НАО «Жетысуский университет имени Ильяса Жансугурова»

УДК 372.851 На правах рукописи

САТҚҰЛОВ БАҚТИЯР БАҒЛАНҰЛЫ

Формирование и развитие у школьников математической грамотности и навыков 21 века в контексте исследований PISA

8D01501 – Математика

Диссертация
на соискание степени доктора философии (PhD)

Отечественные научные консультанты:
д.ф.-м.н., профессор Д.Н. Нұрғабыл,
д. п. н., профессор А.К. Кагазбаева

Зарубежный научный консультант:
Мехмет Фатих Акчал (Mehmet Fatih Öçal),
PhD, профессор Агри университета имени
Ибрагима Чечена

Республика Казахстан
Талдыкорган, 2025

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Согласно требованию Государственного образовательного стандарта среднего образования школьники должны не только обладать качественными знаниями, но и обладать навыками решения практико-ориентированных задач, моделирующих реальные явления. При этом, разработка продуманного плана процесса обучения школьников методам решения практико-ориентированных учебных задач, их обоснованный выбор занимает особое место в реализации школьных образовательных программ по математике.

Бурное развитие экономики, внедрения инновационных технологий в производство, направленные лишь на максимальную прибыль, привело к истощению природных богатств, сплошной деградации социальной среды, исчезновению народной традиции, положительной духовной среды. Решение этих проблем обусловило пересмотр взглядов и отношений на окружающий мир, привело к признанию важности вопроса устойчивого развития.

В официальном документе ООН «Повестка дня в области устойчивого развития» от 2015 года, были сформулированы 17 основных целей устойчивого развития. Среди них можно выделить такой основополагающий вопрос, как: обеспечение свободного доступа к качественному, развивающему образованию. Так как качественное образование способствует достижению каждой цели устойчивого развития.

В связи с этим, в 2018 году Организация Экономического Сотрудничества и Развития (ОЭСР) при ООН сформулировала свою программную концепцию «Будущее образования и навыков: образование 2030» [1]. В этой программе особое внимание было обращено к следующим вопросам: каким должно быть содержание школьной образовательной программы; какие знания, умения и навыки будут востребованы в будущем?

Такая постановка вопросов, вышеуказанные проблемы привели к необходимости пересмотра и выбора содержания школьного образования в сторону усиления прикладной направленности, повышения качества знаний, умений и навыков школьника, которые будут востребованы в будущем.

Проблемы прикладной направленности обучения математике, вопросы формирования у школьников математических знаний, умений и навыков, выбора и разработки содержания практико - ориентированных учебных задач, были исследованы многими отечественными и зарубежными авторами.

Например, в работах В.С. Леднева, В.И. Мишина, Ю.К. Бабанского, В.В. Краевского, J. Lee, D. Park, Michelle Stephan, А.Е. Абылкасымовой, А.К. Кагазбаевой и др. исследованы проблемы школьного образования, формирования математических знаний, умений и навыков, выбора содержания, сущность, структуры математического образования, общая теория и методика обучения школьников.

Теоретические основы прикладной направленности обучения математике в средней школе, методические особенности реализации практико-ориентированного обучения отражены в исследованиях А.Н.Тихонова, Ю.М. Колягина, Н.А. Терешина, В.В. Фирсова, Р.А. Садвакасовой, А.Е. Абылкасымовой, Е.А. Туякова, С.М. Сеитовой, А.К. Бекболгановой и др.

В современных исследованиях предложены эффективные подходы к составлению содержания обучения, методики обучения школьников решению практических задач (Забелина С.Б., Пинчук И.А., Карпеченко А.С., Петрова Т.Ю., Постникова К.Р., Иванов Д.И., Абылкасымова А.Е., Умиралханов А. Н., Жадраева Л., Туяков Е.А., Кенжебек Х.Т., Даулеткулова А.У.,Серикбай С. и др.).

Анализ научных исследований отечественных и зарубежных авторов показал, что содержание практико-ориентированных учебных задач должно отражать более современный, прикладной, актуальный учебный материал в рамках естественно-научных знаний, изложенных в типовых учебных программах.

Поэтому, в программном документе PISA-2021 («Program for International Student Assessment» [2]) особое внимание было обращено решению прикладных задач, понятию и развитию математической грамотности, навыков 21 века. Так как способность мыслить творчески, системно, умение рассуждать, логически доказывать, убедительно формулировать аргументы, оценивать полученные результаты, проявлять коммуникативные навыки, навыки принятия решений – это умения и навыки, которые с каждым днем приобретают все большее практическое значение в современном обществе.

Математическая грамотность — это умения и навыки школьника формулировать математическую задачу, применять и интерпретировать математику в процессе решения проблемных ситуаций. К навыкам 21 века относят: критическое, системное, креативное мышления; исследовательские, коммуникативные навыки, навыки оценки, саморегуляции, лидерства, настойчивости, рефлексии, использования информации.

Исследования PISA направлено на установления уровня сформированности математической грамотности у 15-летних учащихся. Результаты международных экзаменов PISA способствовали повышению исследовательского интереса к формированию и развитию у школьников математической грамотности, навыков 21 века.

Например, в исследованиях Е. Ю. Лукичевой, Т.К. Авдеевой, И.Ф. Авдеева, М.Н. Яриной, Т. А. Ивановой, О.В. Симоновой, J. Jailani, H. Retnawati, H. Djidu, М.И. Есеновой, Ш.И. Абуевой, Б. Р. Каскатаевой, А. Б. Кокажаевой, Ж. Казыбек Б. А. Жаукеновой, Д.Б. Тойбазарова изучены методические особенности формирования и развития математической грамотности, вопросы выбора инструментов повышения математической грамотности учащихся. А Д.М. Жилин, М.А. Пинская, А.М. Михайлова, О.А. Рыдзе, Л.О. Денищева, К.А. Краснянская, Н.А. Авдеенко, Abu Bakar, N. Ismail, B.S. Haug, S.M. Mork, R. Lavi, M. Tal, Y.J. Dori, Р.С. Базаканова, Н.Т. Оспанова, Е.Ж. Смагулов исследовали дидактические основы, педагогические условия формирования у учащихся логического мышления, некоторых мыслительных навыков 21века.

Однако, в этих и других исследованиях не рассматриваются вопросы обучения школьников решению практико-ориентированных задач в контексте исследований PISA. Не исследуются вопросы составления модели организации процесса обучения учащихся математической грамотности, особенности конструирования заданий и вопросов к проблемным ситуациям, разработки методики формирования и развития математической грамотности и навыков 21 века.

С целью повышения сформированности у школьников математической грамотности в некоторых национальных системах образования реализуется обучение математической грамотности школьников в рамках их обучения математике (J. Lee, D. Park; M.A.Abu Bakar, N. Ismail; Е.Е. Алексеева).

Однако, внедрение в образовательную систему практики обучения математической грамотности школьников, в рамках изучения программного учебного предмета, не нашла широкого применения во многих образовательных системах мира. Причиной такого отношения к обучению математической грамотности и развитию навыков 21 века является отсутствие отдельного учебника по математической грамотности, неподготовленность учителей к обучению школьников математической грамотности, отсутствие необходимости формирования и развития у школьников навыков 21 века. А неподготовленность учителей к обучению математической грамотности проявляются несформированностью у них междисциплинарных знаний.

Процесс обучения математике с позиции формирования междисциплинарных знаний, навыков 21 века был предметом исследований ряда авторов (M.Braskén, K. Hemmi, B.Kurtén; И.М. Осмоловская, Л.А. Краснова; З.Е. Жумабаева, Б.О. Амирханова).

В основе обучения математической грамотности лежит контекст практико-ориентированной задачи, математическое рассуждение, применяемое школьником в процессе решения этой задачи. Следовательно математические, междисциплинарные знания являются основными содержательными компонентами математической грамотности.

Отсюда, следует, что основными компонентами математической грамотности являются:

- обладание математическими, междисциплинарными знаниями;
- обладание умениями формулировать математическую задачу;
- обладание навыками применения математики;
- обладание навыками интерпретирования решения в контексте проблемной ситуации реального мира.

Однако, в научно-образовательном пространстве остаются мало исследованными проблемы использования основных характеристик компонентов математической грамотности в формировании и развитии у школьников математической грамотности, навыков 21 века. При этом, процесс формирования и развития навыков 21 века оказываются очень сложным психолого-педагогическим процессом, сформированность которых непосредственно зависят от профессиональной компетентности учителя и от психологических факторов организации обучения.

Использование основных характеристик указанных компонентов математической грамотности, психолого-педагогических факторов в обучении математической грамотности учащихся являются недостаточными. Поэтому в обучении математической грамотности необходимо также учитывать результаты измерения сформированности математической грамотности.

Проверка сформированности математической грамотности у учащихся имеет важнейшее обучающее, воспитывающее значение. Проверка уровня усвоения знаний в Республике Казахстан осуществляется на основе критериальной оценки учебных достижений учащихся.

Проблемы критериальной оценки учебных достижений учащихся, вопросы выработки требований для достижения сформированности знаний, умений и навыков, конструирования методической системы задач, предназначенных для контроля и учета результатов обучения математике отражены в исследованиях L. Allal, H. Torrance, D. Cisterna, A.W. Gotwals, M. Taras, Л. И. Боженковой, Е. В. Соколовой, В. А. Далингер, А.Е. Абылқасымовой, Л.Т. Искаковой, Ж. А. Абековой, А. Б. Оралбаева, М. Н. Ермаханова, А. С. Джакиповой, Д.Н. Нургабыл.

Однако, в психолого-педагогических исследованиях остаются почти не исследованными вопросы измерения уровня сформированности навыков математической грамотности и проблемы определения сформированности навыков 21 века.

Анализ психолого-педагогических исследований позволяет заключить, что обучение математической грамотности должно осуществляться с учетом следующих факторов: уровня сформированности навыков математического рассуждения у школьника; подготовленность учащегося к восприятию, пониманию постановки задачи; профессиональной подготовленности, положительной мотивации самого педагога; соответствие содержания задачи уровню достижения современной науки. Учет этих факторов способствует созданию остова модели организации процесса обучения математической грамотности, формирования и развития навыков 21 века.

В школах Республики Казахстан обучение математической грамотности в основном осуществляется в рамках обучения математическим дисциплинам, без учета уровня приобретенных междисциплинарных знаний, требований современной педагогики и психологии.

Таким образом, изучение проблемы организации обучения школьников математической грамотности, вопросов формирования и развития навыков 21 века позволило выявить следующие противоречия между:

- прикладной направленностью содержания обучения и отсутствуем сконструированных практико-ориентированных задач, отражающих процессы окружающей среды, соответствующих некоторым разделам школьного курса алгебры и геометрии.

- положениями ГОСО основного и общего среднего образования, определяющими основные требования к знаниям, умениям, навыкам обучающихся и недостаточностью разработанных подходов, способствующие успешному развитию этих знаний, умений, навыков и навыков 21 века;

- необходимостью использования успешных практик формирования и развития у школьников навыков 21 века, математической грамотности и недостаточной разработанностью методики обучения школьников математической грамотности, развития навыков 21 века.

- необходимостью измерения уровня сформированности математической грамотности, определения сформированности навыков 21 века и отсутствием инструментария для измерения математической грамотности и установления сформированности навыков 21 века.

Выявленные противоречия и недостаточная изученность проблем формирования и развития математической грамотности, навыков 21 века определили направления исследования и *актуальность проблемы исследования* - разработку методики формирования и развития у школьников математической грамотности, навыков 21 века.

Необходимость разрешения выше указанных противоречий и актуальность исследования обусловил выбор темы диссертационного исследования: «Формирование, развитие у школьников математической грамотности и навыков 21 века в контексте исследований PISA».

Целью исследования является психолого-педагогическое обоснование и разработка методики формирования и развития математической грамотности и навыков 21 века.

Объект исследования: процесс обучения математике в основной средней школе.

Предмет исследования: процесс формирования и развития у школьников математической грамотности, навыков 21 века.

Гипотеза диссертационного исследования. Если разработать и внедрить в учебный процесс психолого-педагогически обоснованную методику формирования и развития у школьников основной средней школы математической грамотности, навыков 21 века с усилением содержания программного материала целевыми практико-ориентированными задачами и инструментарием измерения уровня математической грамотности, установления сформированности навыков 21 века, то предлагаемая методика позволяет повысить качество знаний, умений школьников; развивать у них критическое, системное, креативное мышление, формировать исследовательские, коммуникативные, оценочные, рефлексивные навыки.

Задачи исследования:

- изучение психолого-педагогической основы процесса обучения школьников математической грамотности в контексте международных исследований PISA, выявление проблем обучения математической грамотности;

- установление логических связей математического рассуждения с этапами решения практических задач, их значимость в решении практико-ориентированных задач;

- разработка алгоритма конструирования оценочно-обучающих заданий к практико-ориентированным задачам в контексте исследований PISA;

- разработка систем практико-ориентированных задач и заданий к ним, направленные на развитие у учащихся математической грамотности, навыков 21 века в контексте исследования PISA;

- составление модели обучения математической грамотности, разработка модели процесса поэтапного формирования и развития у учащихся математической грамотности в рамках изучения соответствующего раздела математики,

- разработка методики формирования и развития у школьников математической грамотности, навыков 21 века в контексте исследований PISA;

- разработка методики измерения сформированности навыков математической грамотности, установления сформированности навыков 21 века;

- проведение экспериментального исследования по определению степени разработанности теоретико-методологических основ методик обучения школьников математической грамотности, установление эффективности разработанной методики формирования, развития математической грамотности и навыков 21 века.

Теоретико-методологическую основу диссертационного исследования составили следующие исследования и подходы:

- психолого-педагогические основы совершенствования обучения школьников математике (Г.И. Саранцев, А.А. Столяр, М.Н. Скаткин, Ю.М. Колягин, М. В. Потоцкий, А.Е. Абылкасымова, А.К. Кагазбаева и др.);

- прикладная и практическая направленность обучения математике (Ю.М. Колягин, Т.А. Шашкова, Н.А. Терешин, В.В. Фирсов, А. Е. Абылкасымова, Е.А. Туяков, Р.А. Садвакасова, С.М. Сеитова, Л.Ю. Жадраева, А.У. Даулеткулова и др.)

- компетентностный подход к обучению математике (И. А. Зимняя, Н.Ю. Данилова, Т.И. Адуло, Т.О. Балыкбаев, Б.Д. Сыдыков, С.М. Кенесбаев);

- принципы обучения математике (О.Б. Епишева, Л.И. Гурье, Ю.К. Бабанский, В.А. Н.А. Жалалова, Скаткин и др.);

- критериальный подход к оцениванию учебных достижений учащихся (L. Allal, I. Glark, D. Cisterna, Л. И. Боженкова, В.А. Далингер, Л.Т. Искакова, Ж.А. Абекова, А.Б. Оралбаева, Д.Н. Нургабыл)

- подходы к формированию функциональной и математической грамотности (J. Jailani, И.И. Валеев, Е.А. Яровая, Т.К. Авдеева, Ә.К. Кагазбаева, Б.А. Жаукенова, К.П. Ахметов, Б.Р. Каскатаева, М.И. Есенова);

- подходы к формированию и развитию навыков 21 века (B.S.Haug, R. Lavi, Д.М. Жилин, Н.Т. Оспанова, Р.С. Базаханова, Е.Ж. Смагулов)

Методы исследования:

а) теоретические: анализ психолого-педагогической литературы, анализ учебников по математике, используемых в школах Республики Казахстан, в контексте формирования и развития у учащихся математической грамотности, навыков 21 века; анализ учебно-методических и нормативных документов;

б) эмпирические: беседы с учителями с целью изучения готовности учителей к обучению школьников математической грамотности; анкетирование, опрос учителей; анализ результатов письменных контрольных работ школьников; анализ результатов выполнения заданий учителями;

в) математическая обработка, сравнение экспериментальных данных с применением статистических методов исследования.

Анализ результатов 15 летних школьников Республики Казахстан, полученные в международных экзаменах PISA, психолого-педагогических исследований отечественных и зарубежных авторов позволили выявить необходимость проведения исследований в области разработки выбора методов и технологии обучения школьников математической грамотности. В связи с этим, 2020 - 2024 годы были проведены экспериментальные исследования в школах города Талдыкорган, которое состояло из трех этапов.

На начальном этапе был проведен диагностический (констатирующий) эксперимент (2020-2021г.г.), который заключался в установлении степени разработанности психолого-педагогической основы методов и процессов обучения школьников математической грамотности в контексте исследований PISA.

На этом этапе были выявлены проблемы обучения математической грамотности, формирования и развития навыков 21 века, степень их изученности в педагогической теории и практике, психолого-педагогической основы процесса обучения школьников математической грамотности в контексте международных исследований PISA. Определена цель исследования, задачи теоретического и экспериментального исследования. Установлены объект и предмет исследования, сформулирована гипотеза.

На промежуточном этапе проводился поисковый эксперимент (2021-2022гг.). На данном этапе с целью выбора метода, технологии обучения школьников математической грамотности была предложена учителям математики очередная анкета.

Анализ ответов на соответствующие вопросы анкеты и результатов научных исследований отечественных и зарубежных авторов, позволил выбрать более подходящие метод и технологию обучения, способствующие эффективному формированию и развитию у школьников математической грамотности, навыков 21 века. Таковым оказались проблемно-ориентированный метод обучения и модульная технология обучения. Анализ алгоритма решения проблемных задач и экспериментальное исследование позволили выделить алгоритм составления оценочно-обучающих заданий к проблемным задачам; установлены логические связи математического рассуждения с этапами решения практических задач; выявлены и составлены проблемные задачи и задания к ним, направленные на формирование и развитие у школьников математической грамотности, навыков 21 века; построена модель организации процесса формирования и развития математической грамотности, навыков 21 века в рамках изучения соответствующего раздела математики; разработана методика формирования и развития у школьников математической грамотности, навыков 21 века; разработана методика измерения сформированности навыков математической грамотности, установления сформированности навыков 21 века.

Завершающем этапом исследования стал формирующий педагогический эксперимент (2022-2024гг.), основной целью которого являлись определение эффективности разработанной методики формирования и развития у учащихся математической грамотности, навыков 21 века и измерение сформированности у них математической грамотности.

