируемые функции $z(t)$ и $y(t)$, которые удовлетворяют одним и тем же однородным граничным условиям типа

$$L_1 y \equiv \alpha_0 y(0) + \alpha_1 y'(0) = a, \quad L_2 y \equiv \beta_0 y(1) + \beta_1 y'(1) = b,$$

- Докажите формулу Грина;
- Определите ранг матрицы $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$;
- Вспомните правило Крамера, дайте определение обратной матрицы.

Таким образом, выполняя эти задания, студенты закрепляют знания, приобретенные на предыдущих занятиях, восстанавливают в памяти, ранее приобретенные знания.

Самостоятельная деятельность студентов при подготовке к последующим занятиям должна обеспечиваться наличием методических указаний для каждого задания.

Система заданий для подготовки студентов к последующим занятиям должна удовлетворять принципам доступности, преемственности, последовательности и систематичности обучения, а так же принципу связи обучения с развитием навыков самостоятельной работы студентов.

Заметим, что каждое задание для подготовки студентов к последующим занятиям является заданием для самостоятельного выполнения.

В свою очередь, каждое сформулированное проблемное задание включает в себя алгоритм решения проблемы, систему учебных задач и заданий для самостоятельного выполнения. Каждое учебное задание этой системы является элементом системы логических задач или задачей, которая носит прикладной характер. При этом логические и прикладные задачи могут осуществлять междисциплинарное интегрирование знаний.

Кроме того, в зависимости от уровня усвоения проблемных заданий, некоторые логические задания, а также задания для самостоятельного выполнения допускают дифференциацию.

Поэтому, сформулированные выше составляющие когнитивно-деятельностного компонента применяются в обучении, как по отдельности, так и в сочетании, или в связи внутри какой-либо составляющей.

Таким образом, когнитивно-деятельностный компонент элективных дисциплин конкретной образовательной программы формирует и развивает профессиональные компетенции будущего учителя математики.

Из вышесказанного, заключаем, что «Когнитивно-деятельностный компонент» обеспечивает выполнение всех принципов обучения высшей математике, сформулированных в первом разделе.

Следующим ключевым содержательным компонентом является «Системообразующий компонент», который направлен на формирование системного представления освоенных научных знаний, на развитие исследовательской, познавательной способности студента.

Теперь непосредственно рассмотрим методику изложения научных материалов посредством составляющих элементов «Системообразующего компонента».

1) Система задач прикладного характера. Дисциплины «Математический анализ», «Курс высшей алгебры», «Аналитическая геометрия» будущие учителя математики изучают в основном на первых и вторых курсах многопрофильных и педагогических университетах РК. В дальнейшем полученные студентами фундаментальные научные знания интенсивно используются ими в процессе обучения других дисциплин (обязательные и элективные дисциплины), а также в профессиональной деятельности. Приобретенные научные знания из вышеуказанных курсов являются фундаментом для развития у студентов профессиональных знаний, умений и навыков, освоения методов познания реального мира.

Анализируя содержание научных материалов математических дисциплин, изучаемых будущими учителями математики, приходим к выводу о том, что содержательные компоненты этих дисциплин направлены только на формирования профессиональных знаний, умений и навыков по фундаментальным наукам, причем эти содержания не учитывают некоторые направления деятельности будущего учителя математики. А именно, недостаточное внимание уделяется вопросам прикладного характера, которые согласно обновленной программе среднего образования должны изучаться в средней школе на более высоком уровне.

В связи с этим, каждая дисциплина, изучаемая будущими учителями математики, должна содержать в себе систему прикладных задач. Данная система должна формировать знания прикладного характера и методов познания окружающего мира.

С этой целью в элективных дисциплинах следует выделить некоторые темы, или методы исследования поставленных задач, на которых можно проиллюстрировать прикладное значение изучаемого понятия, или методы исследования.

Например, рассмотрим одну задачу из теории каталитической реакции. Каталитическая реакция первого порядка в одномерном неподвижном слое катализатора при наличии аксиальной диффузии описывается краевой задачей [122, с.288]

$$\varepsilon y'' - y' - y = 0, \quad 0 < t < 1,$$
$$y(0,\varepsilon) - \alpha\, y'(0,\varepsilon) = A, \quad y(1,\varepsilon) + \beta\, y'(1,\varepsilon) = B.$$

Здесь y - концентрация реагента, t -безразмерная аксиальная координата, ε - обратная величина числа Пекле. Множители α, β являются коэффициентами массопередачи. Если осевая диффузия мала, то параметр ε так же мал, и в этом случае исходная задача будет сингулярно возмущенной.

Пусть $\beta = 0$, т.е. рассмотрим случай, когда поверхность гранулы является равномерно достижимой для основной массы потока. В этом случае имеем $y'(1,\varepsilon) = \dfrac{1}{\varepsilon}\big(\Delta + O(\varepsilon)\big), \quad (\varepsilon \to 0)$, $\Delta = y(1,\varepsilon) - \bar{y}(1) = B - \dfrac{A}{\mathrm{e}\,(1+\alpha)}$

и, следовательно, возникает явление начального скачка концентрации y в точке $t = 1$, вследствие большой скорости реакции в узкой зоне пограничного слоя. При этом величина начального скачка Δ позволяет определить область применимости упрощенной модели.

Если $\Delta \neq 0$, то в области $0 \le t < 1$ исходная модель может быть заменена задачей $\bar{y}' + \bar{y} = 0, \; \bar{y}(0) = A/(1-\alpha)$.

Если $\Delta = 0$, т.е. $Be(1+\alpha) = A$, то в области $0 \le t \le 1$ исходная задача может быть заменена упрощенной моделью $\bar{y}' + \bar{y} = 0,\ \bar{y}(1) = B$.

При этом, заметим, что изучение явления начального скачка является важным обстоятельством, учитываемым при прогнозировании кинетики реакции.

Таким образом, междисциплинарные задачи объективного мира формируют способности моделировать различные явления, возникающие в реальных процессах и других науках, способствуют формированию у студентов познавательных знаний и умений, которые являются составляющими элементами содержательного компонента «Системы прикладных задач».

2) Система проблемных заданий. Система проблемных заданий способствует алгоритмическому усвоению научного материала в целом. Для иллюстрации методики преподавания научных материалов посредством «Системы проблемных заданий» рассмотрим Проблемное задание 5. Здесь в качестве проблемной задачи выступает доказательство следующей теоремы.

Теорема 1. Неоднородная краевая задача (2.2.1), (2.2.2) *имеет единственное решение, задаваемое формулой*

$$y(t,\varepsilon) = \sum_{k=1}^{l} a_k \Phi_k(t,\varepsilon) + \sum_{k=1}^{p} b_k \Phi_{l+k}(t,\varepsilon) +$$

$$+ \sum_{k=1}^{l} \Phi_k(t.\varepsilon) \frac{1}{\varepsilon^m} \sum_{j=0}^{\nu_k} \alpha_{kj} \int_0^1 K_1^{(j)}(0,s,\varepsilon) F(s) ds -$$

$$- \sum_{k=1}^{p} \Phi_{l+k}(t.\varepsilon) \frac{1}{\varepsilon^m} \sum_{j=0}^{r_k} \beta_{kj} \int_0^1 K_0^{(j)}(1,s.\varepsilon) F(s) ds + \qquad (2.2.5)$$

$$+ \frac{1}{\varepsilon^m} \int_0^t K_0(t,s,\varepsilon) F(s) ds - \frac{1}{\varepsilon^m} \int_t^1 K_1(t,s,\varepsilon) F(s) ds,$$

где $\Phi_i(t,\varepsilon), i = 1, \ldots n+m,$ *граничные функции, а* $K_0(t,s,\varepsilon)$, $K_1(t,s,\varepsilon)$ *начальные функции.*

Преподавателями предлагается следующий алгоритм решения данного проблемного задания (доказательство теоремы):

- *Найдите методом Лагранжа частное решение возмущенного линейного неоднородного уравнения (2.2.1).*

При выполнении этого задания студенты приобретают новое знание об интегральном представлении частного решения неоднородного уравнения посредством начальных функций, и закрепляют и обобщают знание о методе вариации постоянных.

- *Используя структуру общего решения неоднородного уравнения, методом неопределенных коэффициентов, найдите решение исходной краевой задачи* (2.2.1), (2.2.2).

При выполнении этого задания приобретают новое знание об аналитическом представлении решения сингулярно возмущенной краевой задачи посредством граничных и начальных функций. Убеждаются в том, что найденное решение является единственным решением краевой задачи (2.2.1), (2.2.2). При этом у студентов развивается логическое и алгоритмическое мышление, формируются навыки выполнения самостоятельных работ.

Таким образом, выполнение проблемных заданий позволяет провести наблюдение, анализ, обобщение, установление закономерностей в научных и научно-педагогических задачах. При этом решение проблемных заданий способствует обобщению, систематизации научных знаний, установлению закономерностей в научных задачах теории сингулярно возмущенных уравнений.

3) Задания, ориентированные на формирование алгоритмической способности.

Из обзора и анализа литератур следует, что алгоритмический метод имеет огромное значение в изучении и исследовании научных задач, которые обеспечивают студента новым методом усвоения содержания учебных материалов элективных дисциплин, и тем самым способствует эффективному формированию профессиональных знаний и умений будущих учителей математиков.

Вопросы подготовки студентов к решению профессионально-ориентированных задач в некоторой степени осуществляются с помощью выполнения заданий, ориентированных на формирование алгоритмической способности.

Например, при доказательстве того, что данное множество $G=\{1,-1,i,-i\}$ *образует группу относительно операции умножения, должны выполнить следующие алгоритмические действия:*

- *проверяем, что умножение любых двух элементов данного множества не выводит за пределы множества* G *;*

- *проверяем, что умножение ассоциативно. Действительно множество комплексных чисел обладает свойством ассоциативности. Следовательно, для любых трех элементов множества G выполнятся соотношение ассоциативности;*

- *убеждаемся, что существует нейтральный элемент. Это единичный элемент - число 1. Так как:*

$$1\cdot 1=1\cdot 1=1;\ 1\cdot(-1)=(-1)\cdot 1=-1;\ 1\cdot i=i\cdot 1=i;\ \ 1\cdot(-i)=(-i)\cdot 1=-i.$$

- *доказываем, что существует для каждого элемента множества G обратный элемент. Действительно:*

$$1\cdot 1=1\cdot 1=1;\ (-1)\cdot(-1)=(-1)\cdot(-1)=1;\ (-i)\cdot i=i\cdot(-i)=1.$$

Следовательно, для числа 1 обратным элементом будет само число 1. Обратным элементом числа -1 будет число -1, Числа i и –i взаимно обратны;

- *Тем самым убеждаемся, что множество G образует группу относительно операции умножения.*

Таким образом, практика показывает, что алгоритмические способности обеспечивают эффективное решение тех или иных математических задач, а также решения практических задач окружающего мира, и, являются средством совершения мыслительной деятельности студента.

4) Задания, на формирование навыков проведения самостоятельного научного исследования

К таким заданиям относится научные темы для проведения самостоятельного научного исследования. Результатом таких исследований являются научные статьи и доклады для выступления в научно-практических конференциях и научных семинарах различных творческих объединений.

Самостоятельная исследовательская работа студентов проводится с целью исследования поставленной задачи, сравнительного анализа и обобщения научных результатов по выбранному направлению, разработки научных задач для подготовки дипломных работ, развития навыков самостоятельности в проведении научных исследований.

Для эффективной организации самостоятельной работы необходимо студентам предлагать такую систему задач, решение которых не предполагает применения готовых алгоритмов и шаблонов, а требует применения приобретенных знаний в решении новых задач и проблем. Только такая организация самостоятельной работы обеспечивает формирование навыков проведения самостоятельного научного исследования, развития профессиональных умений и навыков и познавательных способностей студентов. Изучение новых научных знаний целесообразно начать с самостоятельного решения учебно-исследовательских задач и упражнений по предложенному алгоритму.

Приведем пример самостоятельной работы, выполнение которых формирует навыки проведения самостоятельного научного исследования.

Система заданий для самостоятельной работы:

- *Приведите пример краевой задачи первого рода, которая имеет единственное решение;*
- *Приведите пример краевой задачи второго рода, которая не имеет решение;*
- *Приведите примеры смешанной краевой задачи, одна из которых имеет единственное решение, а другая не имеет решения;*
- *Приведите пример краевой задачи с общими неразделенными краевыми условиями. Исследуйте, при каких условиях данная краевая задача имеет единственное решение, не имеет решения, имеет бесконечное множество решений.*

При выполнении этих задании студенты моделирует примеры краевых задач с различными краевыми условиями, проводят исследования по определению вопроса разрешимости решения построенных ими краевых задач.

5) Задания для дипломных и курсовых работ, проектов. Это научно-исследовательские работы, выполнение которых позволяет провести наблюдение, анализ, обобщение, установление закономерностей в научных и научно-педагогических задачах.

Темы дипломных и курсовых работ или проектов, предлагаемые в элективных дисциплинах, должны быть естественным продолжением или обобщением, либо частным случаем, который требует дополнительного исследования, научного материала содержательного «Научно-знаниевого» компонента элективной дисциплины.

Выполнение дипломных и курсовых работ способствует:

- систематизации, обобщению и закреплению приобретенных знаний;
- освоению методов изложения, интерпретации и математической обработки, полученных результатов научных исследований.

6) Сравнительный анализ литератур по изучаемому научному материалу.

Обзор и сравнение научной литературы по изучаемому научному направлению является первым важным шагом в усвоении научного материала, формирующего основу элективной дисциплины.

Обзор литературы - это изучение и сравнение научных работ, опубликованных как отечественными, так и зарубежными исследователями по изучаемому научному направлению.

Цель обзора, в основном заключается в сравнительном анализе того, кем и когда была исследована изучаемая тема к моменту написания элективного курса: сформированные научные направления, научные результаты разных исследователей, текущее состояние изучаемой задачи, а также вопросы, требующие дальнейшего исследования в данной области научных знаний. Сравнение литературы осуществляется с целью выделения узкого вопроса, выбранного для изучения. В обзоре следует обосновать необходимость изучения, или исследования актуальности задачи рассматриваемой в элективной дисциплине.

Обзор литературы формирует знания об актуальности изучаемой проблемы научного исследования, обеспечивает формулировку задачи, подлежащей изучению, позволяет выработать системное представление научного направления изучаемой проблемы.

Отсюда следует, что «Системообразующий компонент» удовлетворяет принципам профессиональной направленности, научности обучения, принципам единства учебной и исследовательской деятельности, связи обучения с развитием навыков самостоятельной работы студентов, а также принципу обучения, направленному на развитие личности будущего учителя математики.

2.4 Описание и результаты экспериментального исследования

Настоящий подраздел посвящен описанию и выявлению влияния содержательных компонентов элективных дисциплин, на повышение уровня готовности будущих учителей математики к профессиональной деятельности. Экспериментальное исследование проводились нами с 2016 по 2019 год в обычных условиях учебного процесса Жетысуского государственного университета им. И. Жансугурова и Женского государственного педагогического университета в контексте изучения содержания элективных дисциплин в соответствии с задачами исследования и состояла из трех этапов.

На первом этапе был проведен констатирующий эксперимент (2016-2017г.г.), который заключался в выявлении недостаточной разработанности содержательных компонентов элективных дисциплин в контексте повышения уровня готовности будущих учителей математики к профессиональной деятельности. На этом этапе на основе анализа и сравнения психолого-педагогической, философской, научно-методической и математической литературы по теме исследования, экспериментальной работы была выявлена степень разработанности проблемы исследования в педагогической теории и практике; определены объект, предмет, цель и задачи исследования, сформулирована гипотеза исследования.

Констатирующий эксперимент был направлен на решение следующих основных задач:

1. Изучение особенности усвоения учебного материала элективных дисциплин в рамках современной системы профессиональной подготовки будущего учителя математики. Оно показало, что проблемы преподавания высшей математики в высших учебных заведениях нашей страны сводятся к следующей деятельности: к формальному выбору учебных материалов; применению традиционных методов преподавания для изложения учебных материалов. Создается впечатление, что образовательная деятельность наших преподавателей ограничивается реализацией только этих вопросов. Однако проблемы отбора учебных материалов оказываются более сложными.
2. Выявление психолого-педагогических факторов в обучении, учет которых в разработке учебного материала позволил бы сделать его доступным. В результате было сделано заключение о том, что в процессе обучения должны учитываться так факторы как, содержание учебного материала, так и факторы, связанные с мыслительной деятельностью студента.
3. Выявление степени разработанности содержательных компонентов элективных дисциплин в контексте повышения уровня готовности будущих учителей математики к профессиональной деятельности.

На данном этапе были использованы теоретические и эмпирические методы исследования, а также методы математической статистики: анализ проведенных преподавателями занятий по высшей математике; анкетирование и опрос преподавателей вузов, учителей школьной математики и студентов; анализ содержательных компонентов элективных дисциплин; анализ рубежных и итоговых контрольных мероприятий.

Анализ содержательных компонентов, учебно-методического обеспечения элективных дисциплин при изучении научных(учебных) материалов показал, что в действительности на практике используются стандартные задания, направленные на формирование отдельных знаний. Почти отсутствуют научно - обоснованная система научных знаний, элементы которых содержатся в школьном курсе математики; система уровневых задач и упражнений; система логических задач и упражнений; система заданий для самостоятельной работы студентов; система заданий, направленных на интегрирование научных знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин; система практических задач окружающего мира; система заданий и вопросов для закрепления и систематизации усвоенных знаний; задания для подготовки студентов к последующим занятиям, направленные на формирование всесторонне развитой личности.

С целью выявления необходимости использования студентами и преподавателями содержательных компонентов элективных дисциплин, направленных на формирование профессиональных знаний, умений и всесторонне развитой личности, были использованы метод анкетирования (Приложение А).

Анкета № 1 для преподавателей состояла из восьми вопросов. Анализ ответов преподавателей на первый вопрос анкеты: «Какие содержательные компоненты используете при обучении научному содержанию элективных дисциплин?» показал, что большинство преподавателей (70,1 %) считают, что необходимо использовать соответствующие силлабусы элективных дисциплин и 78,3% преподавателей отмечают, что они используют специальные задачники и практикумы. Это подтверждается количеством ответов преподавателей и на третий вопрос анкеты («Что могло бы способствовать развитию мыслительных способностей студентов-математиков при работе над научным содержанием в процессе изучения элективных дисциплин»?). Здесь 34,5% преподавателей указывают лишь некоторые содержательные компоненты элективных дисциплин. Остальные указывают на методические средства, описанные в некоторых учебно-методических комплексах учебных дисциплин.

Анализ ответов на 4-ый вопрос анкеты «Оцените уровень самостоятельности в научно-познавательной и учебной деятельности студентов» показал, что 19,7 % из опрошенных преподавателей ответили, что «уровень самостоятельности студентов в научно-познавательной и учебной деятельности соответствует среднему уровню, а 80,3% -низкому уровню.

Общие количественные характеристики и результаты ответов профессорско-преподавательского состава на соответствующие вопросы анкеты (Приложение Г) представлены в следующей таблице:

Анализ ответов преподавателей на вопросы анкеты

Таблица 1

Содержание вопросов и ответов	Частота появления (в %)
1	2

Продолжение таблицы 1

1	2
1. Какие содержательные компоненты используете при обучении научному содержанию элективных дисциплин?	
- использую силлабусы соответствующих элективных дисциплин - использую задачники и практикумы	70,1% 78,3%
- не использую	20,8%
2. Какие задания используете, которые направлены на формирование профессиональных знаний и умений будущих учителей математиков, в рамках изучения научного содержания элективных дисциплин?	
- использую задачи и упражнения, направленные на усвоение научных знаний студентов по данному курсу	62,5%
- использую задачи и упражнения для самостоятельной работы	38,1%
- не использую	-
3. Что могло бы способствовать развитию мыслительных способностей студентов- математиков при работе над научным содержанием в процессе изучения элективных дисциплин?	
- задачи из учебного пособия, задания для самоконтроля	34,5%
- методические средства, указанные в УМК данной элективной дисциплины	75,5%
4. Оцените уровень самостоятельности в научно-познавательной и учебной деятельности студентов:	
- высокий	-
- выше среднего	-
- средний	19,7 %
- низкий	80,3%
5. В чем заключается трудность самостоятельного изучения студентами высшей математики по любой книге?	
- недостаточность знаний студентов	95%
- непосильный для усвоения научный (учебный) материал	98%
6.Что являются наиболее важным в процессе обучения научного содержания элективных дисциплин?	
- научное содержание дисциплины	81,6%
- доступное изложение материала	87,3%
7. В чем заключается основная трудность методики преподавания элективных дисциплин?	
- применение того, или иного метода изложения нового материала	45%
- организация эффективного восприятия нового материала	68,8%
8. Организуется ли Вами научно-исследовательская деятельность студентов в рамках:	
- курсового и дипломного проектирования;	92,8%
- педагогической, учебной практики;	15,4%
- обучения по преподаваемым Вами дисциплинам	-

Полученные данные по вопросу 8 свидетельствует о том, что в процессе преподавания своих дисциплин преподаватели почти не организуют исследовательскую деятельность. Анализируя ответы преподавателей на 4 вопрос, приходим к следующему выводу, что уровень самостоятельности в научно-познавательной и учебной деятельности студентов является низким.

Анализ ответов, представленных в таблице 1, показывает необходимость разработки разнообразных содержательных компонентов элективных дисциплин, позволяющих:

- развивать мыслительную, познавательную, исследовательскую деятельность студентов;

- конструировать учебные элементы, реализующие эффективные связи теории с педагогической практикой;
- проводить контрольные мероприятия;
- активизировать самостоятельную деятельность студентов в рамках обучения научному (учебному) материалу элективных дисциплин;
- обеспечить изучение ключевых положений фундаментальных наук на основе современных методов преподавания математики.

Исходя из основного принципа обучения - единства деятельности студента и преподавателя, заключаем необходимость определения уровня сформированности профессиональных знаний и умений студентов в процессе изучения элективных дисциплин.