По результатам педагогического эксперимента на основе *t*-критерия Стьюдента было доказано, что уровень сформированности математической грамотности у школьников экспериментального класса является более высоким по сравнению с контрольным. что и подтвердило гипотезу об успешности экспериментального обучения.

С целью сравнения результатов измерения математической грамотности были определены уровни сформированности математической грамотности у школьников в контексте критериального оценивания достижений учащихся. Используя те же экспериментальные данные, было доказано, что математическая грамотность у учащихся контрольного класса сформирована на среднем уровне $(0{,}5 < K_{к} < 0{,}7)$, а математическая грамотность учащегося экспериментального класса сформирована выше среднего уровня $(0{,}7 < K_{э} < 0{,}9)$.

Тем самым было доказано, что предложенный критериальный подход измерения математической грамотности у школьников соотносится с полученными результатами t-критерия Стьюдента. При этом убедились, что критериальный подход измерения математической грамотности у школьников более универсален, так как по данной методике устанавливается уровень сформированности навыков математической грамотности и навыков 21 века.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Методика обучения школьников, основанная на идее организации поисковой деятельности учителем, направленная на разработку целевого, содержательного (практико-ориентированные задачи и задания к ним) и деятельностного (методика формирования и развитие навыков математической грамотности) компонентов обучения.

2. Модель процесса поэтапного формирования, развития у учащихся математической грамотности, способствующие реализации связей между мыслительной деятельностью и этапами решения практико-ориентированных задач.

3. Методика формирования и развития у школьников навыков математической грамотности и навыков 21 века, содержательный компонент которой состоит из инвариантной (содержание стандартного учебного материала) и вариативной (сконструированная система практически задач и заданий к ним) частей, направленных на проблемно-ориентированное обучение и на использование когнитивно-деятельностного метода обсуждения результатов выполнения заданий.

4. Методика критериального оценивания сформированности навыков математической грамотности, установление сформированности навыков 21 века способствует повышению учебной мотивации школьников, объективному определению уровня сформированности математической грамотности.

Научная новизна исследования заключается в том, что:

- установлены логические связи математического рассуждения с этапами решения практических задач и выявлена их значимость в решении практико-ориентированных задач;

- разработан алгоритм конструирования оценочно-обучающих заданий к практико-ориентированным задачам в контексте исследований PISA;

- разработаны системы практико-ориентированных задач и задания к ним, направленные на формирование и развитие у школьников математической грамотности, навыков 21 века;

- составлена модель обучения математической грамотности, построена модель организации процесса поэтапного формирования и развития математической грамотности, навыков 21 века в рамках изучения соответствующего раздела математики;

- разработана методика формирования и развития у школьников математической грамотности, навыков 21 века в контексте исследований PISA;

- разработана методика измерения сформированности навыков математической грамотности и установления сформированности навыков 21 века.

Кроме того, были решены следующие задачи:

- изучены психолого-педагогические основы процесса обучения школьников математической грамотности в контексте международных исследований PISA, выявлены проблемы обучения математической грамотности;

- проведены экспериментальные исследования по определению степени разработанности теоретико-методологических основ методик обучения школьников математической грамотности, установлена эффективность разработанной методики формирования, развития математической грамотности и навыков 21 века.

Теоретическая значимость исследования заключается в том, что:

– предложенный подход к конструированию оценочно-обучающих заданий к практико-ориентированным задачам, формирующих и развивающих у учащихся математическую грамотность вносить определенный вклад в теорию разработки практико-ориентированных задач;

– разработанные, классифицированные системы задач, направленные на формирование и развитие математической грамотности у школьников в рамках изучения программных учебных материалов школьной математики, частично дополняет содержание педагогической дидактики;

– построенная модель процесса формирования и развития междисциплинарных знаний, математической грамотности, навыков 21 века в рамках изучения содержаний раздела математики способствует развитию теории построения системы уроков;

– установленные интерактивные связи математического рассуждения с этапами решения практических задач дополняют теорию педагогической психологии.

Практическая значимость результатов исследования состоит в том, что результаты исследования могут быть успешно использованы преподавателями, научными работниками, учителями при составлении учебников и учебных пособий нового поколения для среднего образования, при обучении школьников математической грамотности, в процессе формирования и развития навыков 21 века (подтверждаются актами внедрения, см. приложение И).

Обоснованность и достоверность результатов педагогического исследования обеспечиваются: ретроспективным анализом психолого-педагогической литературы, применением и сочетанием адекватных методов исследования, соответствующие целям, задачам и гипотезе исследования; практическим подтверждением результатов исследования посредством применения математических и статистических методов исследования.

Апробация результатов исследования*:*

– основные положения и результаты исследования докладывались и обсуждались на научно-методических семинарах кафедры математики и физики ЖУ им. И. Жансугурова, кафедры математики Женского Национального педагогического университета (2022 г. и 2023 г.), кафедры математики Актюбинского регионального университета имени К. Жубанова, факультета педагогики и гуманитарных наук университета имени С. Демиреля (2024г), на обучающих семинарах повышения квалификации учителей школ города Талдыкоргана.

– некоторые результаты исследований обсуждалась на международных конференциях: «Наука, общество, культура: проблемы и перспективы взаимодействия в современном мире» (Петрозаводск, 2023); «In the world of Science and Education (Алматы, 2025); «Global Science And Innovations 2023: Central Asia» (Астана, 2023).

– основные результаты диссертационной работы изложены в журналах, включенных в перечень рецензируемых научных изданий, определенных Комитетом по обеспечению качества в науке и образовании Министерства высшего образования и науки Республики Казахстан (3 статьи), в индексируемом научном журнале из базы Скопус (1-статья), в материалах международных научно-практических конференций (3-статьи) и 1-статья в вузовском журнале.

Структура и содержание диссертационной работы. Работа состоит из введения, двух глав, списка использованной литературы и приложений.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ И РАЗВИТИЯ У ШКОЛЬНИКОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ, НАВЫКОВ 21 ВЕКА В КОНТЕКСТЕ ИССЛЕДОВАНИЙ PISA

1.1 Психолого-педагогические основы организации процесса обучения школьников математической грамотности, формирования и развития навыков 21 века в контексте международных исследований PISA

Потребности экономики, естествознания, техники, технологии, производства, вся деятельность человека, направленная на решение практических задач, познания явления окружающей среды ставят перед математикой совершенно новые задачи, решение которых способствовало бы развитию самой математики. В свою очередь развитие математики обусловило появление новых эффективных методов решения практических задач, расширяя области их применения, что способствовало развитию науки, техники, технологии, производства, экономики.

Таким образом, отражение достижений научно-технического прогресса в математике, безусловно, как важнейшее научное знание из области теоретических и прикладных наук, должно было проявляться в содержании школьного математического образования. Следовательно, обучение учащихся естественно-научным знаниям, усиление прикладной направленности содержания школьного курса математики являлись требованием общества и производства, что обусловило появление в нем новых знаний, которые ярко иллюстрируют применение математики при моделировании и решении важнейших задач экономики, производства, технологии.

Проблемы модернизации содержания учебных материалов в контексте новых научных знаний, содержания методики обучения школьников математике отражены в исследованиях Ю.К. Бабанского [3], А.Е. Абылкасымовой [4], А.К. Кагазбаевой [5], В.В. Краевского [6], С.В. Бочкарева, Н.В. Кононенко, Ю.С. Токаревой [7], В.С. Леднева [8], В.И. Мишина [9], И.Я. Лернера [10], Т.А. Куликовой, Н.А Прониной [11], М.В. Потоцкого [12]. Они отмечают, что содержание учебного материала школьной математики должны соответствовать содержанию современной науки, преемственности, системности, удовлетворять требованиям работодателей, математически описывать задачи экономики, техники и технологий, содержать междисциплинарные знания. Содержание обучения должны соответствовать уровню обученности учащихся, уровню обеспеченности техническими, учебно-методическими средствами обучения, принципам дуального обучения.

Вопросами прикладной направленности содержания школьного курса математики занимались А.Е. Абылкасымова и др. [13], А.К. Кагазбаева [14], Р.А.

Садвакасова [15], Ю.М. Колягин [16]. Н.А. Терешин [17], А.Н. Тихонов, Д.П. Костомаров [18], Т.А. Шашкова [19] и др. Частичное решение данного вопроса в Республике Казахстан отражено в требованиях к разработке современного учебника для общеобразовательных школ Республики Казахстан [20].

Значительную роль в преодолении догматических методов обучения математики в контексте прикладной направленности изучения математики в средней школе сыграли работы В.В. Фирсова [21], В.И. Мишина [9, с.18-19], А.А. Столяра [22], Ю.М. Колягина [23], Г.И. Саранцева [24], О.Б. Епишевой [25] и др.

Необходимость использования высоких, современных наукоемких технологий в производстве и решения вопросов логистики, а также цифровизация всех процессов социальной среды, экономики, производства обусловили очередное обновление содержания среднего образования.

В связи с этим, ОЭСР (Организация Экономического Сотрудничества и Развития) сформулировала в 2018 году свое видение в следующих вопросах: каким должно быть содержание учебной программы средней школы, какие умения и навыки будут востребованы обществом и производством в будущем? Данное видение было представлена в виде концепции: «Будущее образования и навыков: образование 2030» [1,с.5-17], где на основе использования эмпирических данных, ОЭСР заключает, что школьный курс математики должен носить *усиленную* прикладную направленность.

В связи с этим, многие образовательные системы мира, в том числе и в Республике Казахстан в свои образовательные программы по математике включили новые учебные материалы из разделов анализа, геометрии, теории вероятности, математической статистики, экономики, теории финансов.

Проблемы усиления прикладной направленности содержания школьного курса математики, выяснения сущности прикладной направленности обучения математике, вопросы обучения школьников решению задач прикладного характера были рассмотрены в исследованиях А.Е. Абылкасымовой [26], Е.А. Туякова [27], С.М. Сеитовой [28], А.У. Даулеткуловой [29], А.К. Бекболгановой [30], С.Б. Забелиной [31] и др.

Однако, практика показала, что обучение математике в условиях усиления прикладной направленности содержания математики не нашла должного внимания со стороны учителей школы. С целью мотивации образовательной работы учителей, в целом образовательных учреждений в условиях усиления прикладной направленности школьного курса математики с 2000 года под эгидой ОЭСР в каждые три года проводятся международные исследования PISA по оценке достижений учащихся (Качество школьного образования в Республике Казахстан в контексте международного исследования PISA нами описаны в [32]).

Результаты этих исследований показали, что во многих образовательных системах мира не смогли преодолеть трудности в вопросах организации эффективного процесса обучения математике с усиленным прикладным содержанием. В связи с этим и с целью реализации усиления прикладной направленности обучения школьников была опубликована новая программная концепция PISA-2021 по оценке и исследованию учебных достижений учащихся [2, с.8-17].

В этой программе особое внимание было уделено пояснению понятия «Математическая грамотность» с точки зрения педагогики и психологической науки.

Для определения уровней сформированности математической грамотности в международных экзаменах PISA используются сформированные навыки применения математики для решения практико-ориентированных задач с разнообразным математическим содержанием.

В целом данная программная концепция рассматривает математическую грамотность как продукт взаимодействия математического рассуждения с основными этапами решения практико-ориентированных задач.

Математическое рассуждение в программной концепции PISA рассматривается как цепочка математических суждений, умозаключений, построенных в логической рекуррентно-последовательной форме. Математическое рассуждение проявляется в процессе использования знаний, умений, мыслительных навыков для распознавания математических объектов, понимания постановки проблемных ситуаций, возникающих в окружающей среде, в формулировании проблемной ситуации в форме математической задачи, при выборе метода решения математической задачи, в интерпретации и оценке алгоритма решения задачи.

В этой концепции исходя из указанной связи, было сформулировано определение математической грамотности.

«Математическая грамотность – это знание, умения, навыки человека, которые позволяют рассуждать математически: формулировать проблемную ситуацию, применять математические знания для решения практических задач, интерпретировать, оценивать решение задачи» [2, с.5].

Однако, распознавание, восприятие, воспроизведение постановки практической задачи является ключевым фактором при обучении математической грамотности. В связи с этим предлагается конкретизировать основные этапы процесса применения математики к решению практических задач на основе использования метода моделирования:

- распознавание в контексте задачи закономерности явления окружающей среды и математического содержания задачи; понимание постановки задачи (проблемной ситуации);

- составление математической модели (формулирование математической задачи);

- решение математической задачи (решение внутри модели);

- интерпретация полученного решения математической задачи в соответствии с данными задачи.

Здесь распознавание – это процесс познания проблемной ситуации. В психологии под познанием понимают способность к умственному восприятию, переработка данных. Составление математической модели – этап перехода от проблемной ситуации к сформулированной математической задаче. Решение математической задачи – это этап использования математики в решении математической задачи. Интерпретация решения – это оценка, иллюстрация полученного решения в контексте проблемной ситуации.

Таким образом, в основу оценки сформированности у учащихся математической грамотности положены навыки математического рассуждения, знание математического содержания задачи, понимание контекста практико-ориентированных задач и навыки интерпретации и оценки полученного решения.

С целью повышения уровня математической грамотности школьников в контексте исследований PISA многие национальные образовательные системы в свои учебные программы включили практические задачи с разнообразным математическим содержанием, с контекстами из различных областей познания, оценочные задания к практико-ориентированным задачам, способствующие развитию математической грамотности у школьников.

Теперь дадим пояснение тому, из чего состоит математическое содержание практической задачи, что означают оценочные задания, контекст задачи.

Математическое содержание практико-ориентированных задач в исследованиях PISA условно подразделяются на четыре группы — это задачи на «количество, изменение и зависимости, пространство и формы, неопределенность и данные» [2, с.7]. Каждое математическое содержание отличается между собой целевым назначением.

Задачи на количество предназначены определению сформированности у 15 летних учащихся логического, вычислительного мышления, степени понимания ими количества, количественного отношения, навыков использования способов представления чисел, числовых отношений и их структур.

Задачи на изменение и зависимости предназначены для установления у учащихся уровня сформированности знаний, умений, навыков распознавания, выявления переменных величин, установления функциональных зависимостей между величинами и направлены на математическое описание зависимостей между переменными величинами процесса, явления реального мира.

Задачи на пространство и формы предназначены для определения сформированности у учащихся пространственного мышления, политехнических знаний, умений и навыков, направлены на изучение пространственных и плоских геометрических фигур и форм.

Задачи на неопределенность и данные предназначены для установления сформированности умений и навыков, использования законов распределения случайных событий, обработки, применения статистических данных для выработки научно обоснованных утверждений и для принятия решений на основе статистических данных и направлены на изучение вероятностных и статистических явлений и зависимости.

Контексты практико-ориентированной задачи описывают проблемную ситуацию, которые направленны на развитие у учащихся математической грамотности и навыков мышления. В исследованиях PISA для определения уровня сформированности математической грамотности у учащихся в основном используются следующие контексты задач: «личные, социальные, профессиональные, научные» [2, с.7]. Контекст задачи, носящий личный характер может описывать проблемную ситуацию личности, семьи, друзей, одноклассников и т.п. Контекст задачи социального характера может описывать постановку социальной задачи какого-либо сообщества в региональном, или в национальном уровне. Контекст задачи профессионального характера описывает труд, трудовые отношения в профессиональном аспекте. Контекст задачи научного характера описывает научные явления природы, экологии, технологии.

Таким образом, контекст практико-ориентированной задачи с математическим содержанием описывает проблемные ситуации, возникающие в окружающей среде. В связи с этим, у исследователей и у учителей появились интересы к различным методам обучения школьников решению практико-ориентированных задач.

Например, в работах М.Х Асадова [33], А.С. Карпеченко, Т.Ю Петровой [34], К.Р. Постниковой, Д.И. Иванова [35] исследованы вопросы обучения школьников методам решения математических задач, формирования мотивации обучающихся посредством решения практических задач.

Однако, вопросы обучения школьников решению практико-ориентированных задач в контексте формирования и развития математической грамотности, навыков 21 века в процессе обучения математики учителями почти не рассматриваются.

Анализ показал, что главным средством обучения школьников математической грамотности является система вопросов и заданий к практическим задачам. В связи с этим, многие национальные образовательные системы, с целью повышения уровня математической грамотности школьников в контексте исследований PISA, в свои учебные программы включили оценочные задания к практико-ориентированным задачам, способствующие развитию математической грамотности у школьников.

Вопросы, задания – это постановка проблемных ситуаций, которые раскрывают исходную проблемную задачу с различных позиций. Задания предназначены на осознанное применение учащимися приобретенных знаний, умений и навыков и направлены на оценку математической грамотности учащихся.

Для обеспечения процесса обучения учащихся существуют типовые образовательные программы, государственные обязательные образовательные стандарты, определяющие формируемые компетенции по каждой дисциплине, изучаемых в школе. Однако зачастую, исходя из современной тенденции образования, или, решая конкретную педагогическую задачу, учителя математики составляют, выбирают учебные задания. При этом, если содержание учебных задач определяется новыми целями обучения, то в этом случае проблема конструирования содержания прикладных учебных задач и заданий к ним становятся более сложными и поэтому решение этой проблемы требует дальнейшего изучения.

Отсюда, возникает следующий вопрос: каким образом составляются задания и вопросы к рассматриваемой задаче, каким принципам обучения должны удовлетворять составленные задания, каким требованиям должны соответствовать?

В этом направлении можно отметить лишь следующие работы Л.О. Денищевой, К.А. Краснянской, О.А. Рыдзе [36], Л.О. Рословой, Е.С. Квитко, И.И. Карамовой [37], Т. П. Жуйковой [38], в которых эти проблемы затрагиваются лишь косвенно. Они предлагают критерии для разработки исходной задачи, подходы к составлению заданий к практическим задачам, направленные на формирование и развитие навыков математической грамотности у учащихся младших классов.

Введение к проблемной задаче – это текст или наглядный объект, способствующий пониманию, визуализации проблемной задачи, мотивации к решению проблемной задачи.