В качестве решающих факторов, реально отражающих качество разработки содержательных компонентов элективных дисциплин, примем знание студентов, магистрантов и молодых учителей математиков об эффективности использования содержательных компонентов элективных дисциплин.

Для исследования данной проблемы была предложена анкета № 2 для студентов, магистрантов и учителей математики, которая включала 12 вопросов (Приложение Б).

Результаты анализа ответов студентов, магистрантов и учителей математики на вопросы анкеты представлены в таблице 2.

Таблица 2

Содержание задания	Количество правильных ответов (в%)	
	Учителя математики	Студенты, магистранты
1	2	3
1.Изучали ли Вы самостоятельно научные или учебные материалы по предложенным Вам учебникам?		
-да	7,2%	5,6%
- да, но редко	10,3%	5,2%
-нет	82,5	89,2%
2.На каком уровне усваиваете учебный или научный материал, пользуясь для этого только учебником или учебным пособием?		
-высоком	-	-
-среднем	11,7%	8,5%
-ниже среднего	16,9%	12,7%
-низком	71,4%	78,8%
3.Назовите содержательные компоненты учебного пособия, которые обеспечивают качественное усвоение учебного(научного) материала элективных дисциплин:		
- задачи и упражнения	76,1%	82,4%
- задания для самоконтроля	56,5%	21,2%
4.Что способствовало повышению уровня Ваших мыслительных способностей при работе над научным содержанием в процессе изучения элективных дисциплин?		
- решение задач	63%	61,1%

Продолжение таблицы 2

1	2	3
- хорошие лекции	45,2%	71,8%
5. Насколько часто решали упражнения и задачи, моделирующие явления объективного мира?		
-постоянно	-	-
-часто	-	-
-редко	12,5%	13%
-не решали	87,5%	87%
1	2	3
6. Насколько часто решали упражнения и задачи, моделирующие теоретическую часть учебного материала?		
-постоянно	75,2%	82,6%
-часто	24,8%	17,4%
-редко	-	-
-не решали	-	-
7. Какие научные знания усвоены Вами, элементы которых содержатся в школьном курсе математики?		
- математический анализ		
8. Содержаться ли в изученных Вами учебных дисциплинах информации, которые мотивировали бы Вас к усвоению научного (учебного) материала?		
- да		
- нет	100%	100%
9. Как часто выполняли задания, направленные на интегрирование научных знаний, полученные в рамках одной или нескольких дисциплин?		
- постоянно	-	-
- часто	9,4%	12%
- редко	90,6%	88%
- не выполнял	-	-
10. Как часто выполняли задания, направленные на закрепление и систематизацию освоенных знаний?		
- постоянно	100%	100%
- часто		
- редко		
- не выполняли, задания на систематизацию знаний	100%	100%
11. Содержится ли в изученных Вами учебных дисциплинах информация, которая ориентировала Вас в содержании научного (учебного) материала?		
- да	-	-
- нет	100%	100%
12. Содержится ли в изученных Вами учебных дисциплинах информация, которая способствовала бы выделить основное в содержании рассматриваемой темы?		
- да	-	-
- нет	100%	100%

Анализируя ответы студентов, магистрантов и учителей математиков на 1,2 вопросы приходим к следующему выводу: студенты, магистранты, молодые учителя самостоятельно почти не изучают (82,5% и 89,2%) научные или учебные материалы по учебным пособиям. Если изучают, то усваивают учебные материалы очень на низком уровне (71,4% и 78,8%).

Из ответов на вопросы 3 и 4 заключаем, что студенты, магистранты, молодые учителя не смогли указать содержательные компоненты, которые более эффективно способствуют повышению уровня мыслительных способностей студентов при работе над научным содержанием и обеспечивают качественное усвоение учебного(научного) материала элективных дисциплин в процессе изучения элективных дисциплин.

Анализ ответов студентов, магистрантов и учителей математиков на 5,7, 8, 9, 10, 11,12 вопросы анкеты, позволяют сделать следующий вывод: в учебных пособиях элективных курсов:

- не освещаются практическая и теоретическая значимость предлагаемого элективного курса;
- не содержатся компоненты, которые указывали бы цель, узловые вопросы учебного материала, какова тенденция развития изучаемых научных знаний;
- не содержатся задания, направленные на систематизацию освоенных знаний;
- не содержатся информации, которые мотивировали бы студентов к усвоению научного (учебного) материала;
- не выделяется система научных знаний, элементы которых содержатся в школьном курсе математики:
- не рассматриваются задачи прикладного характера;
- мало обращается внимание на задания, направленные на интегрирование научных знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин.

Тем самым, полученные выше результаты еще раз убеждают нас о необходимости проведения исследований, с целью внесения изменений в практику конструирования содержательных компонентов элективных дисциплин и профессиональную подготовку будущих педагогов- учителей математики посредством содержательных компонентов.

По ходу экспериментального исследования было установлено, что из всех опрошенных в полном объеме ответили на поставленные вопросы первой анкеты всего 54,6 % преподавателей, на вопросы второй анкеты ответили 62,1% респондентов, причем из них 43,6 % - учителя математики и 56,4 % - студенты и магистранты.

С целью выявления исходного уровня сформированности умения решать профессионально-ориентированные задачи у студентов экспериментальной (25 студентов) и контрольной (21студент) групп была проведена письменная работа №1 (Приложение В). Здесь в качестве основных индикаторов, объективно отражающих качество подготовки студентов - будущих учителей математиков, выберем умения решать следующие профессионально-ориентированные задачи:

- задачи высшей математики, элементы которых содержатся в школьном курсе математики;
- уровневые задачи и упражнения;
- логические задачи и упражнения;
- задания, направленные на интегрирование научных знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин;
- практические задачи окружающего мира.

Результаты письменных работ показали, что у студентов обеих групп уровень сформированности умения решать профессионально-ориентированные задачи соответствует установленному пороговому уровню

Для того чтобы убедиться в том, что экспериментальная и контрольная группы являются уравновешенными, не отличаются по уровню сформированности умения решать профессионально-ориентированные задачи, мы использовали критерий Стьюдента.

Констатирующий эксперимент был организован и проведен в естественных условиях учебного процесса изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» студентами 3-курса специальности «Математика». В испытании участвовали 25 студентов из экспериментальной группы и 21 студентов из контрольной группы.

Эксперимент заключался в наблюдении количества правильно решенных задач студентами экспериментальной и контрольной групп при проведении письменной работы № 1, в которой было 7 заданий. Все задания направлены на формирование профессиональных знаний и умений, на развитие мыслительных способностей студентов-будущих учителей математики.

Группировку вариант провели по значениям отдельных вариант. Минимальное число решенных задач - 0, максимальное - 7. Для данной совокупности выделили 8 классов, и все эти варианты распределены по этим классам:

Для экспериментальной группы:

Таблица 3

X (событие) классы, количество задач	0	1	2	3	4	5	6	7	
n_i (частота) количество студентов	2	2	4	5	6	3	1	2	$n_x = \sum n_i = 25$

Для контрольной группы:

Таблица 4

Y (событие) классы, количество задач	0	1	2	3	4	5	6	7	
n_i (частота) количество студентов	1	3	5	4	3	2	2	1	$n_y = \sum n_i = 21$

Обе выборки независимы и получены из генеральных совокупностей X и Y, имеющих нормальное распределение. Для проверки предположения о нормальном распределении генеральных совокупностей X и Y был использован критерий согласия.

Расчет эмпирических значений критерия согласия дал:

$$A_x = 0{,}194;\ A_y = 0{,}428;\quad m_{A_x} = 0{,}49;\quad m_{A_y} = 0{,}535;$$

$$E_x = -0{,}62,\ E_y = -1{,}365,\quad m_{E_x} = 0{,}98;\quad m_{E_y} = 1{,}07.$$

Отсюда, убеждаемся в справедливости оценок:

$$\frac{|A_x|}{m_{A_x}} = 0{,}396 < 3;\qquad \frac{|E_x|}{m_{E_x}} = 0{,}633 < 3;\qquad \frac{|A_y|}{m_{A_y}} = 0{,}8 < 3;\qquad \frac{|E_y|}{m_{E_y}} = 1{,}276 < 3.$$

Тем самым, было сделано заключение о том, что распределения генеральных совокупностей, из которых получены выборки, существенно не отличаются от нормальных распределений.

Были сформулированы гипотезы:

H_0: Различия в распределении студентов экспериментальной и контрольной групп по уровню сформированности умения решать профессионально - ориентированные задачи у них статически незначимы.

H_1: Различия в распределении студентов экспериментальной и контрольной групп по уровню сформированности умения решать профессионально - ориентированные задачи у них статически значимы.

Расчет выборочных характеристик дал:

$$\bar{x} = 3{,}36;\ \bar{y} = 3{,}14;\ S_x^2 = 3{,}58;\ S_y^2 = 3{,}53.$$

Далее, применили F-критерий для проверки гипотезы о равенстве дисперсий: Уровень значимости двустороннего F-критерия определили равным $\alpha = 0{,}02$. Поскольку $S_x^2 > S_y^2$. Положили $S_x^2 = S_1^2$, $S_y^2 = S_2^2$. Вычисляя значение $F_{эмп}$ – критерия, нашли, что $F_{эмп} = 1{,}014$.

Вычисляя критическое значение F – критерия при заданном уровне значимости $\alpha = 0{,}02$ и числе степеней свободы $v_1 = n_1 - 1 = 25 - 1 = 24$ и $v_2 = n_2 - 1 = 21 - 1 = 20$ из приложения 4 установили, что $F_{0,02} = 2{,}859$ и $F_{эмп} < F_{0,02}$. Тем самым, заключили, что при уровне значимости $\alpha = 0{,}02$ принимается предположение о равенстве генеральных дисперсий.

Расчет эмпирических значений t-критерия Стьюдента показал, что:

$$\sigma_{x-y} = 0{,}558;\ t_{эмп} = 0{,}394.$$

Определяя по таблице $t_{крит}$ – критерия (Приложение Д) при заданном уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ и числе степеней свободы $k = n_1 + n_2 - 2 = 46 - 2 = 44$ нашли, что $t_{крит} = 2{,}015$ и $t_{эмп} < t_{крит}$.

В связи с этим, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ была принята гипотеза H_0 и мы убедились в том, что на констатирующем этапе различия в распределении студентов экспериментальной и контрольной групп по уровню сформированности умения решать профессионально-ориентированные задачи у них статически незначимы и, следовательно, группы уравновешены.

На втором этапе осуществлялся поисковый эксперимент(2017-2018гг.). На этом этапе с целью проектирования содержательных компонентов элективных дисциплин была проведена беседа, предложена анкета № 3, которая включала 7 вопросов (Приложение Е). Анализ ответов на вопросы анкеты № 3 позволил выявить направление разработки и дополнения содержательных компонентов, которые обеспечивали бы самостоятельное изучения студентами - будущими учителями математики научных (учебных) материалов и потребность студентов в использовании содержательных компонентов (таблица 5).

Таблица 5

Содержание задания	Частота появления (в %)
1	2
1.Какие формы организации обучения более эффективно способствуют формированию профессиональных знаний и умений в процессе изучения элективных дисциплин?	
Лекционное занятие	40,3%
Практическое занятие	70,8%
Самостоятельная работа	88,3%
Самостоятельная работа студента с преподавателем	47,3%
Другое (укажите)	
2. Что, с Вашей точки зрения, более эффективно способствует самостоятельному усваиванию учебных(научных) материалов из учебного пособия?	
Мотивация	72,8%
Задачи и упражнения	84,5%
Задания на составление примеров иллюстрирующих учебные(научные) материалы	75,6%
Приобретенные знания	100%
Уровневые задачи и упражнения	60,0%
Другое (укажите)	
3.Назовите содержательные компоненты учебного пособия, которые формируют профессиональные знания и умения будущих учителей математики:	
Научные знания, элементы которых содержатся в школьном курсе математики	73,3%
Задачи и упражнения из школьного курса математики	89,9%
Задания на составление примеров иллюстрирующих научные материалы	82,0%
Задачи и упражнения с прикладным содержанием	61,2%
Логические задачи	59,7%
Задания, направленные на интегрирование научных знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин	75,0%
Проблемные задания	63,7%

Продолжение таблицы 5

1	2
Другое (укажите): Нестандартные задачи	23,7%
4. Какие содержательные компоненты необходимы после изучения некоторого раздела или всего учебного материала?	
Задания для исследования	73,4%
Задания для закрепления	41,3%
Задания для систематизации знаний	87,5%
Другое (укажите): Задание для курсовой работы (Выполнение курсовых работ)	62,4%
5.Какие способности, должны быть сформированы у будущего учителя математики?	
Способность выделять узловые вопросы учебного материала	72,5%
Способность определения цели изучения учебного контента	30,0%
1	2
Способность составления задач для критериального оценивания знаний и умений учеников	74,2%
Способность оценивать межпредметный потенциал содержания учебного материала	63,1%
Другое (укажите)	
6.Какие умения, должны быть сформированы у будущего учителя математики?	
Умения решать профессиональные задачи	94,1%
Умения решать ситуационные задачи	50,6%
Умения переформулировать задачи	68,8%
Умения ставить задачи	70,7%
Другое (укажите)	
7.Какие знания, должны быть сформированы у будущего учителя математики?	
Школьный курс математики	100%
Научные знания, элементы которых содержатся в школьном курсе математики	80,2%
Направления развития современной математики	53,9%
Современные методы обучения математики	77,1%
Другое (укажите)	

В ходе проведения экспериментального исследования на основе результатов проведенных бесед и анкетирования осуществлялся выбор и апробация научных знаний, заданий, которые позволили бы изменить и дополнить учебно-методическое обеспечение элективных дисциплин следующими содержательными компонентами:

- научно обоснованной системой научных знаний, элементы которых содержатся в школьном курсе математики;
- системой научных знаний, которые обеспечивают изучение основ современной математики;
- системой заданий для самостоятельной работы студентов;

- системой заданий, направленных на интегрирование научных знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин;
- практическими задачами окружающего мира;
-информациями, обеспечивающими мотивации студентов;
- проблемными заданиями;
- заданиями для курсовой работы;
- заданиями для систематизации знаний и др.

На этом этапе были выявлены теоретические основы проектирования содержательных компонентов элективных курсов по математике педагогического профиля в высших учебных заведениях, разработаны и классифицированы содержательные компоненты элективных курсов, разработаны и дополнены требования проектирования учебных материалов элективных дисциплин, методика формирования профессиональных знаний и умений будущих учителей математиков в процессе изучения элективных дисциплин.

Заключительным этапом проведенного исследования стал формирующий эксперимент(2018-2019гг.), главной целью которого являлось выявления эффективности разработанной системы содержательных компонентов элективных дисциплин в процессе обучения студентов научному содержанию элективной дисциплины.

Сущность формирующего эксперимента заключалась во внедрении разработанной системы содержательных компонентов элективных дисциплин и методики ее использования при усвоении научного содержания учебного материала.

В период экспериментального исследования изучение дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений» в контрольной группе происходило без внесения определенных изменений в содержание учебного материала, а также в процесс и методы обучения.

В экспериментальной группе в процессе обучения элективной дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений» реализовывалась авторская идея, направленная на формирование профессиональных знаний и умений посредством разработанных содержательных компонентов элективных дисциплин.

На завершающем этапе исследования была проведена вторая письменная работа №2 (Приложение Ж) с целью определения уровня сформированности умения решать профессионально ориентированные задачи студентов контрольной и экспериментальной групп, были использованы следующие методы исследования: анализ ответов на вопросы анкеты №3, методы математической статистики, метод бесед.

Эксперимент заключался в наблюдении количества правильно решенных задач студентами экспериментальной и контрольной групп при проведении письменной работы, в которой было 7 заданий. Выполнение заданий №1 и

№2 предполагает применение научных знаний, которые обеспечивают изучение основ современной математики, а также основных понятий школьного курса математики. Решение задания №3 направлено на интегрирование научных знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин. Задания №4 - №6 посвящены практическим задачам окружающего мира, проблемным и алгоритмическим задачам. Задание № 7 направлено на систематизацию знаний. Все эти задания направлены на развитие мыслительных способностей будущих учителей математики.

Группировку вариант провели по значениям отдельных вариант. Минимальное число решенных задач - 0, максимальное - 7. Для данной совокупности было выделено 8 классов, и все эти варианты распределены по этим классам:

Для экспериментальной группы:

Таблица 6

X (событие) классы, количество задач	0	1	2	3	4	5	6	7	
n_i (частота) количество студентов	0	0	1	2	7	7	5	3	$n_x = \sum n_i = 25$

Для контрольной группы:

Таблица 7

Y (событие) классы, количество задач	0	1	2	3	4	5	6	7	
n_i (частота) количество студентов	0	1	4	5	4	4	1	2	$n_y = \sum n_i = 21$

Обе выборки независимы и получены из генеральных совокупностей X и Y, имеющих нормальное распределение. Для проверки предположения о нормальном распределении генеральных совокупностей X и Y был использован критерий согласия.

Расчет эмпирических значений критерия согласия дал:

$$A_x = -0{,}16,\quad A_y = 0{,}361,\quad m_{A_y} = 0{,}535;\quad m_{A_x} = 0{,}49;$$

$$E_x = -0{,}66,\ E_y = -0{,}876,\quad m_{E_x} = 0{,}98;\quad m_{E_y} = 1{,}07.$$

Отсюда имеем:

$$\frac{|A_x|}{m_{A_x}} = 0{,}327 < 3; \qquad \frac{|E_x|}{m_{E_x}} = 0{,}673 < 3; \qquad \frac{|A_y|}{m_{A_y}} = 0{,}675 < 3; \qquad \frac{|E_y|}{m_{E_y}} = 0{,}819 < 3.$$

Тем самым, было сделано заключение о том, что распределения генеральных совокупностей, из которых получены выборки, существенно не отличаются от нормальных распределений.

Были сформулированы гипотезы:

H_0: Различия в распределении студентов экспериментальной и контрольной групп по уровню сформированности умения решать профессионально - ориентированные задачи у них статически незначимы.

H_1: Различия в распределении студентов экспериментальной и контрольной групп по уровню сформированности умения решать профессионально - ориентированные задачи у них статически значимы.

Расчет выборочных характеристик дал:

$$\bar{x} = 4{,}9; \ \bar{y} = 3{,}8; \ S_x^2 = 1{,}7; \ S_y^2 = 2{,}76.$$

Далее, применили F-критерий для проверки гипотезы о равенстве дисперсий: Уровень значимости двустороннего F-критерия определили равным $\alpha = 0{,}02$. Поскольку $S_x^2 < S_y^2$. Положили $S_y^2 = S_1^2$, $S_x^2 = S_2^2$. Вычисляя значение $F_{эмп}$ – критерия, нашли, что $F_{эмп} = 1{,}62$

Вычисляя критическое значение F – критерия при заданном уровне значимости $\alpha = 0{,}02$ и числе степеней свободы $v_1 = n_1 - 1 = 25 - 1 = 24$ и $v_2 = n_2 - 1 = 21 - 1 = 20$ из приложения 4 установили, что $F_{0,02} = 2{,}859$ и $F_{эмп} < F_{0,02}$. Тем самым, заключили, что при уровне значимости $\alpha = 0{,}02$ принимается предположение о равенстве генеральных дисперсий.

Расчет эмпирических значений t-критерия Стьюдента показал, что:

$$\sigma_{x-y} = 0{,}4369; \ t_{эмп} = 2{,}5177.$$

Определяя из приложения 5 $t_{крит}$ – критерия при заданном уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ и числе степеней свободы $k = n_1 + n_2 - 2 = 46 - 2 = 44$ нашли, что $t_{крит} = 2{,}015$ и $t_{эмп} > t_{крит}$.

В связи с этим, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ была отвергнута гипотеза H_0 и была принята гипотеза H_1. Таким образом, мы убедились в том, что на формирующем этапе различия в распределении студентов экспериментальной и контрольной групп по уровню сформированности умения решать профессионально - ориентированные задачи у них статически значимы. Это означает, что студенты экспериментальной группы показывают в среднем более высокий уровень знаний, откуда следует вывод о преимуществе экспериментального обучения.

Выводы по второму разделу

1. На основе требований к содержательным компонентам определены основные содержательные компоненты элективных дисциплин:

- введение (Предисловие);
- научно обоснованная система научных знаний;
- система задач и упражнений;
- вопросы и задания для самопроверки и самоконтроля;
- система заданий к текущим, рубежным и итоговым контрольным мероприятиям;
- тематика научно-исследовательских работ и проектов по дисциплине
- заключение;
- литература.

2.Анализ спроектированных содержательных компонентов элективной дисциплины позволил их классифицировать согласно основным требованиям, вытекающим из Дублинских дескрипторов, целей и принципов обучения. Это следующие содержательные *ключевые* компоненты:

- управляющий компонент (введение; заключение; литература);
- научно-знаниевый компонент;
- когнитивно-деятельностный компонент;
- оценочный компонент;
- системообразующий компонент.

Рассмотрены вопросы и методика наполнения каждого ключевого компонента элективных курсов по высшей математике.

3. Исследование, практика, задачи обучения элективной дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений» позволил выбрать методику изложения содержательного «Научно-знаниевого компонента». Это активные, алгоритмические, проблемные методы обучения, которые обеспечивают эффективное усвоение современных научных знаний. Например, для изложения данной элективной дисциплины можно предложить сформулированный автором алгоритм исследования исходной краевой задачи как алгоритм изложения.

Одним из видов деятельностного метода обучения является *проблемный метод обучения*, который формирует навыки проведения самостоятельного научного исследования. Для изучения научного материала элективной дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений» комбинируя алгоритмический и проблемный методы обучения, был создан алгоритм проблемных заданий. При этом на каждом шаге предложенного алгоритмического метода изложения содержится проблемное задание.