Однако проблемы выработки методических основ способов составления заданий к учебным практико-ориентированным задачам, предназначенных для

15 летних школьников, в контексте исследований PISA до сих пор остаются мало исследованными.

В связи с этим, а также с целью повышения уровня сформированности математической грамотности у школьников в рамках мониторинговых экзаменов PISA, во многих национальных системах образования бурно растут как практические, так и исследовательские интересы к процессу обучения школьников математической грамотности.

Например, J. Lee, D.Park посредством анализа исследований PISA, сопоставляют, изучают эффективность проводимых реформ, направленных на повышение функциональной грамотности школьников, реализуемых в последние годы в образовательных школах в США и Корее [39]. В работе [40] M.Saarela, T. Karkkainen анализируя процессы обучения учащихся дисциплинам образовательной системы Финляндии, подмечают значимость организации доверительного взаимного сотрудничества между учителем и школьником в процессе подготовки учащихся к международным тестовым экзаменам PISA. В работе [41] L. Rutkowski, D. Rutkowski, в статье [42] J. Jailani, H. Retnawati, H. Djidu исследовали динамику сформированности ключевых навыков математической грамотности у учащихся в зависимости от их возрастных особенностей и принадлежности к классу, от специализации и уровня школ. А также, обсуждались проблемные вопросы повышения уровня и оценки качества математической грамотности у учащихся на основе использования стандартного учебного курса математики.

В работе А.К. Кагазбаевой [43], О.Г. Игнатовой [44], Д.Б. Тойбазарова [45] исследованы значимость, вопросы развития функциональной грамотности в условиях обучения учащихся по обновленному содержанию среднего образования на основе использования прикладных задач и междисциплинарных связей.

В статье М.И. Есеновой, Ш.И. Абуевой [46] представлены практические результаты исследования, связанные с некоторыми проблемами покомпонентного формирования и развития математической грамотности. В статье [47] Б. Р. Каскатаевой, А. Б. Кокажаевой, Ж. Казыбек были изучены проблемы подготовки студентов к обучению школьников математической грамотности, выделены особенности математического моделирования в формировании и развитии математической грамотности.

Исследования Е.Е. Алексеевой [48], К.П. Ахметовой [49], Б.А. Жаукеновой [50], Д.Б. Тойбазарова [51] посвящены методическим особенностям формирования математической грамотности (В работе [52] нами были описаны вопросы повышения математической грамотности у школьников посредством проблемно-ориентированного обучения).

В работе [53] Н.В. Дударева построила модель функционально-математической грамотности, в [54] И. И. Валеев заключает, что функциональная математическая грамотность учащихся составляет основу формирования и развития математической компетенции. В статье [55] Т. А. Иванова, О.В. Симонова выявили структуру математической грамотности учащихся в контексте формирования их функциональной грамотности.

В исследовании PISA–2021 впервые были выделены **навыки 21 века**, необходимые человеку в своей повседневной деятельности, которые формируются и развиваются посредством выполнения оценочных заданий:

- коммуникативные навыки;
- навыки критического мышления;
- навыки креативного мышления;
- навыки системного мышления;
- навыки творческого мышления (исследование, изучение);
- навыки лидерства (саморегуляция, инициативность, настойчивость);
- навыки использования и выбора информации;
- навыки проведения и совершения рефлексии.

Важность навыков 21 века определяется тем, что они позволяют успешно разрешить проблемные ситуации, оперативно выбирать необходимую информацию из потока разнообразных информаций, критически относиться к результатам своей или любой другой деятельности, анализировать данные, и на основе этих данных принимать оптимальное решение.

Из указанных навыков выделим те навыки 21 века, которые способствуют формированию и развитию математической грамотности.

Критичность мышления у учащихся среднего звена (5-9кл) носит хаотичный, временный характер. Необходимым условием сформированности критичности мышления у школьников среднего звена является применение ими освоенных знаний на основе правил математической логики и математического рассуждения.

Системное мышление проявляется у школьников среднего и старшего звена тогда, когда школьник в уме анализирует, синтезирует данные некоторой проблемы, интегрирует различные знания, и представляет их в виде одной общей математической модели, в виде динамичной системы, принимает решение на основе системного анализа.

Креативное мышления проявляется у школьников старшего звена в идеях, интуициях, в способностях выдвигать свои подходы, методы и пути рационального решения проблемной ситуации.

Коммуникативные навыки и навыки рефлексии формируются при обсуждении и оценке учебных результатов учащихся.

Навыки творчества и использования информации формируются при решении проблемных задач, предназначенных для самостоятельного выполнения.

Таким образом, эти навыки способствуют формированию и развитию математической грамотности, которые становятся более значимыми в нашем современном веке.

Например, в работе [56] M.A. Abu Bakar, N.Ismail исследуют влияния сформированных навыков учителей Малайзии на формирование развития у учащихся соответствующих навыков 21 века. B.S. Haug, S. M. Mork анализирует мнение учителей о применимости и полезности сформированных у них мыслительных навыков в их педагогическом, профессиональном развитии [57]. В статье [58] R. Lavi рассматривает проблемы выбора эффективных методов обучения школьников математической грамотности с позиции формируемых мыслительных навыков 21-го века.

Н.В. Дударева, Е. А. Утюмова в работе [53] выявили основные составляющие математической грамотности: «когнитивный, прогностический, деятельностный и рефлексивный». При этом, они подчеркивают, что сформированность каждого составляющего определяют соответствующие уровни сформированности, развитости математической грамотности. Н.Т. Оспанова в [59] отмечает значимость изучения вопросов развития у будущих учителей- студентов критического мышления. Р.С. Базаканова в [60] утверждает, что учитель будет обладать навыками проведения, совершения эффективной рефлексии, как только у него будет успешно сформированы критическое мышление и профессиональные знания на требуемом уровне. В работе [61] Е.Ж. Смагулов сформулировал дидактические основы развития математического мышления школьников в системе непрерывного математического образования.

В работе [62] М.А. Пинская, А.М. Михайлова и др. исследуют проблемы формирования и развития у учащихся критического и креативного мышления на уроке, сочетания этих компетенции с другими образовательными стандартами и программами. Д. М. Жилин отмечает [63], что формирование и развитие навыков XXI века реализуется только посредством предметного содержания, и эти компетенции способствуют освоению предметных знаний, умений и навыков. В статье Б. Саткулова [64], H.İ. Bülbül, M.S. Bekbolat, K.M. Berkimbaev, G.P. Meirbekova в [65] рассматривают возможности навыков 21 века (коммуникативные, креативные, мягкие и др.), которые необходимы в процессе обучения школьников различным дисциплинам.

Исследование показало, что проблемы обучения математической грамотности, формирования и развития навыков 21 века тесно взаимосвязаны с вопросами обучения математике на основе компетентностного подхода. Например, в работе Т.О. Балыкбаева, Т.А. Алдибаевой [66], И.А. Зимней [67], Н.Ю. Даниловой [68], Т.И. Адуло, И.К. Асмыкович [69], Б.Д. Сыдықова, С.М. Кенесбаева [70] были исследованы проблемы развития математического образования на основе компетентностного подхода.

С целью повышения сформированности математической грамотности у школьников, навыков 21 века с каждым годом растет теоретический интерес у исследователей, а также практический интерес у учителей практиков к процессу обучения математике, технологиям и методам формирования и развития у 15-летних школьников математической грамотности, навыкам 21 века посредством решения практико-ориентированных задач с разнообразным математическим содержанием соблюдением законов математической логики.

Однако вопросы: «В каких этапах выполнения заданий проявляются основные компоненты математической грамотности, и каким образом, они взаимно сочетаются с навыками 21 века?» остаются не исследованными.

Поскольку любой учебный материал по математике строится на основе различных понятий и утверждений с соблюдением законов математической логики, то и учитель при составлении контекстов заданий к практико-ориентированным задачам должен соблюдать эту формально-логическую последовательность построения. При этом, контекст каждого задания должен излагаться на понятном языке, соответствующий усвоенным знаниям учащихся. Обычно первоначальное решение практико-ориентированных задач, предназначенных для формирования и развития навыков математической грамотности, навыков 21 века сопровождается решением модельных примеров.

Такой подход в объяснении и изучении учебного материала позволяет формировать у учащихся математические знания, навыки применения законы логики, математического рассуждения, повысить профессиональную компетенцию у будущих учителей математики (В.И. Игошин [71], Б.К. Неворотов, М.Б. Моисеев [72]).

Основы современной методики преподавания математики определяются с помощью систем математических, междисциплинарных знаний, подходов, методов, технологии обучения, системой взаимоотношений между учителем и учеником, которые динамично меняются в соответствии постоянно изменяющуюся объектами познания окружающей среды.

Очевидно, междисциплинарные знания способствуют эффективному формированию и развитию математической грамотности. При решении практико-ориентированных задач обучающиеся осуществляют интеграцию междисциплинарных знаний. При этом в процессе решения этих задач они не просто применяют законы, положения, информации из разных областей науки, понимают и распознают проблемную ситуацию как единое целое явление окружающего мира ([73], M. Braskén, K. Hemmi, B. Kurtén [74], И.М. Осмоловская, Л.А. Краснова [75], З.Е. Жумабаева, Б.О. Амирханова [76], А.К. Садыкова, Ж.Ж. Кузембекова [77] и др.).

Как известно методика преподавания математики – это раздел педагогики, исследующий закономерности обучения математике в соответствии с целями обучения, поставленной обществом. Одним из таких целей обучения является обучение школьников математической грамотности.

В этом направлении можно выделить работы Е. Ю. Лукичева [78], Т.К. Авдеевой, И.Ф. Авдеева [79], М.Н. Яриной [80], Е.А. Яроваевой [81], Darhim Prabawanto S., Susilo B.E. [82], С.С. Базарбаевой, Н. Айтбаевой [83], где изучаются возможности разнообразных технологий и методик для формирования математической грамотности.

Однако, проблемы использования и разработка эффективных методов обучения математической грамотности остаются мало исследованными.

Взаимоотношение между учителем и учеником в процессе обучения должно строиться на основе взаимного доверия, профессионального уважения и честного отношения. Уважительное, честное отношение учителя к ученикам способствует стремлению учеников к познанию. Следовательно, правильное взаимоотношение между учителем и учеником способствует формированию и развитию математической грамотности и навыков 21 века.

В.К. Султановой описаны «приемы слушания собеседника, направленные на установление взаимопонимания и взаимного сотрудничества. Особо подчеркнута необходимость понимания педагогом психологической готовности ученика к общению, чему способствует использование учителем приемов активизации внимания, его искренность, тактичность и умение выслушать собеседника» [84].

Исследователи В.С. Собкина, А.С. Фомиченко [85], J. Lee [86], обосновывают предположение о том, что положительные взаимоотношения между учителем и учащимися являются мощным мотивационным стимулом, влияющим на успешные учебные достижения учащихся, подчеркивают важность рассмотрения вопросов развития у школьников мыслительных навыков 21 века, организации доверительного сотрудничества между учеником и учителем в процессе подготовки школьников к тестовым экзаменам PISA.

Критериальное измерение учебных достижений школьников. Анализ литератур показал, что в отечественных и зарубежных исследованиях вопросы учета взаимоотношения между учителем и учеником в процессе обучения математической грамотности почти не рассматриваются.

В международном исследовании PISA главными и приоритетными направлениями исследования являются оценка и установление уровня сформированности математической грамотности у учащихся. В исследовании PISA измерение сформированности математической грамотности реализуется посредством определения уровня сформированности следующих навыков мышления:

- понимание контекста проблемной ситуации;
- формулирование математической задачи;
- применение математики в решении математической задачи;
- интерпретация и оценка полученного решения.

Однако в исследованиях PISA не акцентируется внимание на вопросы установления критериев для определения уровня сформированности знаний и навыков мышления, формируемых на основе применения универсального метода – метода математического моделирования.

В Республике Казахстан внедрена критериальная система оценки учебных достижений учащихся. Критериальное измерение учебных достижений школьников является неотъемлемым, необходимым этапом процесса обучения, который направлен на успешность усвоения учащимися учебных материалов, на формирование и развитие его мыслительных способностей.

«Государственная программа развития образования и науки в Республике Казахстан на 2020-2025 годы» и «Концепции развития дошкольного, среднего, технического и профессионального образования Республики Казахстан на 2023 – 2029 годы» [87-88] предопределило внедрение новых требований к измерению учебных достижений учащихся и установлению сформированности мыслительных навыков, которые соотносятся с вопросами определения сформированности у учащихся математической грамотности.

Следовательно, на сегодняшний день изучение успешности усвоения школьниками нового учебного материала, определение уровня сформированности у учащихся математической грамотности и навыков 21 века посредством критериального оценивания учебных достижений школьников являются одними из главных задач процесса обучения математике.

Современная мировая практика критериального измерения достижений учащихся все чаще применяется во многих системах образования мира. Так, например, на практике очень часто используется методика привлечения учащихся к осуществлению обсуждения и оценки учебных результатов (оценка учебных достижений учащихся, обсуждение алгоритма решения задачи). В исследовании I.Clark [89] выявлены основные принципы оценки достижений учащихся, структурные элементы критериального оценивания. Многие исследования посвящены развитию теории оценок, определению целей оценивания, разработке новых методов оценивания, установлению возможностей критериальной оценки с позиции успешности обучения математике (S.A. Sorby, G.C. Panther [90], H.Torrance [91], D.Cisterna, A.W.Gotwals [92] и др.).

Ряд исследований посвящен выделению эффективных методов критериального оценивания учебных достижений школьников, определению влияния технологии оценивания на мотивацию учащихся, результативность обучения (Л.И. Боженкова [93], В.П. Беспалько [94], Ж. А. Абекова, А. Б Оралбаев, М. Н. Ермаханов, А. С.Джакипова [95], В.А. Далингер [96], R.K. Iskakova, S.K.Azhigenova, Zh. Zengin [97], А.Е. Абылкасымова, Л.Т. Искакова [98, 99], Д.Н. Нургабыл [100])

Анализ показал, что измерение сформированности у школьника математической грамотности является психологическим процессом в теоретико-методологическом аспекте. В исследованиях PISA основными дескрипторами оценки сформированности математической грамотности у учащихся служат компоненты математической грамотности.

Такой подход в определении уровней сформированности математической грамотности у школьников обосновывается применением специально разработанных уровневых задач, которые образуют систему оценочных задач. При этом оценочными баллами выделяются уровни сложности этих задач в зависимости от совершаемых ими математических рассуждений.

Однако анализ исследований публикаций отечественных и зарубежных авторов и практические достижения учителей математики показали, что проблемы разработки методики измерения уровня сформированности у учащихся математической грамотности по учебному материалу в контексте критериального оценивания учебных достижений учащихся до сих пор остаются мало исследованными.

Наблюдение показывает, что школьники, которые стараются решать практико-ориентированные задачи, используя учебные материалы из учебника, не в состоянии самостоятельно решать эти задачи.

В чем заключается сложность самостоятельного решения школьниками практико-ориентированных задач? Сейчас, не вникая в суть проблемы, прикрываемся отсутствием качественных учебников, обвиняем самих школьников: их слабую мотивацию к учению и большие пробелы в знаниях, формальное отношение к усвоению методов решения практико-ориентированных задач и т. д. Однако такой подход не решает проблемы преодоления трудности самостоятельного решения практико-ориентированных задач. Действительно, есть учащиеся, которые не мотивированы к познанию, не-подготовлены к использованию математических знаний, умений и навыков в решении практико-ориентированных задач. Однако, в основной массе у школьников присутствует желание учиться и серьезное отношение к процессу обучения.

Следовательно, существует определенная серьезная причина отсутствия потребности у учащихся к познанию методов решения практико-ориентированных задач.

Практика показала, что применение любой методики обучения школьников решению практико-ориентированных задач не обеспечивает качественного приобретения навыков математического рассуждения, т. е. не способствует должному развитию математической грамотности у учащихся.

Отсюда и возникает потребность в анализе и исследовании процесса обучения математической грамотности в рамках процесса обучения учащихся школьной математике, вопросов о построении последовательности решения систем практических задач в процессе обучения математическим знаниям и математической грамотности в целом.

Очевидно, основу успешности процесса обучения математической грамотности составляют содержание практических задач, передача логики изложения алгоритма решения задачи и принятие во внимание влияния педагогических факторов, законов и положений психологии на процесс обучения математической грамотности школьников.

Следовательно, для определения основных факторов, существенно влияющих на процесс формирования и развития навыков математической грамотности обратимся к положениям и законам психологии и философии, которые раскрывают процессы восприятия, понимания, математического рассуждения и обучения.

Теперь установим, какие факторы существенно влияют на процесс формирования и развития навыков математической грамотности, помимо содержания задачи. С этой целью рассмотрим алгоритм решения практико-ориентированной задачи, на которых должны основываться методика составления содержаний оценочных вопросов и заданий к проблемной ситуации и методика обучения математической грамотности в целом.

Прежде всего, изучим взаимодействие психологии мышления и формальной логики на каждом этапе алгоритма решения задачи. Формальная логика изучает алгоритм рассуждений, правила перехода из одного высказывания в другое, и то, как школьник должен рассуждать, чтобы от истинных утверждений прийти к истинному заключению.

Таким образом, правила формальной логики истинны и не зависят от алгоритма решения задачи, не зависят от мыслительных навыков, знаний и умений школьника.

Следовательно, формальная логика в процессе решения практических задач обеспечивает школьника правилами и законами истинного рассуждения и мышления. Однако, в формальной логике нет правил, по которому можно логически правильно применить законы формальной логики в обучении. Правильное применение этих законов в процессе решения задачи непосредственно зависит от сформированных мыслительных способностей, особенностей психологии мышления школьника.

Отсюда вытекает, что в процессе обучения математике, в частности в процессе обучения математической грамотности должны принимать во внимание факторы, связанные с контекстом проблемной ситуации, математическим содержанием учебных задач, с мыслительной деятельностью школьника. При этом, обучение математической грамотности должно проводиться с учетом следующих основных факторов: наличие основных средств обучения; обученность и готовность школьника к восприятию постановки практической задачи и заданий к ним.

Учет этих факторов в процессе обучения школьников способствует успешному формированию и развитию у них навыков математической грамотности.

1.2 Этапы процесса формирования и развития математической грамотности, навыков 21 века

Международная мониторинговая программа PISA реализует исследование по определению качества национальных образовательных систем. Главной целью данной программы является установление ответа на вопрос «Могут ли 15-летние учащихся, после получения обязательного среднего образования успешно находить решение проблемной ситуации, практических задач, возникающих в разнообразных сферах человеческой деятельности и в окружающей среде?» [2, с.3].

В концепции PISA-2021 сформулировано определение математической грамотности, приведены теоретико-методологические основы измерения математической грамотности. Данная программная концепция реализуется на основе концепции ОЭСР: «Будущее образования и навыков: образование 2030». Согласно этой концепции с 2021 года используется следующее определение математической грамотности: «Математическая грамотность – это способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач, описывающих разнообразные явления окружающей среды».

Как уже отметили выше, процесс нахождения решения практико-ориентированной задачи состоит из следующих этапов:

- анализ данных и условий проблемной задачи;

- конструирование математической задачи, описывающей проблемную ситуацию;

- применение математики в нахождении решения сформулированной математической задачи;

- интерпретирование решения в контексте проблемной ситуации;

- исследование, оценивание, обобщение решения и постановки проблемной ситуации во взаимосвязи.

Следовательно, переход с одного этапа на последующий этап процесса решения проблемной задачи осуществляется посредством математического суждения и рассуждения.

В мышлении объекты, понятия не выступают разрозненно, они определенным способом связываются меду собой. В работе Н.Я. Виленкина [101] подчеркивается, что математическое мышление совершается в виде рекуррентных логических операций в процессе изучения учебного материала и в алгоритме решения практико-ориентированных задач. И поэтому, оценочные задания к этим задачам будем рассматривать как полигон мыслительной деятельности школьников. Такой подход позволяет выявить следующие составляющие «Математического рассуждения»:

- воспроизведение (распознает, понимает, узнает содержательную область оценочно-обучающих заданий, математические объекты, выявляет необходимые междисциплинарные знания, описывающие проблемную ситуацию);

- суждения (выявляет и устанавливает междисциплинарные связи между различными понятиями и объектами из различных областей научных знаний, вычленяет главные составляющие - данные и утверждение оценочно-обучающих заданий);

- умозаключение (подводит составляющие заданий под определенные математические понятия, формулирует, применяет, обобщает, абстрагирует, интерпретирует, обобщает выявленные закономерности).

Таким образом, взаимосвязь математического рассуждения с этапами процесса решения практических задач можно описать посредством следующей модели (рисунок 1.2.1):

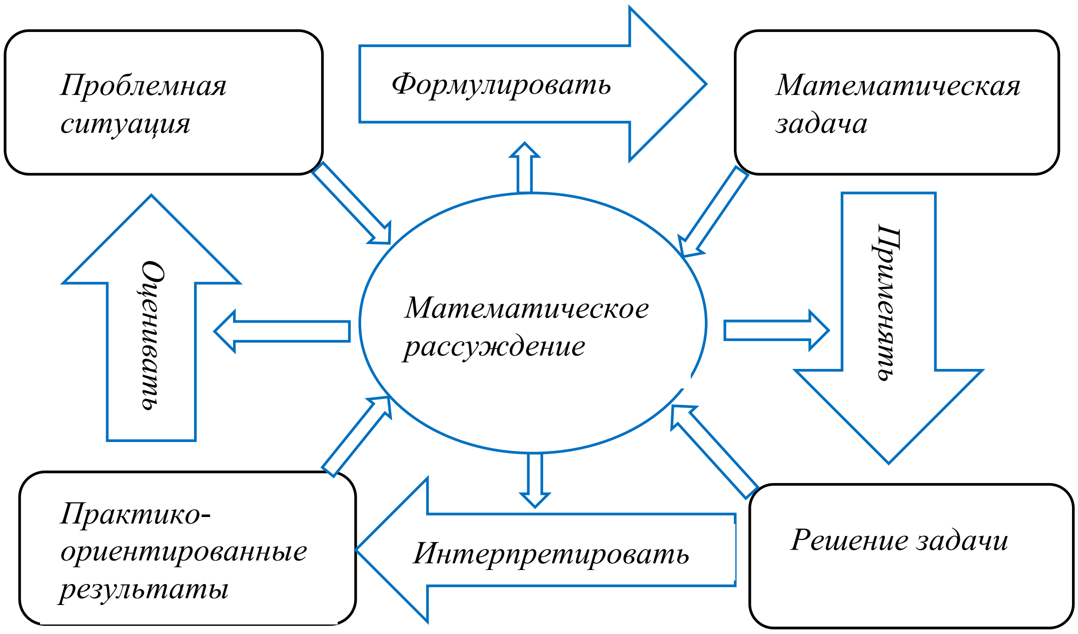

Рисунок 1.2.1 – Модель связи математического рассуждения с этапами решения практических задач

В этой связи объектами в этой модели выступают умозаключения, а к основным этапам процесса решения задач в этой связи относят следующие умозаключения: «понимание», «формулирование», «применение», «интерпретация», «оценка».

В этой связи «Математическое рассуждение» выступает как психологическое понятие, которое способствует выработке обоснованного мнения и принятию оптимального решения. При этом, в математическом рассуждении математические понятия проявляются не разрозненно, они выступают во взаимосвязи. Формой этой связи является суждение. В этой модели объект каждого этапа посредством восприятия отображается в сознании, далее в сознании происходит сравнение отображение объекта с другими, с известными ему объектами. В результате сравнения вырабатывается умозаключение об очередном объекте следующего этапа.

Исследование экзаменационных заданий PISA позволяет заключить, что математическое рассуждение учащихся совершается посредством следующих математических объектов школьной математики:

- числовые и алгебраические выражения и отношения, количество;
- символическое, графическое, табличное представление зависимостей;
- линейные, нелинейные и обратные зависимости;
- модели, представленные в виде алгебраических формул, выражений и геометрических объектов;

- распределение и характеристики выборок.

Исходя из выделенных навыков математического рассуждения, под математической грамотностью 15 летних учащихся будем понимать их сформированную способность совершать следующие последовательные рассуждения:

- воспроизведение и понимание проблемной ситуации (распознает математические объекты, воспринимает отражение проблемной ситуации, вычленяет импликативные составляющие задачи, подводит данные под математические понятия и объекты, выявляет и устанавливает связи между различными понятиями и объектами; выявляет междисциплинарные знания, необходимые для описания и понимания постановки задачи);

- формулирование математической задачи (выявляет переменные величины, устанавливает связи между различными величинами; применяет математическое и междисциплинарное знания для формулирования математической модели);

- применение математических знаний (распознает математический объект, осуществляет алгоритм решения математической задачи, использует математические знания на каждом этапе алгоритма решения задачи),

- исследование и интерпретация (исследует поведение решения задачи, выявляет практический смысл полученного решения в контексте постановки задачи; оценивает и обобщает результаты исследования, выявляет закономерности между поведением решения и постановкой задачи).

Таким образом, под математической грамотностью будем понимать способность школьника осуществлять математические рассуждения в процессе восприятия, понимания проблемных ситуаций, установления междисциплинарных связей, подведения данных под математическую модель и умение применять математические и междисциплинарные знания в составлении и решении математической задачи, интерпретации решения в контексте проблемной ситуации.

Следовательно, ключевыми компонентами математической грамотности являются:

- наличие математических и междисциплинарных знаний;
- понимание проблемной ситуации;
- установление междисциплинарных связей;
- составление математической задачи;
- применение математических знаний, умений, навыков;
- исследование и интерпретирование полученного решения в контексте постановки задачи (данные компоненты были сформулированы нами в работе [102]).

Итак, основные этапы формирования и развития математической грамотности у учащихся можно описать с помощью следующей модели (рисунок 1.2.2):

Рисунок 1.2.2 – Модель формирования и развития математической грамотности

Такая цепочка математических рассуждений совершается в процессе решения практико-ориентированных задач. Следовательно, процесс решения практико-ориентированных задач способствует формированию и развитию математической грамотности у учащихся в процессе применения приобретенных ими математических, междисциплинарных знаний, воспитывая у них понимание важности и практической значимости изучаемого в школе курса математики.

Все компоненты математической грамотности формируются и развиваются в процессе восприятия данных, выявления структурных элементов практико-ориентированных задач, при подведении данных под математические понятия и объекты, при установлении связи между различными объектами, при составлении математической задачи, при выборе и применении методов решения математической задачи, при описании и интерпретации решения математической задачи в контексте постановки проблемной ситуации.

Заметим, что, компонент «Применение математических знаний в процессе решения математической задачи» развивается и при решении стандартных учебных задач. Например, при решении уравнений, неравенств, при доказательстве тождеств и утверждений.

В практике учителей, обучения учащихся математическим знаниям реализуется посредством системы уроков. К каждой теме и каждому уроку подбираются учебные задачи. При этом на каждом этапе обучения в основном применяется следующая система обучения математике:

- актуализация знаний;
- обучение решению стандартных задач;
- обучение решению практических задач.

Такой подход к обучению предполагает выделить следующие этапы процесса обучения математической грамотности [102]:

1) Обучение решению стандартных учебных задач, направленных на актуализацию, закрепление знаний, умений и навыков, необходимых для понимания нового учебного материала.

2) Обучение решению практико-ориентированных задач, направленных на формирование и развитие математической грамотности, на систематизацию совокупности знаний по разделу учебной программы.

3) Формирование и развитие математической грамотности и навыков 21 века посредством рефлексии и обсуждения алгоритмов решения практико-ориентированных задач.

4) Решение задач, направленных на оценку математической грамотности.

Теперь, проиллюстрируем этапы процесса обучения школьников математической грамотности на примере обучения учебному материалу «Решение квадратных уравнений».

1) Под актуализацией знаний понимаем воспроизведение и закрепление ранее освоенных знаний, умений и навыков, в данном случае, это: алгоритм выделения квадрата двучлена, нахождения корней квадратного уравнения; виды квадратного уравнения.

Устное упражнение 1. Какое уравнение называется квадратным уравнением?

Устное упражнение 2. Назовите и опишите виды квадратных уравнений.

Устное упражнение 3. Какие числа называются корнями квадратного уравнения?

Устное упражнение 4. По какой формуле определяются корни квадратного уравнения?

Пример 1. Определите виды следующих квадратных уравнений:

$$2x^2+3x-5=0;\quad x^2+6x+5=0;\ 2x^2+6x=0;\ 5x^2-20=0;$$

Пример 2. Какие из чисел $\{-6;\ -5;\ -3;\ -2; 0; 1; 2; 3; 4\}$ являются корнями следующих квадратных уравнений:

$$3x^2-12=0;\ 2x^2-10x+8=0;\quad x^2+3x-10=0;$$
$$x^2+6x=0;\ x^2-9=0.$$

Пример 3. В выражении выделите квадрат двучлена:

1) x^2+6x+8; 2) $x^2-14x+15$; 3) $5x^2+10x+35$;

4) $x^2+3x+12$.

Пример 4. Найдите значение алгебраического выражения

A) $\frac{b^2-4ac}{2a}$; B) $\sqrt{\ b^2-4ac}$

при:

1) $a=1;\ b=-3;\ c=-4$; 2) $a=3;\ b=-10;\ c=3$;

3) $a=-1;\ b=4;\ c=-3$.

Пример 5. Решите квадратные уравнения:

$$3x^2-10x+3=0;\quad x^2-6x+8=0;\ 5x^2+3x=0;\ 3x^2-75=0.$$

Пример 6. Серику надо было пройти расстояние от села Бостоган до станции Кок-Су. Пройдя 3 км за час, он понял, что опоздает на поезд, и пошел со скоростью 4 км/ч. На станцию он пришел за 45 минут до отхода поезда. Если бы он шел с первоначальной скоростью, то опоздал бы на поезд на 40 минут. Определите расстояние от деревни до станции.

Решение. С целью облегчения восприятия и понимание проблемной ситуации может быть достигнуто разумным использованием различных средств и пособий наглядности – моделей, графиков, таблиц. Для визуализации данной задачи, будем использовать таблицу перемещения.

Пусть расстояние от деревни до станции составит x километров. Тогда характеристика движения Серика в пути описывается таблицей 1.2.1:

Таблица 1.2.1 – Характеристика движения Серика в пути

	V	S	t
Реальное перемещение по первой части пути	3км/час	3 км	1 час
Реальное перемещение по второй части пути	4км/час	$x-3$	$\frac{x-3}{4}$
Предполагаемое перемещение по всему пути	3км/час	x	$\frac{x}{3}$

Определив время от начала пути до отхода поезда в реальном и предполагаемом перемещении, получаем следующее уравнение:

$$1+\frac{x-3}{4}+\frac{45}{60}=\frac{x}{3}-\frac{40}{60}.$$

Ответ: 20 км.

Пример 7. Велосипедист должен был проехать 48 км с определенной скоростью. Но по некоторым причинам первую половину пути он ехал со скоростью на 20% меньшей, а вторую половину пути на 2 км большей, чем ему полагалось. На весь путь велосипедист потратил 5ч. Найти первоначальную скорость велосипедиста.

Решение. Пусть предполагаемая скорость велосипедиста равен x км/час. Тогда характеристика движения велосипедиста в пути описывается следующей таблицей 1.2.2:

Таблица 1.2.2 – Характеристика движения велосипедиста в пути

	V	S	t
Реальное перемещение по первой части пути	x км/час	48 км	$\frac{48}{x}$ час
Реальное перемещение по второй части пути	$\left(x-\frac{x\cdot 20}{100}\right)$ км/час	24	$\frac{30}{x}$
Предполагаемое перемещение	$(x+2)$км/час	24	$\frac{24}{x+2}$

Учитывая, что велосипедист на весь путь потратил 5часов, получаем уравнение:

$$\frac{30}{x}+\frac{24}{x+2}=5.$$

Ответ: 10 км/час.

2) Обучение решению практико-ориентированных задач, направленных на формирование и развитие математической грамотности. Решение практико-ориентированных задач является наиболее сложной частью учебной деятельностью учащихся при обучении математике. В связи с этим, обучение школьников решению практических задач занимает одно из основных приоритетов в новом содержании курса математики, алгебры и геометрии средней школы. Приобрести же математические знания и навыки математической грамотности можно, лишь решая систему практико-ориентированных задач.

Задача 1. Двое рабочих выполнили вместе некоторую работу за 12 ч. Если бы сначала первый рабочий сделал половину этой работы, а затем другой остальную часть, то вся работа была бы выполнена за 25 часов. За какое время мог бы выполнить эту работу каждый рабочий по отдельности?

Рассмотрим решение этой задачи учащимися, поэтапно

1. В процессе изучения постановки задачи формулируют следующий вопрос: Какую часть работы рабочие за один час могут выполнить, работая вместе?

Ответ: $\frac{1}{12}$ —часть работы.

2. В процессе изучения постановки задачи устанавливают, что время выполнения работы каждого рабочего по отдельности является неизвестной величиной. В связи с этим учащиеся допускают, что первый рабочий один выполняет всю работу за x часов, а второй рабочий один выполняет всю работу за y часов. Отсюда, возникает вопрос: Какую часть работы могут выполнить за один час работая вместе?

Ответ: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ – часть работы.

3. Далее сравнивая эти величины получают математическую модель-составляют уравнение, описывающее производительность труда при совместной работе.

Ответ: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12}$.

Далее, учащихся по дедукции формулируют вопросы 4-6:

4. За какое время может выполнить всю работу второй рабочий, если бы сначала первый рабочий сделал половину этой работы, а затем другой остальную часть работы?

Ответ: $y=50-x$.

5. За какое время мог бы выполнить эту работу каждый рабочий по отдельности?

Ответ: $20; 30$(часов)

6. Определите производительность труда каждого рабочего.

Ответ: а 1 час выполняют $\frac{1}{20}$ и $\frac{1}{30}$ —части работы, работая по отдельности.

3) Формирование и развитие математической грамотности, навыков 21 века посредством рефлексии и обсуждения результатов решения оценочно-обучающих заданий. Рефлексия и обсуждение алгоритма решения задач способствуют обоснованию каждого математического действия, совершаемого в процессе решения задачи, критическому отношению к полученным результатам, систематизированию, обобщению, оценке полученного результата и сравнению своих результатов с результатами других школьников.

Устное обсуждение позволяет учащимся правильно формулировать свои мысли, описывать особенности алгоритма решения задачи, высказывать критические замечания, развивать коммуникативные навыки, развивать креативное мышление.

Письменная рефлексия дает возможность учащимся осознанно понять содержание учебного материала.

4) Решение задач, направленных на оценку математической грамотности. Решение задач, направленных на оценку математической грамотности в

процессе обучения имеет важнейшее обучающее и развивающее значение. Прежде всего, анализ проверки результатов решения задачи и оценочно-обучающих заданий к ним позволяет выявить уровень усвоения учебного материала, глубину, полноту сформированности математической грамотности на разных этапах обучения. На разных этапах обучения проверка сформированности математической грамотности может иметь разное целевое значение.

Теперь, рассмотрим этапы процесса формирования и развития математической грамотности, навыков 21 века. С этой целью используем модульную технологию обучения (целесообразность такого выбора нами описаны в подразделе 2.3 и в [102]). Модульная технология предполагает разбиение содержания конкретного раздела на учебные блоки. Каждый блок содержит учебные материалы и задачи, направленные на формирование и развитие математической грамотности.

Обучение учебному материалу каждого блока осуществляется с помощью проведения системы уроков, направленных на достижение дидактических целей обучения.

Принцип систематичности и последовательности в обучении математическим знаниям и математической грамотности должен соблюдаться по всему модулю учебной работы. В данном случае, системность в обучении математической грамотности предполагает соблюдение определенной последовательности в изучении учебного материала и в решении стандартных, практико-ориентированных задач.

Заметим, что в процессе обучения математики основополагающим фактором успешности обучения математической грамотности учащихся является обязательное наличие у них необходимых математических и междисциплинарных знаний. Междисциплинарные знания, умения и навыки позволяют полнее раскрыть изучаемые явления, понять проблемные ситуации, формулировать и решать практические задачи, моделировать проблемные ситуации, систематизировать усвоенные знания. При этом, высший уровень систематизации знаний может быть достигнут только при установлении междисциплинарных связей.