Одним из эффективных методов мотивации сознательного изучения и усвоения учебных материалов является объективная оценка достигнутых результатов усвоения студентами учебных материалов.

Например, для определения уровня усвоения студентами учебных материалов элективной дисциплины «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений» можно использовать содержательный «*Оценочный компонент»*. Составляющими элементами этого компонента являются:

- система вопросов и заданий для самопроверки и самоконтроля;
- система оценочных и диагностических заданий к рубежным контрольным мероприятиям;
- система коррекционных заданий, которые составляются после проведения текущих и рубежных контрольных мероприятий.
- минимальный объем знаний, обязательного для усвоения всеми студентами в процессе изучения элективной дисциплины, которые определяются в силлабусах учебных дисциплин.

Система заданий «Когнитивно-деятельностного компонента» должна не только содержать задачи на формирование профессиональных знаний, умений и навыков, но и способствовать делать какие-то выводы из выполненных заданий. Преподавателю необходимо подобрать такие способы решения задач, которые развивали бы логическое мышление студента, формировали бы его исследовательские навыки, обучали бы его делать определенные выводы из решенных задач

4. Установлено, что:

- разработанная система содержательных компонентов в процессе изучения элективных дисциплин обусловливает формирование профессионально-ориентированных знаний и умений будущего учителя математики на высоком уровне;
- разработанная система содержательных компонентов способствует развитию научно-исследовательского потенциала студентов, формированию у студентов навыков самостоятельного приобретения знаний и умений, проведения самостоятельного научного исследования, развивает мыслительную деятельность, навыки самообразования;

5. С целью определения уровня сформированности профессионально-ориентированных знаний было проведено экспериментальное исследование, в процессе которого обучение студентов осуществлялось посредством использования содержательных компонентов элективных дисциплин.

В процессе эксперимента доказана необходимость разработки и применения содержательных компонентов с целью формирования профессионально-ориентированных знаний и умений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Недостаточная разработанность требований к содержанию элективных дисциплин, направленных на успешное формирование профессиональных знаний и умений будущих учителей математики является одним из актуальных вопросов в высшем педагогическом образовании РК. Решения этих вопросов значительно способствует повышению качества профессиональной подготовки будущего учителя математики, что обусловлено требованиями общества, науки и образования.

В профессиональной подготовке будущих учителей математики, важнейшим составляющим являются содержательные компоненты элективных дисциплин. Анализ научных исследований и практики вузовского образования позволил выявить проблемы исследований, а именно, недостаточную разработанность требований к содержанию элективных дисциплин, направленных на успешное формирование профессиональных знаний и умений будущих учителей математики, уточнить роль, функции и виды элективных дисциплин с позиций деятельностного метода обучения.

В связи с этим, была определена главная цель нашего исследования: обоснование методики разработки содержательных компонентов элективных дисциплин математического профиля в высших педагогических учебных заведениях.

В исследовании выявлены психолого-педагогические факторы усвоения студентами содержания учебного материала, где определяющую роль играют содержательные компоненты элективных дисциплин в рамках формирования профессионального знания и умений студента.

Определены основные требования проектирования содержания учебного материала элективных дисциплин, с учетом этих требований создан новый научный материал элективного курса «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений», при этом получены следующие новые научные результаты:

- построено аналитическое представление решения сингулярно возмущенной общей краевой задачи;
- получены асимптотические оценки решения возмущенной общей краевой задачи;
- установлен характер роста производных по малому параметру;
- выделены классы краевых задач, имеющих граничные скачки в точках $t=0$ и $t=1$;
- разработан алгоритм, с помощью которого осуществляется построение асимптотического приближения решения и её производных с точностью до произвольного порядка;

В исследовании были определены теоретические основы проектирования содержания учебных материалов, была обоснована целесообразность дополнения содержания существующих элективных дисциплин следующими разработанными содержательными компонентами: управляющим компонентом; научно-знаниевым компонентом; когнитивно-деятельностным компонентом; оценочным компонентом; системообразующим компонентом.

Создана методика наполнения содержательных компонентов элективных дисциплин. При этом содержательные компоненты представлены следующими структурными элементами: пояснительные записки; система научных знаний; уровневые задачи и упражнения; система логических задач и упражнений; система учебных заданий для самостоятельного выполнения; задания, направленные на интегрирование научных знаний; практические задачи объективного мира; система заданий для закрепления и систематизации освоенных знаний; проблемные задачи; постановка задач; система заданий для подготовки студентов к последующим занятиям; система диагностических и коррекционных заданий; система вопросов и заданий для самопроверки и самоконтроля; система заданий к текущим, рубежным и итоговым контрольным мероприятиям; система задач прикладного характера; система проблемных заданий; задания ориентированные на формирование алгоритмической способности; задания, на формирование навыков проведения самостоятельного научного исследования (дипломные и курсовые работы или проекты); сравнительный анализ литератур.

Разработана методика использования содержательных компонентов, обоснована возможность реализации их основных функций для формирования профессиональных знаний и умений студентов – будущих учителей математики на примере элективного курса «Сингулярно возмущенные общие краевые задачи с граничными скачками для обыкновенных дифференциальных уравнений».

Проведенное исследование и педагогический эксперимент подтвердили успешность применения созданной методики использования содержательных компонентов.

Таким образом, полученные результаты подтвердили справедливость выдвинутой гипотезы, решены поставленные задачи диссертационного исследования.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Требования к разработке современного учебника для общеобразовательных школ Республики Казахстан. – Астана, 2017. – 38 с. http://okulyk-edu.kz/front/img/project.pdf. 24.01.2017

2 Педагогика / Под ред. Ю.К. Бабанского. – М: Просвещение, 1988. – 479 с.

3 Ильясов И.И., Галатенко Н.А. Проектирование курса обучения по учебной дисциплине: Пособ. для преподавателей. – М: Издат. Корпорация «Логос», 1994. – 280 с.

4 Теоретические основы содержания общего среднего образования / Под ред. В.В. Краевского, И.Я. Лернера. – Москва: Педагогика, 1983. – 352 с.

5 Леднев В.С. Содержание образования, сущность, структура, перспективы. – М.: Высш. шк., 1991. – 224 с.

6 Прогностическая концепция целей и содержания образования / Под ред. И.Я. Лернера, И.К. Журавлева. – Москва: Изд-во ИТП и МИО РАО, 1994. – 131 с.

7 Потоцкий М.В. Преподавание высшей математики в педагогическом институте. – Москва: Просвещение, 1975. – 208 с.

9 Розин В.М. Природа и особенности социального проектирования (от замысла к реализации) // Социальное проектирование в сфере культуры: Методологические проблемы. – Москва: Наука, 1986. – 236 с.

10 Абылқасымова А.Е. и др. Научно-методические основы совершенствования содержания общего образования в Республике Казахстан. –Алматы, 2001. –123с.

11 Кагазбаева А.К. Совершенствование профессионально-методической подготовки учителя математики в системе высшего педагогического образования: дис. док.пед.наук. – Алматы: АГУ, 1999. –324с.

12 Michelle Stephan, Cyril Julie, Fou-Lai Lin, Minoru Ohtani. What Mathematics Education May Prepare Students for the Society of the Future? // International Journal of Science and Mathematics Education. May 2017, Volume 15, Supplement 1, P. 105–123.

13 Stevens, S; Mills, R & Kuchel, L. et al. Teaching communication in general science degrees: highly valued but missing the mark. Assessment & Evaluation in Higher Education, 2019, 44(8), 1163-1176.

14 Бабанский Ю.К., Поташник М.М. Оптимизация педагогического процесса. – Киев: Радянська школа. 1983. – 287 с.

15 Heather C. Hill, Merrie L. Blunk, Charalambos Y. Charalambous, Jennifer M. Lewis, Geoffrey C. Phelps, Laurie Sleep et al. Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study // Journal Cognition and Instruction Vol. 26, 2008 - Issue 4 P. 430-511

16 Madden, A., Webber, S., Ford, N. and Crowder, M. (2018), The relationship between students' subject preferences and their information behavior, Journal of Documentation, Vol. 74 No. 4, P. 692-721. https://doi.org/10.1108/JD-07-2017-0097. 24.08.2017.

17 Столяр, А. А. Педагогика математики / А. А. Столяр. - Минск: Высшая школа, 1986. - 414 с.

18 Мордкович, А. Г. Профессионально-педагогическая направленность Специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте: дис. д-ра пед. наук / А. Г. Мордкович. - Москва, 1986. - 355 с.

19 Мостовой А.И. Применение сетевых моделей к анализу логической структуры. Современные проблемы методики преподавания математики. – Москва.: – Просвещение. 1985.– С.151-157

20 Gibson, Suanne; Grace, Andrew; O'Sullivan, Ciaran, et al (2019). Exploring transitions into the undergraduate university world using a student-cent red framework. Teaching in Higher Education, 2019, 24(7), P. 819-833.

21 Roza A. Valeeva & Kadriya B. Shakirova. Development of the Future Mathematics Teachers' Constructive Skills, Mathematics Education, 2015, 10(3), P. 221-229

22 Далингер, В. А. Основные направления совершенствования подготовки учителя математики в педагогических вузах // Международный журнал экспериментального образования. - 2014. - № 5 - С. 70-72.

23 Гусев, В. А., Антонов, Н. С. Методическая подготовка будущих учителей математики в педагогическом институте. - Москва: Просвещение, 1985. - С. 8-10.

24 Саранцев, Г. И. Методика обучения математике в средней школе:

Учебное пособие для студентов математических специальностей педагогических вузов и университетов. - Москва: Просвещение, 2002. - 224 с.

25 Искакова Л.Т. Методическая система дифференцированных задач как условие контроля и учета результатов обучения математике в средней школе: автореф. док. пед. Наук. – Алматы: КазНПУ, 2005. –42с.

26 Смагулов Е.Ж. Дидактические основы формирования математического мышления учащихся в системе непрерывного математического образования: дис. док, пед, наук. – Алматы: КазНПУ, 2009. –285с.

27 Сеитова С.М., Тойбазаров Д. Формирование логического мышления учащихся через решение прикладных задач // Қазақстанның ғылымы мен өмірі — 2019. — 1(74) — С. 34-37.

28 Выготский, Л.С. Психология развития человека / Л.С.Выготский. – М.: Смысл. Эксмо, 2005. – 1136 с.

29 Нарциссова С.Ю., Маклаков В.В. Высшее образование: педагогика высшей школы в информационном обществе. – Москва.: Академия МНЭПУ, 2018. –285 с.

30 Китариогло А.Г. Педагогическая власть в современном обществе: социально-философский анализ: дис. канд. фил, наук. — Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2017. — 151 с

31 Шубинский В.С. Философское образование в средней школе: диалектико-материалистический подход. Москва: – Педагогика, 1991. – 168 с.

32 Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. - Москва.: Педагогика, 1989. – 199 с.

33 Сорокоумова, Е.А. Психолого-педагогические условия обучения взрослых // Вестник МГГУ им. М.А.Шолохова. Педагогика и психология. – 2014. – № 4. – С.113 – 114.

34 Государственная программа развития образования в Республике Казахстан на 2011-2020 годы / www.edu.gov.kz/ru/zakonodatelstvo. 14.08.2017.