Такой подход можно представить в виде следующей педагогической модели процесса формирования и развития математических знаний и умений, математической грамотности и навыков 21 века в рамках изучения раздела учебной программы (рисунок 1.2.3):

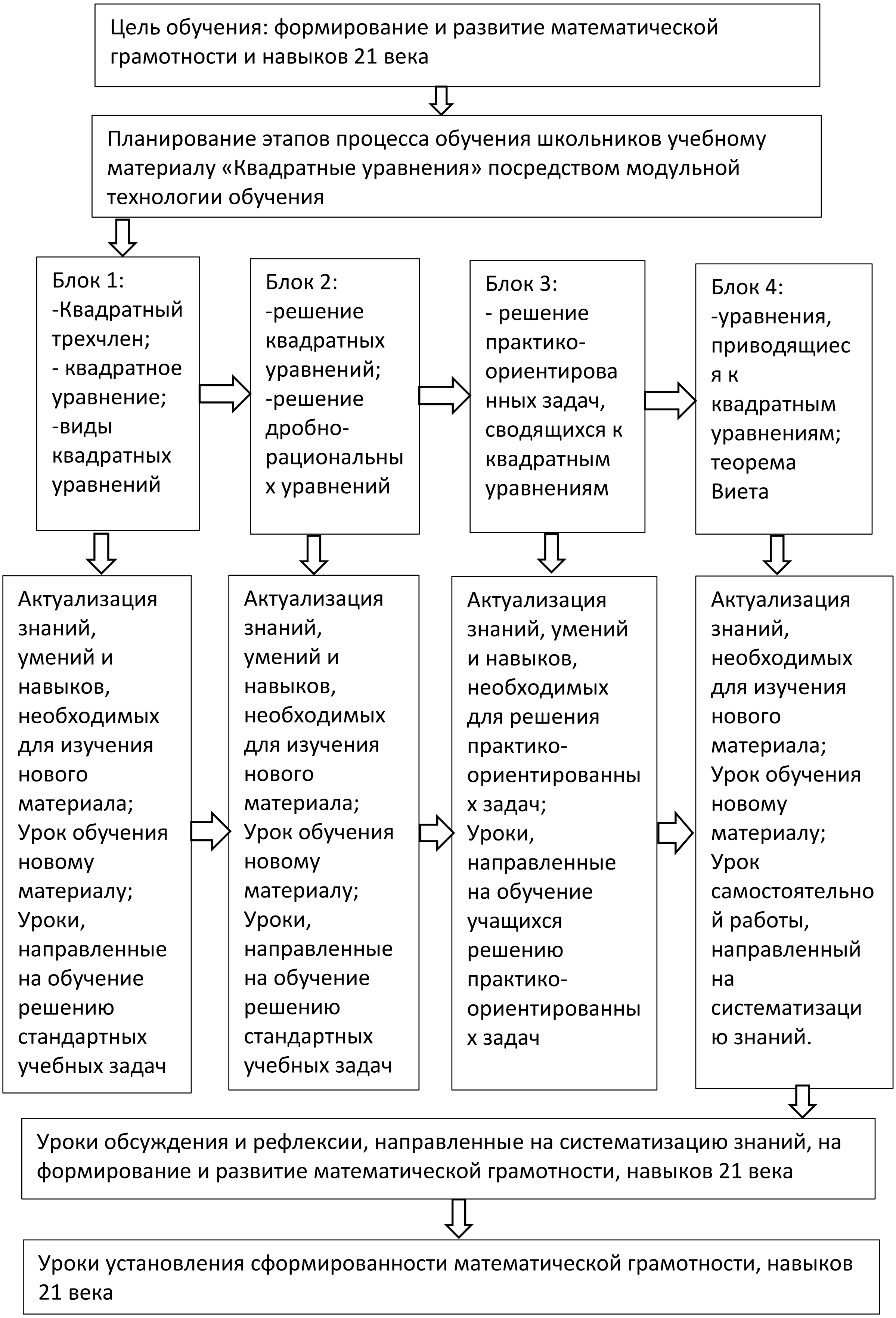

Рисунок 1.2.3 – Модель процесса формирования и развития знаний, математической грамотности, навыков 21 века

В этой модели предлагаемая цепочка блоков удовлетворяет принципу систематичности и последовательности. При этом, уроки, направленные на обучение учащихся решению стандартных учебных задач, предназначены для применения математических знаний, умений и навыков. А уроки, предназначенные для обучения учащихся решению практико-ориентированных задач и уроки самостоятельной работы, предназначенные на систематизацию знаний, должны быть направлены на формирование и развитие знаний, умений и навыков математической грамотности и мыслительных навыков 21 века (Модельные задачи способствующие развитию математической грамотности, мыслительных навыков 21 века нами описаны в [103,104]).

Каждая задача предлагаемой модели сопровождается обсуждением алгоритма решения задач, которое способствуют успешному формированию и развитию у учащихся компонентов математической грамотности и мыслительных навыков 21 века.

Таким образом, в связи с отсутствием отдельного предмета, касающегося вопросов обучения математической грамотности учащихся в данной модели, процесс формирования и развития математической грамотности предполагается осуществлять в контексте обучения школьников математике.

1.3 Выявления систем задач, направленных на формирование и развитие математической грамотности у школьников в рамках изучения программных учебных материалов школьной математики

Повседневная жизненная деятельность человека сплошь состоит из решения различных задач (проблемных ситуаций). Эти задачи различаются как по содержанию, так и по применяемому методу решения этих задач. Решение многих практических задач требует от человека развитой способности принимать оптимальное решение на основе условий и данных возникшей задачи.

В связи с этим и результатами международных исследований PISA, в настоящее время во многих ведущих странах мира осуществляется реформа школьного образования, в частности школьного математического образования. При этом, проблема обучения учащихся междисциплинарным знаниям через решения практико-ориентированных задач, выбора содержания задач в школьном курсе математики стали самыми актуальными проблемами в развитии образования.

Практика показала, что всякая решаемая школьниками задача должна учить их понимать проблемные ситуации, приобретать и накапливать знания, учить их умениям и навыкам математического рассуждения. Однако учащиеся, а также некоторые учителя часто забывают о формирующем характере каждой решаемой учебной задачи школьного курса математики. Как следствие, основная масса обучающихся считает, что если задача решена верно, т.е. полученный ими результат совпадает с ответом или одобрен учителем, то их учебная работа на этом заканчивается и можно будет их забыть. Конечно, в процессе решения систем задач у учащихся неосознанно накапливаются системные математические знания, сведения о методах решения той или иной проблемной ситуации.

Однако для успешной работы над решением новой проблемной задачи необходимо, чтобы приобретённые школьниками знания, умения и навыки были систематизированы и упорядочены. Для этого необходимо, чтобы всякая информация, получаемая школьниками в процессе решения задач, ими постоянно критически оценивалась, с целью подведения своеобразного вывода после каждой решенной задачи. Такая деятельность выступает как инструмент формирования и развития системного и критического мышлений. Такая мыслительная деятельность – это актуализация и применение знаний, которые являются единым процессом. Под актуализацией понимают выбор некоторого знания, сведения и методов из накопленных знаний, умений и навыков и их использование в новых задачах и проблемных ситуациях.

Однако, в традиционной методике обучения школьников решению задач, учителя проводят значительную обучающую работу по использованию школьниками математических знаний в процессе решении стандартных задач и мало внимания обращают на процесс актуализации знаний, умений и навыков, и тем самым нарушают единство процесса совершения математического рассуждения. Решение этой проблемы порождает проблему постановки педагогической задачи, которая до сих пор не нашла удовлетворительного решения ни с точки зрения содержания учебных задач, ни с точки зрения целевого назначения, ни с точки зрения определения числа обязательных и необязательных задач, и ни с позиции представления совокупности учебных задач в виде целостной структуры. Одним из успешных подходов решения вопросов актуализации знаний является обучение учащихся междисциплинарным знаниям и математической грамотности.

Несмотря на то, что проблема выбора содержания задач, вопросы обучения учащихся математическому рассуждению, междисциплинарным знаниям и математической грамотности через решение практико-ориентированных задач постоянно находится в центре внимания исследователей, педагогов и психологов, только последнее время стали намечаться некоторые направления их эффективного решения. Одним из таких направлений является формирование и развитие математического рассуждения, математической грамотности с помощью интегрированного обучения. Такая форма обучения бурно развивается в национальных образовательных системах США, Кореи, Финляндии, Эстонии и др.

Практика показала, что больше половины времени, предназначенное на обучение математики, как известно, отводятся решению стандартных математических задач и на решение практических задач, сводящиеся к математическим задачам. И поэтому, процесс решения задач является не только основным средством формирования и развития у школьников математических знаний, умений и навыков, но также является основным инструментом формирования и развития математического рассуждения, междисциплинарных знаний, математической грамотности и навыков 21 века.

При этом, обучение учащихся математике, математической грамотности, развитию познавательных и творческих способностей не будет успешными без обучения их решению задач в определенной системе. Систематичность и последовательность в обучении учащихся решению стандартных и практико-ориентированных задач обуславливается логикой самих наук, изучаемых в школе.

Систематичность в обучении решению практико-ориентированных задач, предназначенных для формирования и развития математической грамотности, ориентирует учителя на достижение системности знаний в сознании учащихся путем установления цикличной связи между элементами изучаемого учебного материала и раскрытия единства элемента и структуры, части и целого. Следовательно, смысл систематичности в обучении учащихся решению стандартных и практических задач заключается в том, что учащиеся осознают приобретенные знания как элементы целостной, единой системы.

Последовательность в обучении решению задач, предназначенных для формирования и развития математической грамотности, означает, что обучение осуществляется правилами принципа доступности обучения.

Каждая конкретная учебная математическая задача предназначается для достижения определенных педагогических, дидактических, учебных целей. И эти цели характеризуются как содержанием задачи, так и назначением, которое придает задаче учитель. Дидактические цели задачи, сформулированные учителем, определяют роль задачи в обучении математике.

Учитель, осуществляя обучение учащихся математическим знаниям через решения совокупности задач, может ставить дидактические цели для каждой конкретной задачи, или для системы задач. В зависимости от обучающих и формирующих дидактических целей выделим системы задач (Примеры таких задач нами приведены в [102-106]). Задачи из одной системы называются задачами одного типа.

А) Выделим систему задач, способствующих обучению математическим знаниям, умениям и навыкам.

1) Задачи, направленные на усвоение математических понятий, положений. Например, в 5-8 классах рассматриваются различные системы практико - ориентированных задач, направленных на изучение свойств различных понятий, таких как: части, проценты, движение, работа, раствор, площадь, график, объем, стоимость и т.д.

2) Задачи, направленные на формирование и развитие математических умений. Дидактическая цель формирования умений обычно ставится при решении первых задач, выполнением первых упражнений по овладению новым приемом, алгоритмом и методом решения некоторого класса задач.

3) Задачи, направленные на развитие математических навыков. Дидактическая цель развития математических навыков ставится при решении не отдельной задачи, а совокупности задач и упражнений. К такой совокупности задач можно отнести задачи, направленные на обучение учащихся доказательствам, решению геометрических задачи, задач с ошибками и творческих задач.

Б) Выделим систему задач, способствующих формированию и развитию у учащихся математического рассуждения.

1) Задачи, упражнения и задания, направленные на формирование и развитие у школьников математического суждения. Правильно организованное обучение решению задачи, выполнения заданий, упражнений приучает учащихся к суждению, обоснованной аргументации совершаемой каждой математической операции, со ссылкой математическим положениям (аксиомам, определениям, свойствам, теоремам). Например, с целью приучения учащихся обоснованному совершению математических операций, полезно предлагать учащимся привести убедительные доводы целесообразности использования конкретного, того или иного математического положения.

2) Задачи, направленные на формирование и развитие у учащихся математического умозаключения, логического и алгоритмического мышления. К таким задачам можно отнести задачи с практическим содержанием, требующие полную аргументацию алгоритма нахождения решения алгебраических задач, геометрических задач на построение. С позиции психологии в процессе решения таких задач у учащихся формируется и развивается математическое рассуждение. С позиции педагогики в процессе решения таких задач у учащихся формируется и развиваются математическое знание, умение и навыки.

3) Задачи, направленные на активизацию математического рассуждения учащихся. К совокупности таких задач можно отнести: задачи и упражнения, включающие элементы исследования; задачи на отыскание наилучшего,

оптимального решения; задачи и упражнения на отыскание ошибок; задачи, требующие обоснования математических утверждений; задачи на доказательство; задания, направленные на составление задач учащимися; задачи, разрешимые нахождением или составлением соответствующего примера или контрпримера.

В) Таким образом, выделены виды задач в зависимости от математического содержания, от дидактических целей. Однако, вопрос в том, можно ли использовать выделенные совокупности задач в процессе формирования и развития у школьников математической грамотности остается открытым. Такого целевого подхода будем придерживаться и при выборе задач, предназначенных для обучения учащихся математической грамотности. В связи с этим, из совокупности этих задач выделим систему задач, направленных на формирование и развитие математической грамотности у учащихся.

1) Задачи, предназначенные для актуализации, закрепления математических знаний, умений и навыков. Актуализация математических знаний, умений и навыков является одним из этапов обучения математике, а именно, процессом подготовки учащихся к восприятию нового учебного материала, нового знания, проблемных ситуаций, пробуждения к познавательной деятельности.

Таким образом, решение стандартных учебных задач является этапом закрепления освоенных математических знаний, подготовки к изучению нового материала, которые являются дидактической целью этих задач. При актуализации математических знаний, следует постоянно обращать внимание учащихся на воспроизведение математических положений в процессе решения рассматриваемых стандартных задач. Особо эффективным в актуализации математических знаний являются задания по составлению математических объектов (уравнение, математическое выражение, графики, таблицы, функции), устное упражнение по воспроизведению алгоритма решения стандартной задачи.

Другой дидактической целью решения стандартных учебных задач является закрепление только что усвоенного знания, умений и навыков, применяемых для решения практических задач и их воспроизведение.

Следовательно, перед решением практико-ориентированных задач, направленные на формирование и развитие математической грамотности полезно решать стандартные математические задачи и упражнения, к которым сводятся практико-ориентированные задачи. С помощью которых в сознании учащихся восстанавливаются и закрепляются те знания, умения и навыки, которые необходимы при решении практико-ориентированных задач.

2) Задачи, направленные на обучение математической грамотности. Дидактической целью этих задач является формирование и развитие умений и навыков математической грамотности.

Дидактическая цель *формирования и развития умений* математической грамотности ставится при решении простейших, базовых задач и упражнений по усвоению нового метода, алгоритма решения практико-ориентированных задач. Такие задачи должны быть легкого и среднего уровня сложности, в них должны отчетливо проявляться используемые новые знания, алгоритм решения практической задачи, применяемые методы решения задачи, умение интерпретировать решение в контексте поставленной задачи. Первые базовые задачи следует решать с описанием и обоснованием алгоритма решения задачи, с подробным записями на доске.

Формирование навыков математической грамотности является дидактической целью решения системы практических задач. Следовательно, для формирования и развития навыков математической грамотности необходимо специально образовывать систему практических задач. В такой системе, задачи выстраиваются в виде цепочек логически правильно построенной последовательности, с соблюдением принципа преемственности задач. При этом эти навыки формируются на основе осмысленных математических, междисциплинарных знаний и умений путем многократного решения различных практических задач.

Для успешного формирования у учащихся математической грамотности следует решать различные практико-ориентированные задачи с позиции разнообразия математического содержания задач.

3) Задачи, предназначенные для выполнения самостоятельной работы, направленные на формирование у учащихся системности приобретенных знаний и на их обучение математической грамотности. Одним из важнейших средств обучения математической грамотности является самостоятельная работа. При выполнении самостоятельной работы, учащиеся сознательно стремятся достигнут поставленной цели, выражают в той или иной форме свои результаты, полученные посредством математических рассуждений. По степени самостоятельности, задачи, предназначенные для самостоятельного выполнения, выделим следующие виды задач, направленные на формирование и развитие математической грамотности: воспроизводящие задачи, предполагающие использование образца решения подобной задачи; конструктивные задачи, предназначенные для составления математической модели путем поиска, использования приобретенных математических и междисциплинарных знаний; творческие задачи, это такие задачи при решении которых учащиеся открывают что-то новое для себя. При этом, творческие

задачи, предназначенные для выполнения самостоятельной работы, способствуют формированию у учащихся интереса к познанию, развитию математического рассуждения. В процессе решения творческих задач учащиеся высказывают свои суждения, находят свои алгоритмы решения задачи.

Задачи, для выполнения самостоятельной работы подразделяются на задачи для выполнения домашней работы и на задачи для выполнения письменной самостоятельной работы.

Таким образом, выполнение самостоятельной работы у учащихся формирует и развивает математические и междисциплинарные знания, умение системного представления приобретенных знаний, навыки математической грамотности, математического рассуждения.

4) Задачи, предназначенные для проверки и установления сформированности у учащихся математической грамотности. Установления сформированности математической грамотности осуществляется при проверке домашней работы, при суммативной и формативной оценках учебных достижений учащихся. При формативной оценке проверке подвергаются текущие учебные достижения учащихся по некоторой части изучаемой темы.

Методы проверки домашних и текущих заданий различны. Это и устный опрос у доски, или устный математический диктант, короткая письменная работа, рассчитанная на 5-10 минут. При этом используются задачи легкого уровня сложности для определения сформированности компонентов математической грамотности.

Основными методами суммативной оценки достижений учащихся по математике являются письменная работа, тестовая форма, предназначенные для установления сформированности математических знаний. Для определения уровня сформированности математической грамотности используются как стандартные задачи, так и практико-ориентированные задачи среднего уровня сложности.

Задачи, предназначенные для проверки и установления сформированности у учащихся математической грамотности, не должны ограничиваться только осуществлением функции контроля, эти задачи и задания к ним должны также и обучать учащихся математической грамотности, развивать их знания, умения и навыки.

Г) Исследование показало, что в международных экзаменах PISA измерение математической грамотности у учащихся осуществляется посредством следующих инструментов:

- контекст практической задачи, в котором характеризуется проблемная ситуация;

- совокупность оценочных заданий, позволяющая определить соответствующий уровень сформированности математической грамотности;
- наглядный объект (график, или таблица, или рисунок, или введение к проблемной ситуации), повышающий мотивацию на решение поставленной задачи.

Разнообразность контекста практико-ориентированных задач вытекает из дидактических целей обучения и необходимости формирования и развития умений и навыков, применяемых в решении разнообразных задач окружающего мира.

В зависимости от среды происхождения проблемной ситуации, в исследованиях PISA, преимущественно пользуются следующими видами контекстов: личная, социальная, профессиональная и научная деятельности человека.

В зависимости от математического содержания задачи, в международных исследованиях PISA применяются следующие типы математических задач: «задачи на количество и отношения, задачи на изменения и отношения, задачи на неопределенность и данные, задачи на пространство и формы» [2].

1) В практических задачах, где рассматривается количество и количественные отношения проблемная задача описывается числовыми данными и операциями, отношениями между ними. Решение этих задач предназначено для установления умений по толкованию и описанию данных, для определения сформированности вычислительных навыков, навыков применения единиц измерения.

2) В практических задачах, где рассматриваются изменения и отношения, проблемная ситуация описывается посредством функций, уравнений, неравенств, математических выражений, графиков, таблиц. Эти задачи предназначены для определения компетенции учащихся в установлении линейных и нелинейных зависимостей между переменными, в составлении математических моделей, в применении математических знаний.

3) В задачах, где рассматриваются неопределенность и данные проблемная ситуация описывается с помощью закономерностей статистических данных окружающей среды. Решение этих задач предназначено для оценки знаний школьников по решению вероятностно-статических задач и задач, направленных на прогнозирование процессов. При этом совокупность этих задач с позиции полноты данных подразделяются на задачи с полными, неполными, избыточными данными. В проблемных ситуациях встречаются и задачи с взаимно отрицающими, противоречивыми данными.

4) В задачах, где рассматриваются пространственные фигуры и формы проблемная задача описывается с помощью геометрических фигур. Эти задачи

предназначены для оценки компетенции школьников в визуализации пространственных фигур, в распознавании различных величин и закономерностей из различных геометрических форм, таблиц и схем.

5) Задачи по принятию решения. Очень часто решение производственных, экономических, социальных задач сводится к задачам по принятию, выбору оптимального, или наилучшего решения из множества возможных вариантов решений данной задачи. Например, такие задачи возникают в логистике. Процесс принятия, выбора наиболее подходящего решения способствует развитию у человека математического рассуждения, в частности дивергентного мышления. В связи с этим к классу оценочных задач можно отнести и задачи по принятию и выбору решения.

В международных экзаменах PISA к рассматриваемым типам задач составляются составные задания, которые способствуют установлению уровня сформированности у 15-летних учащихся математической грамотности.

Таким образом, мы выделили системы задач в зависимости от дидактических целей: формирование и развитие у учащихся умений и навыков системного представления приобретенных знаний, математической грамотности: Задачи, предназначенные для актуализации, закрепления математически знаний, умений и навыков; задачи, направленные на обучение математической грамотности; задачи, предназначенные для выполнения самостоятельной работы, направленные на формирование и развитие системного представления знаний, математической грамотности; задачи, предназначенные для проверки и установления сформированности у учащихся математической грамотности.

Системность математических знаний выражается наличием в сознании установленных связей, отношений, преемственности между математическими положениями, объектами изучения, их единства в виде целого. В связи с этим, задачи, предназначенные для обучения математической грамотности, для формирования целостного представления междисциплинарных знаний, должны удовлетворять принципам систематичности и доступности. Реализация принципа доступности в обучении учащихся решению практических задач предполагает выполнение следующих дидактических правил: «от легкого к сложному; от простого к трудному; от известного к неизвестному» [23, с. 200].

Теперь, приведем систему задач, предназначенных для формирования и развития у учащихся умений и навыков системного представления приобретенных знаний, математической грамотности в процессе изучения свойств квадратичной функции, изучаемых в курсе алгебры (8-класс). При этом, заметим, что практические задачи для усвоения свойств квадратичных функций в учебниках, изучаемых в школах Республики Казахстан почти отсутствуют.

С этой целью, в первую очередь, рассмотрим задачи, предназначенные для актуализации, закрепления математически знаний, умений и навыков. Посредством квадратичной функции математически описываются многие практические задачи окружающего мира.

Изучение свойств квадратичной функции в контексте описания проблемной ситуации позволяет устанавливать междисциплинарные связи, развивать междисциплинарные знания и мыслительные навыки у учащихся.

Таким образом, в первую очередь рассмотрим задачи, предназначенные для актуализации, закрепления математических знаний, умений и навыков, необходимых для изучения нового учебного материала.

Задача 1. Найдите направление ветвей, координаты вершины, нули и промежутки знакопостоянства квадратичной функции:

а) $y = -x^2 + 7x - 12$; б) $y = 3x^2 - 2x - 1$.

Ответы:

а) ветви направлены вниз; координаты вершины: $\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{4}\right)$; нули функции: $(3;0), (4;0)$; на промежутке $(-\infty;3) \cup (4;+\infty)$ данная функция принимает отрицательные значения, т.е. $y < 0$, а на промежутке $(3;4)$ функция принимает положительные значения: $y > 0$.

б) ветви направлены вверх; координаты вершины: $\left(\frac{1}{3}; -\frac{5}{3}\right)$; на промежутке $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1;+\infty)$ данная функция принимает положительные значения, т.е. $y > 0$, а на промежутке $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ функция принимает отрицательные значения: $y < 0$.

Задача 2. Найдите координаты вершины, ось симметрии, промежутки возрастания и убывания, наименьшее (наибольшее) значение квадратичной функции:

а) $y = -x^2 + 4x - 5$; б) $y = 2x^2 + 5x + 4$

Ответы:

а) координаты вершины: $(2;-1)$; ось симметрии прямая $x = 2$; на промежутке $(-\infty;2)$ данная функция возрастает, а на промежутке $(2;+\infty)$ убывает; наибольшее значение функции $y = -1$

б) координаты вершины: $\left(-\frac{5}{4}; 13\frac{3}{8}\right)$; ось симметрии прямая $x = -\frac{5}{4}$; на промежутке $\left(-\infty; -\frac{5}{4}\right)$ данная функция убывает, а на промежутке $\left(-\frac{5}{4}; +\infty\right)$ функция возрастает; наименьшее значение функции $y = 13\frac{3}{8}$.

Теперь рассмотрим практико-ориентированные задачи, направленные на обучение математической грамотности.

Задача 3. В наличии имеется 302 метра проволоки. Требуется оградить участок земли, имеющий прямоугольную форму, тремя рядами имеющейся проволоки, так, чтобы площадь огражденного участка земли имел наибольшую площадь.

Решение. Определим периметр ограждаемого участка земли: $302:3 \approx 100{,}6$. Определим искомые стороны прямоугольника. Пусть $x, y -$ стороны прямоугольника, тогда получаем уравнение:

$$2y + 2x = 100{,}6.$$

Из этого уравнения, находим $y = 50{,}3 - x$. Следовательно, площадь загороженного участка земли выразится формулой $S = x(50{,}3 - x)$, которая описывается квадратичной функцией

$$S = -x^2 + 50{,}3x.$$

Графиком данной квадратичной функции будет парабола, ветви которой направлены вниз. Такая квадратичная функция принимает свое наибольшее значение на вершине параболы, а именно в точке $x_0 = \frac{50{,}3}{2} = 25{,}15$. Тем самым получаем, что площадь ограждаемого участка земли будет иметь наибольшую площадь в том случае, когда этот прямоугольник принимает форму квадрата со сторонами $x = 25{,}15$, $y = 25{,}15$. При этом $S = 632{,}5225$.

Задача 4. Водяные пушки предназначены для подачи струи воды с большим напором в определенную зону пожара. Струя воды подается вверх в зону пожара с начальной скоростью 5 м/с. Пусть ускорение земного притяжения равен $g = 9{,}8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Не пренебрегая сопротивление воздуха определите:

- Через сколько секунд струя воды достигнет наибольшую высоту?
- Какую наибольшую высоту достигнет струя воды?
- Через сколько секунд струя воды упадет в зону возгорания?

Решение. Движение струи воды, выстрелянной вверх описывается уравнением:

$$h = v_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

Отсюда, с учетом условий изучаемой задачи и заданий 1, получаем:

$$h = 5 \cdot t - \frac{9{,}8t^2}{2}. \qquad (2.1.1)$$

Таким образом, движение струи воды брошенное вверх описывается параболой (2.1.1), ветви которой направлены вниз. Такая парабола принимает наибольшее значение на вершине параболы в точке $t_0 = \frac{5}{9{,}8} \approx 0{,}5$. Тем самым получаем, что струя воды достигнет наибольшую высоту через 0,5 секунды после выброса воды из водяной пушки. Следовательно, из (2.1.1), можем определить наибольшую достигаемую высоту струи воды при $t = 0{,}5$:

$$h_{max} = 5 \cdot 0{,}5 - \frac{9{,}8 \cdot 0{,}25}{2} \approx 2{,}6.$$

Теперь, определим через сколько секунд струя воды упадет в зону возгорания. Очевидно, что струя воды упадет в зону возгорания при $h = 0$. Тогда, из (2.1.1) получаем уравнение

$$5 \cdot t - \frac{9{,}8t^2}{2} = 0.$$

Отсюда, имеем $t = 0$; $t \approx 1$. Следовательно, струя воды упадет в зону возгорания через 1 секунду.

Теперь, рассмотрим обратную задачу на составление математической модели по данным практической задачи.

Задача 5. Юрта – древнее жилище тюрков. Это легкий, транспортабельный, практичный дом, используемый по сей день работниками животноводства. Это национальный символ всех тюркских народов. Верхняя часть юрты имеет куполообразную форму. Основание купола имеет форму окружности, радиус которой равен 8 метрам. Основание купола по окружности скрепляется к кереге, высота которого составляет 1,5 метра. Высота юрты равен 4,5 метрам. Найдите:

- уравнение кривой, описывающего купол юрты в разрезе;
- площадь кереге, складной части стены юрты.

Решение. Для составления уравнения кривой, описывающего купол юрты, выберем прямоугольную систему координат XOY. Направим ось X по горизонтали вдоль основания юрты, ось Y — по вертикали вдоль высоты кереге (Рисунок 1.3.1).

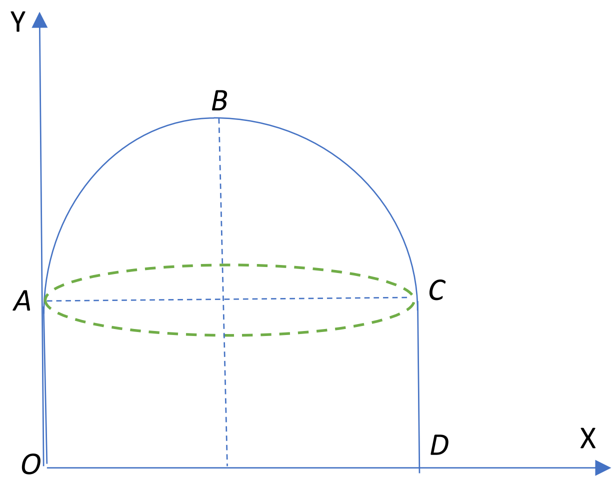

Рисунок 1.3.1 – Рисунок юрты в разрезе

Искомая кривая имеет форму параболы:

$$y = ax^2 + bx + c, \tag{2.1.2}$$

ветви которой направлены вниз. Эта парабола проходить через точки A, B, C. Используя условия рассматриваемой задачи, определим координаты этих точек:

$$A(0; 1{,}5),\ \ B(4; 4{,}5),\ \ C(8; 1{,}5). \tag{2.1.3}$$

Из (2.1.2) с учетом (2.1.3), получаем систему уравнений относительно коэффициентов a, b, c искомой параболы:

$$\begin{cases} c = 1{,}5, \\ 16a + 4b + c = 4{,}5, \\ 64a + 8b + c = 1{,}5. \end{cases}$$

Отсюда, получаем $a = -\frac{3}{16}$; $b = \frac{3}{2}$; $c = 1{,}5$. Таким образом, составили квадратичную функцию, которая описывает купол юрты в разрезе:

$$y = -\frac{3}{16}x^2 + \frac{3}{2}x + 1{,}5.$$

Теперь, определим площадь кереге. Длина кереге равен длине окружности основания купола, а высота равен 1,5 метрам. Тогда площадь кереге определяется выражением

$$S = 2\pi R \cdot 1{,}5 = 24\pi$$

В итоге, получаем, что площадь кереге равна $S \approx 75{,}36$ квадратным метрам.

Выводы по первому разделу

1. Анализ результатов психолого-педагогических исследований отечественных и зарубежных авторов, концепции ОЭСР «Будущее образования и навыков: образование 2030», программной концепции PISA-2021 по оценке математической грамотности учащихся позволил:

- установить, что школьный курс математики должен носить усиленную прикладную направленность;
- определить основные проблемы усиления прикладной направленности содержания школьного курса математики;
- установить, что в основе успешности обучения математической грамотности лежат содержания практических задач, передача логики изложения

алгоритма решения задачи, принятие во внимание влияния педагогических факторов, законов и положений психологии на процесс обучения математической грамотности школьников.

2. Анализ процесса решения практико-ориентированной задачи, результатов экспериментального исследования позволил:

- заключить, что переход с одного этапа на последующий этап процесса решения проблемной задачи осуществляется посредством математического суждения и рассуждения;

- установить, что посредством математического рассуждения составляется математическая модель практической задачи, осуществляется применение знаний в процессе нахождения решения математической задачи, проводятся исследования, интерпретируется полученное решение;

- выявить основные этапы процесса применения математического рассуждения к решению практических задач в виде: распознавания в контексте задачи закономерности явления окружающей среды, математического содержания задачи; понимание постановки задачи (проблемной ситуации); составления математической модели (формулирование математической задачи); алгоритма решения математической задачи; интерпретации полученного решения математической задачи;

- выявить основные составляющие «Математического рассуждения»;

- определить основной подход к пониманию математической грамотности учащихся с позиции применения навыков математического рассуждения;

- выявить навыки 21 века, способствующие формированию и развитию математической грамотности;

- предложить методику составления практико-ориентированных задач и заданий к ним и методику решения этих задач, способствующих формированию и развитию у школьников математической грамотности.

3. Проведенный анализ практики учителей школы, результатов исследований отечественных и зарубежных авторов позволил заключить, что обучение математической грамотности должно проводиться с учетом следующих основных факторов: наличие основных средств обучения; сформированные навыки мыслительной способности школьника**;** психологическая подготовленность, обученность школьника к восприятию постановки практической задачи и заданий к ним.

4. Исследование позволило:

- установить, что в учебниках, изучаемых в школах Республики Казахстан почти отсутствуют практико-ориентированные задачи, направленные на применение свойств квадратичных функций, методов решения линейных, квадратичных, дробно-линейных неравенств;

- построить модель процесса формирования и развития математической грамотности в процессе решения практико-ориентированной задачи;

- разработать практико-ориентированные и стандартные учебные модельные примеры, используемые на каждом этапе процесса обучения математической грамотности;

- составить модель процесса обучения междисциплинарным знаниям, математической грамотности, навыкам 21 века в рамках изучения раздела «Неравенства» учебной программы;

- разработать систему задач, предназначенных для формирования и развития у учащихся умений и навыков системного представления приобретенных знаний, математической грамотности и навыков 21 века в процессе изучения квадратичной функции и решения линейных, квадратичных, дробно-линейных неравенств, изучаемых в курсе алгебры (8-класс).

2 МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ И РАЗВИТИЯ У ШКОЛЬНИКОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ И НАВЫКОВ 21 ВЕКА В КОНТЕКСТЕ ИССЛЕДОВАНИЙ PISA

В этом подразделе предлагается один из подходов обучения школьников математической грамотности и развития навыков 21 века и методика измерения сформированности математической грамотности и навыков 21 века.

2.1 Конструирование оценочно-обучающих заданий к практико-ориентированным задачам, формирующим и развивающим у учащихся математическую грамотность

Анализ исследовании PISA показал, что оценка математической грамотности осуществляется с помощью тестов различных типов и следующих взаимосвязанных инструментов:

- контекст задачи, в котором описывается проблемная ситуация;
- оценочные задания с математическим содержанием;
- контекст введения с наглядным объектом, позволяющего визуализацию задачи.

При этом, оценка сформированности математической грамотности у учащихся сводится к оценке результатов решений заданий к исходной практико-ориентированной задаче. Оценочные вопросы 1 и 2 задач PISA в основном носят воспроизводящий характер, а вопросы 2 и 3 носят познавательный характер, и рассчитаны на глубокое закрепление и применение знаний по учебному материалу курса математики, на измерение сформированности соответствующего определенного уровня математической грамотности.

В работе [105] по аналогии исследованиям PISA решение проблемной задачи сводится к конкретно сформулированным заданиям, где каждый вопрос или задание направлен на измерение сформированности у учащихся навыков математического рассуждения.

Согласно результату, сформулированному в подразделе 1.2, математическое рассуждение включает следующие навыки мышления:

- воспроизведение (распознает, понимает, узнает и использует математические объекты);
- суждения (выявляет и устанавливает связи между различными понятиями и объектами);
- умозаключение (формулирует, применяет, обобщает, абстрагирует, интерпретирует, обобщает выявленные закономерности).

Навыки «воспроизведения» формируются при рассмотрении и изучении постановки задачи, на каждом этапе решения заданий к данной задаче. В этом случае, у учащихся формируются и развиваются навыки распознавания, понимания, использования математических объектов.

Навыки «суждения», «устанавливать связи» формируются в процессе решения заданий к проблемным задачам реального мира, но не требующие сложного уровня математизации.