35 Государственный общеобязательный стандарт высшего образования. Приложение к приказу Министра образования и науки Республики Казахстан от 31 октября 2018 года № 604. / http://adilet.zan.kz/rus/docs. 25.11.2018.

36 Mertens D. Schlüsselqualifikationen: Thesen zur Schulung für eine moderne Gesellschaft // Mitteilungen aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung. – 1974. – №1.– P.34–43.

37 Klieme E. Was sind Kompetenzen und wie lassen sie sich messen? // Padagogik. – 2004. – № 6. – P. 10–13.

38 Weinert F. E. Concept of competence: a conceptual clarification // Rychen D. S., Salganik L. H. (eds.). Defining and selecting key competencies. – Seattle: Hogrefe & Huber, 2001. – P. 45–65

39 Хуторской А. В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования // Народное образование. – 2003. – № 2. – С. 58–64; № 5. – С. 55–61.

40 Зимняя И. А. Ключевые компетентности как результативно-целевая основа компетентностного подхода в образовании. – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2004. – 40 с.

41 Зеер Э. Ф. Идентификация универсальных компетенций выпускников работодателем // Высшее образование в России. – 2007. – № 11. – С. 39–46.

42 Зимняя И. А. Компетентностный подход. Каково его место в системе современных подходов к проблеме образования // Высшее образование сегодня. – 2006. – № 8. – С. 20–26.

43 Бермус А. Г. Проблемы и перспективы реализации компетентностного подхода в образовании // Интернет-журнал «Эйдос». – 2005. – URL: http://www.eidos.ru/journal/2005/0910-12.htm.

44 Байденко В. И. Компетенции: к освоению компетентностного подхода // Труды методологического семинара «Россия в Болонском процессе: проблемы, задачи, перспективы». – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2004. – С. 25–30.

45 Давыдов Л. Д. Модернизация содержания среднего профессионального образования на основе компетентностной модели специалиста: автореф. дис. канд. пед, наук: 13.00.08. – М., 2006. – 24 с.

46 Коган Е. Я. Компетентностный подход и новое качество образования // Современные подходы к компетентностно-ориентированному образованию: материалы семинара / под ред. А. В. Великановой. – Самара, 2001. – С. 12–17.

47 Иванов Д. А., Митрофанов К. Г., Соколова О. В. Компетентностный подход в образовании. Проблемы, понятия, инструментарий: учеб. –метод. пособие. – М.: АПКиПРО, 2003. – 101 с.

48 Афанасьев В. Г. Научное управление обществом. Опыт системного исследования. – М., 1973. – 520 с.

49 Беспалько В. П. Основы теории педагогических систем. – Воронеж: Изд. ВорГУ, 1977. – 304 с.

50 Кузнецова А. Г. Развитие методологии системного подхода в отечественной педагогике: монография. – Хабаровск: Изд-во ХК ИППК ПК, 2001. – 152 с.

51 Урманцев Ю. А. Начала общей теории систем // Системный анализ и научное знание. – М.: Наука, 1978. – Т. 39. – С. 7–41.

52 Юдин Э. Г. Методологическая природа системного подхода // Системные исследования. – М.: Наука, 1973. – С. 38–52. 32.

53 Монахов, В. М. Направления развития системы методической подготовки будущего учителя математики / В. М. Монахов, Н. Л. Стефанова //Математика в школе. - 1993. - № 3. - С. 34-38.

54 Тестов В. А. Математические структуры как научно-методическая основа построения математических курсов в системе непрерывного обучения.

Школа - вуз: дис.... докт. пед. наук / В. А. Тестов. - Вологда, 1998. - 404 с.

55 Нургабыл Д.Н., Бекиш У.А. Асимптотические оценки решений общих разделенных краевых задач для сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений третьего порядка // Вестник КазНПУ им. Абая, серия физико-математических наук, –2017, №3.-С.78-84

56 Nurgabyl D.N., Bekish U.A. Asymptotic estimates of the solution of a singularly perturbed boundary value problem with boundary jumps // Journal of Theoretical and Applied Information Technology. –2017, Vol. 95, No 24. –P.6766-6775

57 Константинов Н.А., Медынский Е.Н., Шабаева М.Ф. История педагогики. - М.: Просвещение, 1982. -173с

58 Лордкипанидзе Д. Ян Амос Коменский, М., 1970. -57с;

59 Ушинский К. Д. Собрание сочинений. Т. 2 / К. Д. Ушинский. - Москва-Ленинград: Изд-во Академии педагогических наук РСФСР, 1948. - 655с.

60 Скаткин М.Н. Проблемы современной дидактики Текст. / М.Н. Скаткин.-М.: Педагогика, 1984- 96 с.

61 Ляпин, С. Е. Методика преподавания математики в восьмилетней школе. - Москва: Просвещение, 1965. - 743 с.

62 Лернер И. Я. Содержание образования//Педагогическая энциклопедия: в 2-х т. М., 1993–1999. Т. 2, с. 349.

63 Гусев В. А. Методическая подготовка будущих учителей математики

в педагогическом институте // Современные проблемы преподавания математики / Н. С. Антонов, В. А. Гусев. - Москва: Просвещение, 1985. - С. 8-10.

64 Краевский В. В. Методология педагогики: анализ с позиции практики

// Советская педагогика. - 1988. - № 7. - С. 23-29.

65 Зорина Л.Я. Дидактические основы формирования системности знаний старшеклассников / Л.Я. Зорина. – М.: Педагогика, 1978. –128 с.

66 Губайдуллина Г. Н. Теория и практика формирования педагогической готовности преподавателей вузов к реализации системообразующих функций педагогического процесса: монография / Г. Н. Губайдуллина. - Усть-

Каменогорск: Изд-во ВКГУ им. С. Аманжолова, 2012. - 324 с.

67 Фридман Л. М. Психологические проблемы профессиональной подготовки учителя математики / Л. М. Фридман // Совершенствование методической

подготовки учителей математики в педагогических институтах: сборник научных трудов. - Ташкент, 1982. - С. 254-255.

68 Дорофеев Г. В. Гуманитарно-ориентированный курс основа учебного предмета «Математика» в образовательной школе // Математика в школе. - 1997. - № 4. - С. 59-66.

69 Бабанский Ю.К. Оптимизация процесса обучения: Общедидактический аспект, М., Педагогика, 1977

70 Болдырев Н. И., Гончаров Н. К., Есипов Б. П. и др. Педагогика. Учеб. пособие для пед. ин-тов. — М.: Просвещение 1968.

71 Даулеткулова А.У., Баймұханов Б., Бекболғанова А.Қ. Развитие логического мышления студентов в процессе преподавания математики. —Алматы: Отан. 2018. —251 с.

72 Игошин, В. И. Математическая логика в системе подготовки учителей математики. - Саратов: Слово, 2002. - 240 с.

73 Аммосова, Н. В. Методико-математическая подготовка студентов педагогических факультетов к развитию творческой личности школьника при обучении математике: автореф. дис. ... д-ра пед. наук / Н. В. Аммосова. -

Москва, 2000. -42 с

74 Гурье Л.И. Проектирование педагогических систем: Учеб. пособие; Казан. гос. технол. ун-т. — Казань, 2004. – 212с. - С.83

75 Нужнова С.В. Принципы построения содержания учебных дисциплин при подготовке к профессиональной мобильности студентов вуза // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 5. –С.82-87.

76 Ангелевский А.А. Конструирование учебной дисциплины как системы в контексте методики педагогического проектирования // Молодой ученый. –2010. –№4. –С.299-304

77 Махмутов М.И. Современный урок и пути его организации // Новое в жизни, науке, технике. Сер. Педагогика и психология. - М.: Знание, 1975. -Вып. 11.

78 Хамов Г. Г. Методическая система обучения алгебре и теории чисел в педвузе с точки зрения профессионально-педагогического подхода: автореф. дис. д-ра пед. наук / Г. Г. Хамов. - Санкт-Петербург, 1994. - 33 с.

79 Даулеткулова А.У., Баймұханов Б.Б., Бекболғанова А.Қ. Международные исследования качеств школьного образования (PISA, TIMS, PIRLS). –Алматы: НҰР, 2017. – 212с.

80 Ильина Т. А. Педагогика. Учебное пособие для пед. ин-тов. - М., 1969.

81 Закон Республики Казахстан Об образовании (с изменениями и дополнениями по состоянию на 29.12.2014 г.)

82 Лихачев Б.Т. Воспитательные аспекты обучения: Учебное пособие по спецкурсу для студентов пед. институтов. -М.: Просвещение,-1982.

83 Соловьянюк В.Г. Педагогические условия реализации профессиональной направленности основ наук при обучении в профессиональных училищах. Дис. … канд. пед. наук / В.Г. Соловьянюк. – Уфа, 1995. – 256 с

84 Коганов А.Б. Формирование профессиональной направленности студентов на младших курсах [Текст]: Автореф. … канд. пед. наук / А.Б. Коганов. – М., 1981. – 24 с.
85 Мирзабекова О.В. Принцип профессиональной направленности при обучении физике студентов вузов // Новое слово в науке: перспективы развития: материалы VI Международной научно-практической конференции. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2015. –С.75-76.
86 Коновалова И.Н. Профессиональная направленность обучения математике на экономических факультетах вузов [Текст]: Дис. … канд. пед. наук / И.Н. Коновалова. – Елец, 2007. – 26 с.
87 Масленникова Л.В. Взаимосвязь фундаментальности и профессиональной направленности в подготовке по физике студентов инженерных вузов [Текст]: Дис. … д-ра пед. наук / Л.В. Масленникова. – Саранск, 2001. – 398 с.
88 Перминова, Л.М. О дидактическом принципе научности: продолжение классических традиций в условиях инноваций / Л.М. Перминова // Инновации в образовании. – 2011. – № 2. – С. 84–96]:
89 Неймарк Ю.И., Смирнова В.Н. Сингулярно возмущенные задачи и парадокс Пэнлеве // Дифференциальные уравнения. -2000. -Т. 36, № 11. -С. 1493-1500.
90 Бутузов В.Ф., Васильева А.Б. Об асимптотике решения типа контрастной структуры // Математические заметки. -1987. -Т. 42, №6. -С. 881-841.
91 Васильева А.Б., Нефедов Н.Н, Радченко И.В. О внутреннем переходном слое в сингулярно возмущенной начальной задаче // Журнал вычислительной математики и математической физики. -1996. -Т.36, № 9. -С. 105-111.
92 Тюлю Г.М., Старшинов В.Н. Проектная деятельность как условие интеграции научно-исследовательской и учебной деятельности студентов в образовательном процессе вуза // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. – 2016. –Том 22. – № 2. –С. 172-175
93 Бородина Т.С. Реализация компетентностного подхода в высшем профессиональном образовании посредством интеграции учебной и научно-исследовательской деятельности студентов // Грани познания: Электронный научно-образовательный журнал ВГСПУ. – 2012.-№5(19).-С.38-41
94 Хуторский А.В. Метапредметный подход в обучении.-М.:Изд-во «Эйдос», 2012.73с.
95 Бережнова Е.В. Основы учебно-исследовательской деятельности студентов: Учебник для студ. сред. пед. учеб. заведений / Е.В. Бережнова, В.В. Краевский. – М.: Издательский центр Академия, 2005. – 128с.
96 Ибадуллаева С. Ж., Нургалиева А. А., Жусипова Г. Студенттердің ғылыми зерттеу жұмысының кешенді жүйесі // Молодой ученый. — 2015. — №7 - С. 45-47.
97 Раздульева Е.М. Развитие исследовательских способностей студентов педагогического вуза: автореф. канд. дис. по псих. наук. М: 2008. 24 с.
98 Бородина Т.С. Принцип интеграции учебной и научно-исследовательской деятельности студентов // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 5.