Навыки «умозаключения» формируются и развиваются с помощью задач и заданий к ним, в которых учащиеся формулируют проблему, составляют математическую модель ситуации, применяют известные методы и алгоритмы решения задачи, производят вычисления, работают со стандартными формулами, приводят интерпретацию решения задачи.

Следовательно, для достижения достаточно высокого уровня сформированности у учащихся математической грамотности, следует им предложить систему обучающих заданий к практико-ориентированным задачам, направленным на применение навыков математического рассуждения.

Исследование показало, что в учебниках по математике и алгебре, используемые в учебном процессе Республики Казахстан, имеется определенное количество практико-ориентированных задач. Однако почти отсутствуют задания к этим задачам, соответствующие типовым оценочным заданиям PISA (см. подраздел 2.3). Исходя из анализа содержаний учебных задач школьной математики, предлагаемых в учебниках Республики Казахстан, заключаем, что: если контексты учебных задач переформулировать и дополнить специальными заданиями в контексте исследований PISA, то эти задания к исходным задачам можно будет успешно использовать в процессе обучения школьников математической грамотности.

Согласно с целью формирования и развития у школьников математической грамотности, мыслительных навыков 21 века, разрабатываемые задания к рассматриваемым задачам должны носить не только оценочный характер, должны носить и обучающий характер. В связи с этим, возникает вопрос о разработке методики сведения практико-ориентированных задач к оценочно-обучающим заданиям в контексте экзаменационных заданий PISA.

Суть метода сведения состоит в том, что проблемная задача разбивается на несколько взаимосвязанных обучающих заданий на основе алгоритма решения задачи и целей обучения математической грамотности.

Рассмотрим цели обучения в контексте выявленных компонентов сформированности математической грамотности (см. Подраздел 1.3): понимает контекст задачи; умеет строить математическую модель, применять математику, интерпретировать решение, исследовать решение, обобщать проблемную задачу, обладает способностью принимать решение.

Дидактические цели заданий к поставленной задаче должны быть направлены на формирование и развитие следующих умений и навыков:

- навыков распознавания сути проблемной ситуации, умения находить переменную величину, описывающую явление окружающей среды, навыков устанавливать междисциплинарные связи, способности целостного понимания контекста задачи;
- умения переформулировать частные факты проблемной ситуации в другой, понятной ему форме на языке таблиц, графиков и математических выражений;
- навыков строить математическую модель проблемной ситуации в целом, возникающей в окружающей среде;
- навыков проводить рассуждения и умозаключения, и формулировать;
- навыков выбора и распознавания метода для решения поставленной математической задачи, применять математику в нахождении решений конкретных задач, посредством использования математического метода, законов и положений;
- умения интерпретировать полученное решение в контексте проблемной задачи, проводить рассуждения и умозаключения;
- навыков анализировать и оценивать решение в контексте поставленной задачи, обобщать проблемную задачу, проводить умозаключения, умений принимать решения.

Таким образом, в основу целевого подхода составления обучающих заданий к проблемной задаче должны быть заложены логически завершенные учебно-диагностические материалы.

Успешность выбранной практико-ориентированной задачи и составленных к ней заданий в формировании и развитии математической грамотности у учащихся в значительной мере зависит от степени активности их мыслительной деятельности. Поэтому в процессе обучения школьников математической грамотности мы будем предлагать задания с требованием: «Привести полный обоснованный алгоритм решения заданий».

Составленные задания и указанное требование активизируют мысль учащихся, заставляют их работать, развиваться, совершенствоваться, приучают аргументировать, анализировать, делать правильные умозаключения. Кроме того, составленная последовательность обучающих заданий должна удовлетворять дидактическим принципам обучения, которые характеризуют способы использования закономерностей обучения в соответствии с целями обучения и воспитания.

Прежде всего, сконструированные задачи и задания к ним должны удовлетворять следующим принципам обучения:

1) Принцип научности и прикладной направленности. Согласно этому принципу, все составленные задачи и задания к ним, предназначенные для обучения математической грамотности, должны отражать окружающую действительность, способствовать формулированию математической модели, применению математики, интерпретации и оцениванию решения в контексте поставленной задачи.

2) Принцип доступности. Принцип доступности в обучении математической грамотности требует, чтобы содержание задач и заданий к ним соответствовало уровню умственного развития учащихся, приобретенных ими знаний, умений и навыков. При конструировании соответствующих заданий к практико-ориентированным задачам, направленным на формирование и развитие математической грамотности у школьников, необходимо соблюдать известные правила принципа доступности: от простого к сложному, от легкого к трудному, от известного к неизвестному.

3) Принцип наглядности. Принцип наглядности в обучении математической грамотности вытекает из сущности процесса восприятия, осмысления изучаемой задачи. Визуализация задачи окружающей действительности является исходным моментом обучения и различается следующими видами наглядности:

- натуральная наглядность, представляющая собой реальные объекты и явления;

- изобразительная наглядность (фотографии, рисунки);

- символическая наглядность (графики, чертежи, схемы, таблицы, диаграммы).

Применение наглядных пособий в обучении математической грамотности подчинено ряду правил:

- ориентировать учащихся на полное восприятие содержания задачи с помощью различных органов чувств;

- обращать внимание учащихся на самые познавательные, важные элементы задачи;

- предоставить учащимися возможность проявлять максимум мотивации, самостоятельности и активности при изучении наглядных объектов.

4) Принцип дифференцированного подхода обучения. Повышение эффективности дифференцированного обучения математической грамотности непосредственно связано с тем, насколько реально учитываются уровни обученности, индивидуальные особенности учащегося. Основными средствами в реализации принципа дифференцированного подхода обучения математической грамотности являются разработанные задания к проблемным,

практико-ориентированным задачам, предназначенным для *самостоятельного выполнения заданий* учащимися.

5) Принцип прочности знаний. Принцип прочности знаний эффективно реализуется в процессе решения проблемных, практико-ориентированных задач, а именно: в формулировании математической модели, применении математики, интерпретации решения задачи, созданий условий для запоминания учебного материала. Учебный материал запоминается успешнее, если приобретенные знания активно применяются при самостоятельном решении поставленных задач и заданий к ним.

6) Принцип систематичности, логической преемственности учебных материалов. Нельзя усвоить знание, не изучая ее в определенной системе. В такой же мере нельзя успешно развивать математическую грамотность, мыслительную способность у учащихся без строго продуманной системы обучения. Принцип систематичности и логической преемственности учебных материалов лежит в основе построения учебных программ. Поэтому, систематичность в обучении математической грамотности предполагает соблюдение логической преемственности построенной последовательности заданий к практико-ориентированным задачам.

Теперь, предложенный метод составления указанных заданий проиллюстрируем на примере сведения практико-ориентированной задачи на изменение и отношения, на количество, на пространство и формы, на принятие решений к системам взаимосвязанных обучающих заданий.

Задача 1: «Покупка роз».

Иса с целью поздравления своей матери с 8-марта, решил купить розы. Иса, подсчитав стоимость покупки, выяснил, что если он купит 4 розы, то у него останутся 2800 тенге, если он купит 8 роз, то не будет хватать 3600 тенге. Какое количество роз купил Иса?

Для конструирования обучающих заданий к данной задаче, предварительно опишем алгоритм решения этой задачи:

1) Введем переменную величину x, которая выражает стоимость розы. Тогда величины $4x$ и $8x$ определяют стоимость 4 -х и 8-и роз.

2) Определяем количество денег у Исы посредством выражений $4x + 2800$ и $8x - 3600$.

3) Составляем уравнение

$$4x + 2800 = 8x - 3600.$$

4) Определяем решение этого уравнения-стоимость розы: $x = 30.$ 5) Определяем количество денег у Исы: $4 \cdot 1600 + 2800 = 9200.$

5) Определяем, количество роз, которое может купить Иса:

$4 \cdot 1600 + 2800 = 4 \cdot 1600 + 1600 + 1200 = 5 \cdot 1600+1200,\ 1200 < 1600.$

Следовательно, Иса может купить 5 роз.

Теперь, анализируя алгоритм решения задачи 1, с учетом дидактических целей обучения составим обучающие задания к задаче 1. На начальном этапе решения данной задачи, школьники определяют неизвестные величины. В связи с этим, приходим к заданию 1.1.

Задание 1.1. Выберите неизвестную величину x и определите стоимость 4 - x и 8-и роз.

Ответ: 4x и 8x.

На втором этапе алгоритма решения задачи 1, учащиеся сравнивая и анализируя, приходят к вопросу-умозаключению: какое количество денег было у Исы? В связи с этим, получаем задание 1.2.

Задание 1.2. Выразите количество денег Исы через выражения 4x и 8x.

Ответ: $4\text{x} + 2800$ и $8\text{x} - 3600$

На третьем этапе сравнивают, совершают суждение и умозаключение: какова стоимость розы, который хочет купить Иса?

Задание 1.3. Определите стоимость розы.

Решение. $4\text{x} + 2800 = 8\text{x} - 3600,\ \text{x} = 1600.$

Ответ: 1600 тенге.

Задание 1.4. Сколько денег было у Исы?

Решение. $4 \cdot 1600 + 2800 = 9200.$

Ответ: 9200 тенге.

Задание 1.5. Определите, количество роз, который может купить Иса.

Решение. $2800 - 1600 = 1200, 1200 < 1600.$ Следовательно, Иса может купить 5 роз.

Характеристика задачи (проблемной ситуации) «Покупка роз»:

- Контекст: социальный.
- Математическое содержание: количество, изменение и отношения.
- Когнитивная деятельность: понимание, воспроизведение, суждение, сравнение, умозаключение, формулирование, применение, интерпретация, оценка.

Задача 2. «Движение катера» (По математическому содержанию, подобные задачи встречаются в учебниках алгебры для 7-го класса). За 4 часа катер проходит по течению реки Ертіс расстояние, в 2,4 раза большее, чем за 2 часа против течения. Какова скорость катера в стоячей воде, если скорость течения реки Ертіс составляет 1,5 км/час?

Для сведения данной задачи к оценочно-обучающим заданиям, как и в первой задаче, опишем алгоритм решения этой задачи:

1) Введем переменную величину x, которая выражает расстояние, пройденное катером против течения реки за 2 часа. Тогда величина $4,5x$ выражает расстояние, пройденное катером по течению реки за 4 часа.

2) Определим скорость катера по течению реки и против течения реки Ертіс, которые определяются выражениями $\frac{4,5x}{4}$ и $\frac{x}{2}$ соответственно.

3) Определим скорость катера в стоячей воде, если скорость течения реки Ертіс составляет 1,5 км/час. Тогда скорость катера в стоячей воде определяется выражениями

$$\frac{4,5x}{4} - 1,5 \text{ и } \frac{x}{2} + 1,5.$$

4) Составляем уравнение

$$\frac{4,5x}{4} - 1,5 = \frac{x}{2} + 1,5.$$

5) Определяем решение этого уравнения: $x = 30$.

6) Определим скорость катера в стоячей воде: $\frac{30}{2} + 1,5 = 16,5$ (км/час).

Теперь, сформулируем введение к данной задаче в контексте международных оценочных задач PISA.

Введение к задаче 2. Река Ертіс протекает по современной территории Китая, Казахстана и России. Основные истоки этой реки находятся на границе Монголии и Китая. Ертіс вместе с каналом Ертіс – Караганды обеспечивает питьевой водой Астану, Караганды, Семей, Павлодар, Экибастуз, Темиртау и сельское хозяйство Центрального Казахстана. Ертіс – вторая по длине река в мире после Миссури. Ертіс выделяется пустынным ландшафтом. Один берег достаточно крутой и обрывистый, другой мягко обрамляет песчаные пляжи. Пойма реки густо засажена белыми тополями и невысокими кустарниками. Река Ертіс судоходна, грузовые, пассажирские теплоходы и катера совершают рейсы на всем протяжении реки.

Теперь, анализируя алгоритм решения задачи 1, с учетом дидактических целей обучения и контроля, составим обучающие задания к задаче 3.

В первых двух этапах 1) и 2) алгоритма решения данной задачи, школьники 7 класса находят переменную величину, описывающую движение катера, устанавливают междисциплинарные связи между пройденным расстоянием и переменной величиной x, зависимость скорости движения от времени, понимает суть проблемной ситуации, проводят суждения. В связи с этим, приходим к заданию 1.1.

Задание 2.1. Найдите выражения, описывающие расстояния, пройденные катером по течению реки и против течения реки, скорости катера по течению реки и против течения реки.

Ответ: x; $4{,}5x$; $\frac{4{,}5x}{4}$; $\frac{x}{2}$

В следующих этапах 3) и 4) алгоритма решения исходной задачи учащихся переформулируют частные факты проблемной ситуации в другой, понятной ему форме, на языке равенства математических выражений, строят математическую модель движения катера в целом, проводят суждение, аналогию и умозаключения. С учетом этого, приходим к следующему заданию.

Задание 2.2. Скорость плота, плывущего по реке Ертіс равен 1,5 км/час. Определите, при каких условиях уравниваются скорости катера по течению и против течения реки.

Ответ: $\frac{4{,}5x}{4} - 1{,}5 = \frac{x}{2} + 1{,}5$. (Решение должно содержать аргументацию).

На 5-ом этапе алгоритма решения поставленной задачи школьники применяют математику в нахождении решения рассматриваемой задачи, посредством использования метода решения линейных уравнений. В связи с этим, приходим к новому заданию.

Задание 2.3. Определите числовые значения расстояний, пройденные катером по течению и против течения реки.

Ответ: 30; 135.

На 6-ом этапе алгоритма решения исходной задачи учащихся находить искомое решение задачи, интерпретируют полученное решение в контексте проблемной задачи, проводить суждения. С учетом сказанного, приходим к заданию 1.4.

Задание 2.4. Определите скорость катера в стоячей воде.

Ответ: 16,5.

Согласно цели обучения следующее задание должно быть направлено на формирование и развитие навыков анализировать движение катера, проводить умозаключения, принимать решения. В связи с этим приходим к следующему заданию.

Задание 2.5. Проанализируйте проблемную ситуацию. При каких условиях катер не сможет плыть против течения реки Ертіс.

Ответ: если скорость катера будет меньше скорости течения реки.

Характеристика задачи (проблемной ситуации) «Движение катера»:

- Контекст: профессиональный.
- Математическое содержание: изменение и отношение, количество.
- Когнитивная деятельность: понимание, воспроизведение, суждение, аналогия, применение, умозаключение, формулирование.

Задача 3: «Движение лифта». По заданному графику ускорения (Рисунок 2.1.1) опишите, как двигалась кабина лифта [103]

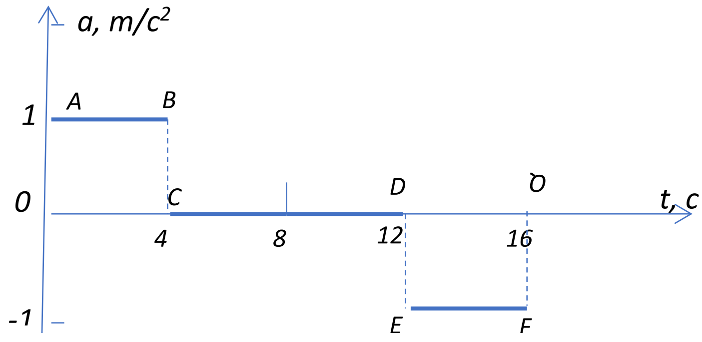

Рисунок 2.1.1 – График ускорения кабины лифта

Введение к задаче 3. Кабина лифта совершает равноускоренное движение в соответствии с заданными настройками временного реле. С помощью электрического двигателя и противовеса (груза) кабина лифта совершает движение вверх, а противовес вниз или наоборот кабина движется вниз- противовес вверх.

Анализ рисунка-1 позволяет выделить следующие задания 1-4.

Задание 3.1 Укажите, на каком участке кабина лифта двигалась равноускорено?

Ответ: AB

Задание 3.2 Укажите, на каком участке движение кабины лифта была равнозамедленной?

Ответ: EF

Задание 3.3. Укажите, на каком участке движения кабины лифта была равномерной?

Ответ: CD

Задача 4. По заданному графику ускорения (Рис.1) постройте график скорости перемещения кабины лифта.

Анализ рисунка 1 позволил выделить задания к задаче 4.

Задание 4.1. Определите скорость движения лифта кабины на конце участка AB.

Ответ: 4м/с

Задание 4.2. Определите скорость движения лифта кабины на участке CD.

Ответ: 4м/с

Задание 4.3. Определите скорость движения лифта кабины на конце участка EF.

Ответ: 0 м/с

Задание 4.4. Постройте график скорости перемещения кабины лифта.

На основе синтеза решений заданий 1-4 задачи 4 школьники построили график скорости перемещения кабины лифта (Рисунок 2.1.2).

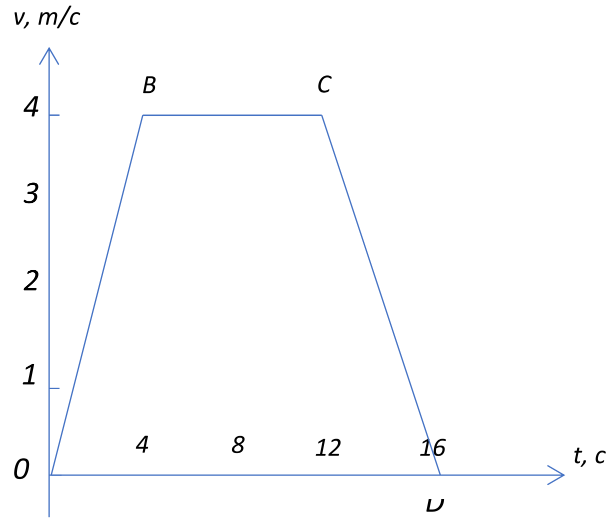

Рисунок 2.1.2 – График перемещения кабины лифта

Таким образом, школьники с помощью междисциплинарных знаний, графического мышления, анализа и синтеза смогли выполнить все задания к задачам 3 и 4.

Характеристика задачи (проблемной ситуации) «Движение лифта»:

- Контекст: социальный, профессиональный.
- Математическое содержание: Изменение и отношение, пространство и форма.
- Когнитивная деятельность: понимание, установление связи, геометрическое представление, формулирование, дедуктивное мышление, анализ, синтез.