99 Юлдашева Г. Г. Некоторые аспекты принципа преемственности [Текст] // Актуальные вопросы современной педагогики: материалы III Междунар. науч. конф. — Уфа: Лето, 2013. — С. 23-25.

100 Покушалова Л. В. Формирование умений и развитие навыков самостоятельной работы студентов технического вуза // Молодой ученый. — 2011. — №4. Т.2. — С. 115-117

101 Абылқасымова А.Е. Развитие познавательной самостоятельности студентов в системе методической подготовки в университете. –Алматы, 1994. –190с.

102 В. В. Бесценная. Образование и инновации // К вопросу о критериях отбора содержания профильного обучения № 5 (92), 2006. С. 72-73

103 Психология XXI века. Под редакцией Дружинина / М.: ПЭР СЭ, 2003. -863с / Познание и общение С.118

104 Калмыкова З.И. Понимание школьниками учебного материала // Вопросы психологии. 1986. № 1. С. 87-94.

105 Хинчин А.Я. Восемь лекций по математическому анализу. М.: Гостехиздат, 1946

106 Hill, H. C., Rowan, B. and Ball, D. L. 2005. Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement // American Educational Research Journal., - 2005.Vol. 42. No. 2, - P. 371–406.

107 Magajna Z., Monaghan, J. Advanced mathematical thinking in a technological workplace // Educational Studies in Mathematics. -2003. Vol. 52, No. 2, –P .101–122.

108 Абылқасымова А.Е., Искакова Л.Т. Задачи как средство контроля и оценки знаний учащихся. –Алматы, 2005. –98с.

109 Искакова Л.Т. Методическая система дифференцированных задач как условие контроля и учета результатов обучения математике в средней школе: автореф. ...док. пед. Наук. –Алматы: КазНПУ, 2005. –42с.

110 Лернер И. Я. Процесс обучения и его закономерности. - М.: Знание, 1980.

111 Ulan Bekish. Psychological and pedagogical foundations of designing the content of educational materials //International Conference “III Borubaev’s Readings”. –Bishkek: –2019. –P.64

112 Бекиш У.А., Абдолдинова Г.Т. Формирование и развитие мыслительных способностей студентов посредством содержания элективного курса // Материалы V Международной научно-практической конференции «Педагогика современности: Актуальные вопросы психологической и педагогической теории и практики». – Чебоксары: – 2019, выпуск 1.- С. 21-23

113 Нургабыл Д.Н., Бекиш У.А. Общие требования к содержаниям элективных курсов в рамках обновления содержания образования в высшем учебном заведении // Доклады Казахской академии образования, - 2019, №1. –С. 126-132

114 Нургабыл Д.Н., Бекиш У.А. Проблемы наполнения содержательного «Научно-знаниевого компонента» компонента элективных дисциплин предназначенные для математических специальностей педагогических вузов // Материалы III Международной научно-практической конференции «Наука и

образование в современном мире: Вызовы XXI века». – Нұр-Сұлтан: – 2019, том 1.- С. 282-285.

115 Шыныбеков Ә.Н. Алгебра и начала анализа. Алматы: Атамұра, 2011. - 256 б.

116 Курош А.Г. Курс высшей алгебры. Санкт-Петербург-Москва-Краснодар: Лань,-2008. - 432с.

117 Правила организации учебного процесса по кредитной технологии обучения // Приложение к приказу Министра образования и науки Республики Казахстан от 12 октября 2018 года № 563 /www.е.зан

118 Бекиш У.А. Активизация познавательной и исследовательской деятельности студентов посредством элективных курсов в высшем учебном заведении // The Scientific Heritage, - 2019, Т. 39, №2 – С 9-12

119 Виленкин Н. Я., Блох А.Я., Таварткиладзе Р. К. Воспитание мыслительных способностей учащихся в процессе обучения математике // В кн. Современные проблемы методики преподавания математики. -М.: Просвещение, -1985. - С.201-221

120 Виленкин Н. Я., Таварткиладзе Р. К. О путях совершенствования содержания и преподавания школьного курса математики. — Тбилиси: Изд-во Тбилисского университета. - 1985. с.147

121 Нургабыл Д.Н., Бекиш У.А. Асимптотическое разложение решения сингулярно возмущенной краевой задачи с граничными скачками // Вестник КарГУ им. Букетова, серия математика. -2017, №4.- С.78-84.

122 Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по решению математических задач. М.: Просвещение, -1984. –С. 288

123 Duisebek Nurgabyl, Kasymov K.A., Asymptotic Estimates of Solution of a Singularly Perturbed Boundary Value Problem with an Initial Jump for Linear Differential Equations// Differential Equations,Vol. 40, No.5, 2004, pp. 641-651.

124 Низамов Р.А. Проблемы развития познавательной активности студентов. - Казань: КГУ, 1980. - 175с.

125 Щукина Г.И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе. - М.: Просвещение, 1979. - 160с

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Анкета №1 для профессорско-преподавательского состава

1. Какие содержательные компоненты используете при обучении научному содержанию элективных дисциплин?

____
____
____
____

2. Какие задания используете, которые направлены на формирование профессиональных знаний и умений будущих учителей математиков, в рамках изучения научного содержания элективных дисциплин?

____
____
____
____

3. Что могло бы способствовать развитию мыслительных способностей студентов математиков при работе над научным содержанием в процессе изучения элективных дисциплин?

____
____
____
____

4. Оцените уровень самостоятельности в научно-познавательной деятельности студентов?

☐ - высокий ☐ - выше среднего ☐ - средний ☐ - низкий

5. В чем заключается трудность самостоятельного изучения студентами высшей математики по любой книге?

____
____
____
____

6.Что является наиболее важным в процессе обучения научного содержания элективных дисциплин?

____
____
____
____

7. В чем заключается основная трудность методики преподавания элективных дисциплин?

____
____
____
____

8. Организуется ли исследовательская деятельность студентов в рамках:

☐ - курсового и дипломного проектирования; ☐ -педагогической, учебной практики; ☐ - обучения по преподаваемым Вами дисциплин?

Большое спасибо за сотрудничество!!!

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Анкета № 2 для студентов, магистрантов и учителей математиков

1. Изучали ли Вы самостоятельно научные или учебные материалы по предложенным Вам учебникам?

☐ -да ☐ -да, но редко ☐ - нет

2. На каком уровне усваиваете учебный или научный материал, пользуясь для этого только учебником или учебным пособием?

☐ - высоком ☐ - среднем ☐ - ниже среднего ☐ - низком

3. Назовите содержательные компоненты учебного пособия, которые обеспечивают качественное усвоение учебного(научного) материала элективных дисциплин:

____
____
____
____

4. Что способствовало повышению уровня Ваших мыслительных способностей при работе над научным содержанием в процессе изучения элективных дисциплин?

____
____
____
____

5. Насколько часто решали упражнения и задачи, моделирующие явления объективного мира?

☐ - постоянно ☐ -часто ☐ - редко ☐ -не решаю

6. Насколько часто решали упражнения и задачи, моделирующие теоретическую часть учебного материала?

☐ - постоянно ☐ -часто ☐ - редко ☐ -не решал

7. Какие научные знания усвоены Вами, элементы которых содержатся в школьном курсе математики?

____
____
____
____

8. Содержатся ли в изученных Вами учебных дисциплинах информации, которые мотивировали Вас к усвоению научного (учебного) материала?

☐ -да ☐ - нет

9. Как часто выполняли задания, направленные на интегрирование научных знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин?

☐ - постоянно ☐ -часто ☐ - редко ☐ -не выполнял

10. Как часто выполняли задания, направленные на закрепление и систематизацию освоенных знаний?

☐ - постоянно ☐ -часто ☐ - редко ☐ -не выполнял

11. Содержатся ли в изученных Вами учебных дисциплинах информация, которая ориентировала Вас в содержании научного (учебного) материала?

☐ -да ☐ - нет

12. Содержатся ли в изученных Вами учебных дисциплинах информация, которая способствовала бы выделить основное в содержании рассматриваемой темы?

☐ -да ☐ - нет

Большое спасибо за сотрудничество!!!

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Письменная работа №1

№ заданий	Содержательный компонент, которому соответствует задание	Содержание заданий
1	Задача, которая обеспечивает изучение некоторых элементов современной математики	Исследовать на устойчивость решение вырожденного уравнения для уравнения $\varepsilon \frac{dx}{dt} = t^2 - x$
2	Задача высшей математики, основные понятия которых освещаются в курсе математики школьного образования	Определите необходимое и достаточное условие существования и единственности решения краевой задачи $y'' + y' = 2,\ y(0) = \lambda,\ y(1) = 2 + \lambda$.
3	Задание, направленное на интегрирование научных знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин	Докажите, что существует единственная функция Коши уравнения $\varepsilon y''' + y'' = 0$.
4	Задача, иллюстрирующая явление окружающего мира	Скорость остывания тела прямо пропорциональна разности температур тела и окружающей среды. Температура окружающего воздуха поддерживается равной 20^0С. Когда тело остынет до 25^0С, если за 10 минут оно охладилось от 100^0С до 60^0С?
5	Проблемное задание	При каких значениях параметра λ решение задачи $y'' + y' + \lambda y = 0,\ y(0,\varepsilon) = 1,\ y(1,\varepsilon) = 2$ не может иметь положительный максимум в любой точке $t_0 \in (0,1)$.
6	Задание, ориентированное на формирование алгоритмической способности	Найдите общее решение уравнения $y'' + 2y' - 3y = e^x$
7	Задание, направленное на систематизацию знаний	Найти решение задачи $y' + y = y^3,\ y(0) = -1$

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Критические значения F – критерий Фишера для проверки направленных альтернатив

P = 0,05

		Степени свободы для числителя									
		1	**2**	**3**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**24**	**?**
Степени свободы для знаменателя	3	10,128	9,552	9,227	9,117	8,941	8,845	8,785	8,745	8,638	8,527
	5	6,608	5,786	5,409	5,192	4,950	4,818	4,735	4,678	4,527	4,366
	7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,866	3,726	3,637	3,575	3,410	3,231
	10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,217	3,072	2,978	2,913	2,737	2,539
	11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,095	2,948	2,854	2,788	2,609	2,406
	12	4,747	3,885	3,940	3,259	2,996	2,849	2,753	2,687	2,505	2,297
	13	4,667	3,806	3,411	3,179	2,915	2,767	2,671	2,604	2,420	2,208
	14	4,600	3,739	3,344	3,112	2,848	2,699	2,602	2,534	2,349	2,132
	15	4,543	3,682	3,287	3,056	2,790	2,641	2,544	2,475	2,288	2,067
	16	4,494	3,634	3,239	3,007	2,741	2,591	2,494	2,425	2,235	2,011
	18	4,414	3,555	3,160	2,928	2,661	2,510	2,412	2,342	2,150	1,918
	20	4,351	3,493	3,098	2,866	2,599	2,447	2,348	2,278	2,082	1,844
	30	4,171	3,316	2,922	2,690	2,421	2,266	2,165	2,092	1,887	1,624
	40	4,085	3,232	2,839	2,606	2,336	2,180	2,077	2,003	1,793	1,511
	50	4,034	3,183	2,790	2,557	2,286	2,130	2,026	1,952	1,737	1,440
	70	3,978	3,128	2,736	2,503	2,231	2,074	1,969	1,893	1,674	1,355
	100	3,936	3,087	2,696	2,463	2,191	2,032	1,927	1,850	1,627	1,286
	200	3,888	3,041	2,650	2,417	2,144	1,985	1,878	1,801	1,572	1,192
	∞	3,843	2,998	2,607	2,374	2,100	1,940	1,833	1,754	1,519	3,843

P = 0,01

		Степени свободы для числителя									
		1	**2**	**3**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**24**	**?**
Степени свободы для знаменателя	3	34,116	30,816	29,457	28,710	27,911	27,489	27,228	27,052	26,597	26,126
	5	16,258	13,274	12,060	11,392	10,672	10,289	10,051	9,888	9,466	9,022
	7	12,246	9,547	8,451	7,847	7,191	6,840	6,620	6,469	6,074	5,651
	10	10,044	7,559	6,552	5,994	5,386	5,057	4,849	4,706	4,327	3,910
	11	9,646	7,206	6,217	5,668	5,069	4,744	4,539	4,397	4,021	3,604
	12	9,330	6,927	5,953	5,412	4,821	4,499	4,296	4,155	3,780	3,362
	13	9,074	6,701	5,739	5,205	4,620	4,302	4,100	3,960	3,587	3,166
	14	8,862	6,515	5,564	5,035	4,456	4,140	3,939	3,800	3,427	3,005
	15	8,683	6,359	5,417	4,893	4,318	4,004	3,805	3,666	3,294	2,870
	16	8,531	6,226	5,292	4,773	4,202	3,890	3,691	3,553	3,181	2,754
	18	8,285	6,013	5,092	4,579	4,015	3,705	3,508	3,371	2,999	2,567
	20	8,096	5,849	4,938	4,431	3,871	3,564	3,368	3,231	2,859	2,422
	30	7,562	5,390	4,510	4,018	3,473	3,173	2,979	2,843	2,469	2,008
	40	7,314	5,178	4,313	3,828	3,291	2,993	2,801	2,665	2,288	1,806
	50	7,171	5,057	4,199	3,720	3,186	2,890	2,698	2,563	2,183	1,685
	70	7,011	4,922	4,074	3,600	3,071	2,777	2,585	2,450	2,067	1,542
	100	6,895	4,824	3,984	3,513	2,988	2,694	2,503	2,368	1,983	1,429
	200	6,763	4,713	3,881	3,414	2,893	2,601	2,411	2,275	1,886	1,281
	∞	6,637	4,607	3,784	3,321	2,804	2,513	2,323	2,187	1,793	6,637

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Граничные значения t-критерия Стьюдента для 5 % и 1%-го уровня значимости в зависимости от числа степеней свободы

df	Границы значения		*df*	Границы значения	
	p=0,05	p=0,01		p=0,05	p=0,01
1	12,70	63,65	46	2,013	2,687
2	4,303	9,925	47	2,012	2,685
3	3,182	5,841	48	2,011	2,682
4	2,776	4,604	49	2,010	2,680
5	2,571	4,032	50	2,009	2,678
6	2,447	3,707	51	2,008	2,676
7	2,365	3,499	52	2,007	2,674
8	2,306	3,355	53	2,006	2,672
9	2,262	3,250	54	2,005	2,670
10	2,228	3,169	55	2,004	2,668
11	2,201	3,106	56	2,003	2,667
12	2,179	3,055	57	2,002	2,665
13	2,160	3,012	58	2,002	2,663
14	2,145	2,977	59	2,001	2,662
15	2,131	2,947	60	2,000	2,660
16	2,120	2,921	61	2,000	2,659
17	2,110	2,898	62	1,999	2,657
18	2,101	2,878	63	1,998	2,656
19	2,093	2,861	64	1,998	2,655
20	2,086	2,845	65	1,997	2,654
21	2,080	2,831	66	1,997	2,652
22	2,074	2,819	67	1,996	2,651
23	2,069	2,807	68	1,995	2,650
24	2,064	2,797	69	1,995	2,649
25	2,060	2,787	70	1,994	2,648
26	2,056	2,779	71	1,994	2,647
27	2,052	2,771	72	1,993	2,646
28	2,049	2,763	73	1,993	2,645
29	2,045	2,756	74	1,993	2,644
30	2,042	2,750	75	1,992	2,643
31	2,040	2,744	76	1,992	2,642
32	2,037	2,738	78	1,991	2,640
33	2,035	2,733	79	1,990	2,639
34	2,032	2,728	80	1,990	2,639
35	2,030	2,724	90	1,987	2,632
36	2,028	2,719	100	1,984	2,626
37	2,026	2,715	110	1,982	2,621
38	2,024	2,712	120	1,980	2,617
39	2,023	2,708	130	1,978	2,614
40	2,021	2,704	140	1,977	2,611
41	2,020	2,701	150	1,976	2,609
42	2,018	2,698	200	1,972	2,601
43	2,017	2,695	250	1,969	2,596
44	2,015	2,692	300	1,968	2,592
45	2,014	2,690	350	1,967	2,590

ПРИЛОЖЕНИЕ Е

Анкета № 3 для студентов и магистрантов

Содержание задания	
1.Какие формы организации обучения более эффективно способствуют формированию профессиональных знаний и умений в процессе изучения элективных дисциплин?	
Лекционное занятие	
Практическое занятие	
Самостоятельная работа	
Самостоятельная работа студента с преподавателем	
Другое (укажите)	
2. Что, с Вашей точки зрения, более эффективно способствует самостоятельному усваиванию учебных(научных) материалов из учебного пособия?	
Мотивация	
Задачи и упражнения	
Задания на составление примеров иллюстрирующих учебные(научные) материалы	
Приобретенные знания	
Уровневые задачи и упражнения	
Другое (укажите)	
3.Назовите содержательные компоненты учебного пособия, которые формируют профессиональные знания и умения будущих учителей математики:	
Научные знания, элементы которых содержатся в школьном курсе математики	
Задачи и упражнения из школьного курса математики	
Задания на составление примеров иллюстрирующих научные материалы	
Задачи и упражнения с прикладным содержанием	
Логические задачи	
Задания, направленные на интегрирование научных знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин	
Проблемные задания	
Другое (укажите)	
4. Какие содержательные компоненты необходимы после изучения некоторого раздела или всего учебного материала?	
Задания для исследования	
Задания для закрепления	
Задания для систематизации знаний	
Другое (укажите)	
5.Какие способности должны быть сформированы у будущего учителя математики?	
Способность выделять узловые вопросы учебного материала	
Способность определения цели изучения учебного контента	
Способность составления задач для критериального оценивания знаний и умений учеников	
Способность оценивать межпредметный потенциал содержания учебного	

материала	
Другое (укажите)	
6.Какие умения, должны быть сформированы у будущего учителя математики?	
Умения решать профессиональные задачи	
Умения решать ситуационные задачи	
Умения переформулировать задачи	
Умения ставить задачи	
Другое (укажите)	
7.Какие знания, должны быть сформированы у будущего учителя математики?	
Школьный курс математики	
Научные знания, элементы которых содержатся в школьном курсе математики	
Направления развития современной математики	
Современные методы обучения математике	
Другое (укажите)	

Большое спасибо за сотрудничество!!!

ПРИЛОЖЕНИЕ Ж

Письменная работа №2

№ заданий	Содержательный компонент, которому соответствует задание	Содержание заданий
1	Задача, которая обеспечивает изучение некоторых элементов современной математики	Исследовать, стремится ли решение $x(t,\varepsilon)$ уравнения $\varepsilon\dfrac{dx}{dt}=x(e^{x}-2)$, удовлетворяющее начальному условию $x(t_0,\varepsilon)=x_0$, к решению вырожденного уравнения при достаточно малых значениях $\varepsilon>0$ и $t>t_0$.
2	Задача из высшей математики, элементы которых освещаются в курсе школьной математики	Решить краевую задачу: $\varepsilon y''+y'=1,\ y(0,\varepsilon)=0,\ \ y(1,\varepsilon)=3,$ построить график возмущенного решения, найти предельный переход решения краевой задачи к решению невозмущенного решения при достаточно малых значениях $\varepsilon>0$.
3	Задание, направленное на интегрирование научных знаний, полученных в рамках одной или нескольких дисциплин	Докажите, что существует единственная начальная функция краевой задачи $\varepsilon y'''+y''=1,\ y(0,\varepsilon)=0,\ y'(0,\varepsilon)=-1,\ \ y(1,\varepsilon)=-1$.
4	Задача, иллюстрирующая явление окружающего мира	Последовательные реакции первого порядка описываются следующей системой дифференциальных уравнений $\dfrac{da}{dt}=-10a,\ \ \dfrac{db}{dt}=10a-10^{n}b,\ \ \dfrac{dc}{dt}=10^{n}b,\ n>3$ где a, b и c соответствующие концентрации веществ A, B и C. Задание. Используя то, что в начале процесса присутствует концентрация только вещества A, а концентрации веществ B и C отсутвует и закон инвариатности, найдите начальные условия для концентрации a, b и c. Далее, введя в данной системе дифференциальных уравнений безразмерные координаты $\varepsilon=10/10^{n},\qquad x=10\cdot t$ определите сингулярно возмущенную начальную задачу. Для этой задачи иследовать асимптотическое поведение решение начальной задачи при малых значениях ε.
5	Проблемное задание	При каких значениях параметра λ существует предельный переход решения краевой задачи

		$\varepsilon y'' + \lambda\, y' = 1,\ y(0,\varepsilon) = 0,\ \ y(1,\varepsilon) = 3$ к решению вырожденной задачи при малых значениях ε.
6	Задание, ориентированное на формирование алгоритмической способности	Докажите, что существует единственная граничная функция краевой задачи $\varepsilon y''' + y'' = 1,\ y(0,\varepsilon) = 1,\ y(1,\varepsilon) = -1$.
7	Задание, направленное на систематизацию знаний	Постройте решение краевой задачи $\varepsilon y''' + y'' = 1,\ y(0,\varepsilon) = 1,\ y(1,\varepsilon) = -1$, используя начальные и граничные функции. Исследуете асимптотическое поведение решения краевой задачи, найдите величину начального скачка.