Выполнение этих заданий способствует систематизации междисциплинарных знаний по теме «Равномерное прямолинейное движение», развитию у учащихся самостоятельности, инициативности, настойчивости. При этом непринужденное совместное выполнение заданий развивает у них коммуникации.

Задача 5. «Покупка» (По математическому содержанию, подобные задачи встречаются в учебниках алгебры для 8-го класса). Ученик 4 класса Елназир купил тетради и цветные карандаши за 196 тенге. За каждую тетрадь он заплатил по 17 тенге, а за каждый карандаш – по 5 тенге. Сколько тетрадей и карандашей купил Елназир, если необходимое ему количество карандашей разного цвета превышает 12 штук?

Составим алгоритм решения задачи:

1. Пусть Елназир купил x тетрадей и y карандашей. Тогда, он за карандаши заплатил $5y$ тенге, а за тетради $17x$ —тенге.

2. По условию задачи, Елназир за всю покупку заплатил 196 тенге. Тогда, получаем уравнение

$$17x + 5y = 196. \qquad (2.1.1)$$

3. Полученное уравнение является диофантовым уравнением первого порядка. Применим метод последовательных делений.

4. В уравнении $17x + 5y = 196$ наименьшим коэффициентом является коэффициент 5 при переменной y. Выразим переменную y через другое неизвестное переменное и выделим целую часть:

$$y = \frac{196 - 17x}{5} = \frac{39 \cdot 5 + 1 - 15x - 2x}{5} = 39 - 3x + \frac{1 - 2x}{5}.$$

Введем новую переменную $\frac{1-2x}{5} = p$. Отсюда имеем

$$x = \frac{1-5p}{2} = \frac{1-4p-p}{2} = -2p + \frac{1-p}{2}.$$

Введем переменную $\frac{1-p}{2} = m$. Тогда получаем

$$p = 1 - 2m.$$

Выразим переменные x и y через переменную m:

$$x = 5m - 2, y = 46 - 17m. \qquad (2.1.2)$$

5. По смыслу задачи переменные x и y должны удовлетворять неравенствам положительно:

$$5m - 2 \geq 1, 46 - 17m \geq 1.$$

Отсюда находим, что $\frac{3}{5} \leq m \leq 2\frac{11}{17}$. Следовательно, переменная m может принимать значение $m = 1$ и $m = 2$. Подставляя эти значения в (2.1.2), получаем положительные целочисленные решения уравнения (2.1.1) в виде пар $(3; 29)$ и $(8; 12)$.

6. По условию задачи необходимое Елназиру количество карандашей разного цвета должно быть более 12 штук. Следовательно, Елназир купил 3 тетради и 29 карандашей.

Для данной задачи, с учетом дидактических целей, составим оценочно-обучающие задания.

На первом этапе решения задачи 3, учащиеся устанавливают неизвестные величины, выражающие количество купленных тетрадей и карандашей, обозначают их через x и y. Определяют количество затраченных денег для покупки тетрадей и карандашей выражениями $5y$ и $17x$. При этом учащиеся умеют выявлять переменные величины, устанавливать связи между понятиями, понимают суть задачи, проводят суждения. В связи с этим, приходим к заданию 3.1.

Задание 5.1. Найдите выражения, определяющие количество купленных тетрадей и карандашей, количество затраченных денег для покупки этих тетрадей и карандашей.

Ответ: купил x тетрадей и у карандашей. За карандаши заплатил 5у тенге, а за тетради $17x$ —тенге.

В следующем этапе решения поставленной задачи учащиеся переформулируют проблемную ситуацию в другой форме, на языке равенства математических выражений, составляют математическую модель, проводят суждение, аналогию и умозаключения. С учетом этого, приходим к следующему заданию.

Задание 5.2. Определите, при каких условиях уравниваются общее количество затраченных денег для покупки тетради и карандашей с имеющимся количеством денег.

Ответ: $17\text{x} + 5y = 196$

На 3-ем этапе алгоритма решения задачи 3 учащиеся распознают полученное уравнение и приходят к умозаключению, что это уравнение должно иметь целочисленное решение и, следовательно, является диофантовым уравнением первого порядка. Для нахождения решения диофантового уравнения выбирают тот или иной метод. Например, метод последовательных делений. Сказанное предопределяет следующее задание.

Задание 5.3. Определите, наиболее подходящий метод для решения найденного уравнения.

Ответ: Метод последовательных делений (или другой метод).

На следующем 4-ом этапе школьники определяют, что в уравнении $17x + 5y = 196$ наименьшим коэффициентом является коэффициент при переменной y. Выражают переменную y через другое неизвестное переменное, и выделяют целую часть, находят однопараметрическое решение данного уравнения. В связи с этим, приходим к следующему заданию.

Задание 5.4. Найдите однопараметрическое решение уравнения $17x + 5y = 196$.

Ответ: $\text{x} = 5m - 2, y = 46 - 17m$.

В процессе выполнения 5-го этапа решения задачи 3 учащиеся определяют допустимые значения переменных x и y, параметра m, сопоставляют математические объекты с данными проблемной ситуации, находят целочисленные решения данного уравнения, интерпретируют решение сформулированной задачи. Эти мыслительные операции, совершаемые школьниками при выполнении 5-го этапа решения рассматриваемой задачи, позволяют сформулировать следующее задание.

Задание 5.5. Определите, сколько тетрадей и карандашей может купить Елназир.

Ответ: $(3; 29)$ и $(8; 12)$.

На 6-ом этапе учащиеся исследуют найденные решения, принимают решение, которое позволяют сформулировать следующее задание.

Задание 5.6. Сколько тетрадей и карандашей купил Елназир, если необходимое ему количество карандашей разного цвета превышает 12 штук?

Ответ: $(3; 29)$

В процессе выполнения заданий 4.1-4.5 школьники с помощью логических приемов мышления – анализа, синтеза, дедуктивного мышления, смогли решить уравнение $17x + 5y = 196$ в целых положительных числах, используя навыки принятия решений, определили единственное решение данной задачи.

Характеристика задачи (проблемной ситуации) «Покупка»:

- Контекст: личный.
- Математическое содержание: Изменение и отношение, количество.
- Когнитивная деятельность: понимание, установление связи, формулирование, применение, дедуктивное мышление, анализ, синтез, навыки принятия решений.

Тем самым убеждаемся, что предложенная методика сведения практико-ориентированной задачи к оценочно-обучающим заданиям позволяет разрабатывать задания в контексте экзаменационных заданий PISA. При этом, предложенные задачи и составленные оценочно-обучающие задания к ним удовлетворяют следующим дидактическим принципам:

- доступности и дифференцированного подхода обучения (так как, составленные задания соответствуют различным уровням подготовленности и индивидуальным особенностям учащихся);

- научности (решение рассматриваемых задач и заданий к ним предполагает наличие у учащихся таких знаний и навыков, как навыки применения методов решения линейных уравнений с одной и с двумя переменными);

- наглядности (для задачи 2 сформулировано введение, которое мотивируют учащихся к ученью, задачи 3 и 4 сопровождены графиками перемещения, а остальные задачи можно дополнить рисунками, фотографиями для лучшей визуализации задач 1 и 5);

- прочности, систематичности знаний (так как, в процессе решения задач 1-5 систематизируются, закрепляются, применяются математические знания, умения и навыки: формулируются математические задачи, применяются приобретенные знания, интерпретируются решение математической задачи в контексте явлений практической задачи).

Таким образом, обучение математической грамотности, формирование и развитие навыков 21 века осуществляется посредством решения практико-ориентированных задач и заданий к ним. При выполнении обучающих заданий учащиеся усваивают и закрепляют математические понятия и методы составления и решения математических задач, обучаются проведению математического рассуждения. Общей дидактической целью решения рассмотренных задач является закрепление теоретических приобретенных знаний, формирование навыков математического рассуждения, рефлексии, оценки, критического мышления. Оценочно-обучающие задания позволяют осуществлять контроль за уровнем сформированности математической грамотности, которая является одним из основных дидактических целей обучения решению практических задач.

Совместные обсуждения и оценка результатов выполнения школьниками заданий, позволяет определить степень сформированности компонентов математической грамотности, навыков математического рассуждения и развивать критическое мышление и рефлексию.

2.2 Методика формирования и развития у школьников математической грамотности и навыков 21 века посредством системы обучающих задач

Среди навыков, которые обеспечивают готовность 15-летних учащихся к дальнейшей успешной учебной работе и практической деятельности, важное значение имеют те, которые связаны с личностными и мыслительными навыками школьников. В связи с этим, в программной концепции PISA-2021 и в исследованиях PISA подчеркивается важность формирования и развития у 15-летних учащихся математической грамотности, навыков 21 века (критическое, креативное, системное мышления, коммуникативные навыки, навыки рефлексии, саморегуляции, оценки, использования информации, лидерства).

В подразделе 1.2 было подчеркнуто, что применение традиционной методики обучения к обучению школьников к решению практико-ориентированных задач не обеспечивает качественного приобретения навыков математического рассуждения, т. е. не способствует должному развитию математической грамотности у учащихся. Таким образом, задача обучения учащихся математическим знаниям, умениям и навыкам дополняется задачей обучения учащихся математической грамотности и задачами формирования и развития навыков 21 века.

К сожалению, сложившаяся методика обучения математическим знаниям, в большинстве случаев не способствует эффективному формированию и развитию у школьников математической грамотности.

Для выбора методики обучения школьников математической грамотности на заключительной стадии констатирующего эксперимента нами были проведены: наблюдение, анализ посещенных занятий учителей, обобщение их практических навыков обучения школьников решению практико-ориентированных задач, которые позволили убедиться в том, что проблемно-ориентированное обучение является эффективным в процессе обучения учащихся методам решения практико-ориентированных задач. А когнитивные, деятельностные методы обсуждения алгоритма решения задач дают положительный эффект в вопросах формирования и развития у школьников математического рассуждения и навыков 21 века.

Когнитивный метод обсуждения, в данном случае – это метод, направленный на изучение, закрепление и применение новых знаний, на формирование и развитие у школьников математического рассуждения посредством обсуждения алгоритма решения задачи. Так как «когнитивность» — это способность человека приобретать знания (познать) посредством восприятия и мышления.

При деятельностном методе обсуждения учащиеся не получают математические, практические знания в виде готового утверждения, им предлагают учебные материалы для совместной и самостоятельной учебно-познавательной деятельности.

Само содержание курса математики и современная методика его преподавания способствуют определенному развитию у школьников определенных мыслительных навыков. Однако, для того чтобы успешно использовать весь потенциал содержания курса школьной математики, нужно проанализировать какие математические рассуждения, какие технологии и методы обучения способствуют формированию и развитию у школьников математической грамотности и навыков 21 века.

Здесь когнитивные, деятельностные методы обсуждения и проблемно-ориентированное обучение в вопросах формирования и развития математической грамотности дополняют друг друга и гармонично сочетаются в обучении.

Такой подход в обучении предполагает использовать совокупность проблемных задач, направленных на формирование и развитие у школьников математической грамотности, на их самостоятельное и совместное выполнение оценочно-обучающих заданий.

Поэтому особое место в формировании и развитии у школьников математической грамотности занимает правильный выбор методики обучения школьников. Следовательно, эффективность формирования математической грамотности школьников непосредственно зависит от правильного выбора учебного материала, формы, средств и метода обучения школьников. Анализ показал, что в формировании и развитии у школьников математической грамотности можно успешно применить индивидуально-коллективный способ обучения, системы занятий, проектное обучение (форма), практико ориентированные задачи (средства), когнитивные, креативные и деятельностные методы обучения.

В подразделе 1.3 было установлено, что этапы процесса решения практико-ориентированной задачи (понимание проблемной ситуации, формулирование математической задачи, применение математики в нахождении решении математической задачи, интерпретация полученного решения на языке реального явления) являются ключевыми компонентами математической грамотности и на каждом этапе процесса решения практико-ориентированной задачи школьники оперирует различными суждениями и умозаключениями, которые отражают основные компоненты математической грамотности.

В исследованиях PISA основным объектом оценки математической грамотности является последовательность *оценочных заданий* различных уровней, посредством которых осуществляется оценка знаний и навыков у школьников, а предметом является качество сформированности у них ключевых компонентов математической грамотности.

В связи с целью исследования, а также согласно результату, сформулированному в подразделе 2.1, разрабатываемые задания к рассматриваемым задачам, должны носить *и обучающий* характер в форме управляемой интеграции формирования и развития навыков решения практико-ориентированных задач и навыков 21 века.

Как известно, математическое рассуждение осуществляется в виде цепочек логических операций в процессе доказательства математических утверждений и решения задач. В связи с этим, рассматривая задания как объекты мыслительной деятельности учащихся, выделим ключевые компоненты математического рассуждения:

- распознает содержательную область заданий и задач;

- вычленяет основные составляющие (условие и утверждение) задачи и заданий;

- выявляет переменные величины, подводит эти переменные под известные понятия;

- выявляет и устанавливает связи между различными составляющими задач;

- применяет синтез и междисциплинарные знания к построению математической модели задач и заданий к ним;

- распознает и строит математическую модель;

- выбирает метод нахождения решения математической модели;

- решает задачу по известному алгоритму;

- устанавливает соответствие между решениями заданий и искомым элементом проблемной задачи;

- интерпретирует найденное решение в контексте рассматриваемого явления;

- оценивает, обобщает, выявляет закономерности, которые осуществляются в виде цепочек логических операций в процессе решения задач [101, с.208],

Таким образом, математическая грамотность и мыслительные навыки 21 века формируются и развиваются через решение практико-ориентированных задач.

Формирование и развитие у школьников математической грамотности и навыков 21 века посредством их обучения решению практико-ориентированных геометрических задач

Анализ показал (см. подраздел 2.4), что в учебниках по геометрии, используемые в учебном процессе Республики Казахстан, почти не содержатся практико-ориентированные задачи. Тогда как формирующие и развивающие возможности междисциплинарных знаний, математической грамотности посредством решения практико-ориентированных геометрических задач очень высоки.

Исходя из актуальности обучения школьников математической грамотности посредством решения геометрических задач, в первую очередь, для иллюстрации методики формирования и развития у учащихся математической грамотности, рассмотрим практико-ориентированные задачи на пространство и формы.

В качестве примера рассмотрим учебные задачи, рассчитанные на воспроизведение и актуализацию знаний, необходимых для понимания нового учебного материала и направленных на первичное усвоение и применение, и на закрепление и применение уже изученного учебного материала по разделу «*Взаимное расположение прямых на плоскости*». При этом, для актуализации, закрепления и применения освоенных знаний будем придерживаться структуры задач, описанных в подразделе 2.1: описывается ситуация, проблемная задача, дается введение к рассматриваемой задаче, к ней предлагается от одного до шести связанных с ситуацией заданий. Введение к заданиям представляет собой небольшой пояснительный текст или геометрический объект, позволяющий визуализацию задачи, который носит мотивирующий характер.

В подразделе 2.1 предложена методика сведения практико-ориентированной задачи к оценочно-обучающим заданиям и было отмечено, что в процессе выполнения этих заданий у них формируется и развивается математическое рассуждение, проявляющееся в процессе решения практико-ориентированных задач. В связи с этим, составим соответствующие модельные практико-ориентированные задачи, а к ним и оценочно-обучающие задания.

Прежде всего, рассмотрим задачу, которая способствует *актуализации знаний,* необходимых для понимания нового ученого материала.

Задача 1. «Углы при прямых» [104].

Пусть ABC произвольный треугольник. Возьмем произвольную точку P, принадлежащую основанию AC, и из точки P проведем две прямые, параллельные боковым сторонам.

Задание 1: правильно ли графически изображено условие упражнения А на рисунке 2.2.1.

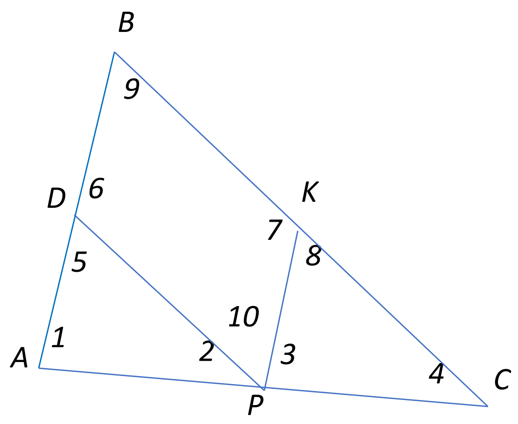

Рисунок 2.2.1 – Треугольник

Ответ: Да. Так как $PD \parallel BC, PK \parallel AB$

Задание 2: Укажите все пары смежных углов.

Ответ: 5 и 6; 7 и 8.

Задание 3: Укажите все пары равных соответственных углов при секущей AC.

Ответ: 1 и 3; 2 и 4

Задание 4: определите сумму внутренних углов треугольника ADP.

Ответ: 180^0

Характеристика задачи (проблемной ситуации) «Углы при прямых»:

1. Область математического содержания: пространство и форма;

2. Контекст: профессиональный;

3. Когнитивная деятельность: понимание, воспроизведение, графическое представление, математическое рассуждение.

С помощью этих заданий воспроизводятся и закрепляются учебные материалы «Углы, образованные при пересечении двух параллельных прямых секущей», «Сумма внутренних углов треугольника», интегрируются внутридисциплинарные знания, развиваются такие мыслительные способности как: графическое мышление, дедуктивное мышление (обоснованный выбор параллельных прямых и секущей, применение знаний).

В процессе выполнения этих заданий у школьников среднего звена развивается предметное оперативное мышление (непосредственное действие с конкретной моделью объекта). При рассмотрении графического представления задачи проявляется абстрактное, неоперативное предметное мышление.

Приведенные коды ответов позволяют установить уровень сформированности знаний и математического рассуждения.

Теперь, рассмотрим задачу 2, которая способствует первичному закреплению и применению математических знаний.

Задача 2. «Полет самолета».

Длина пути полета самолета от места подъема самолета до самой высокой вершины горы, расположенной впереди траектории полета самолета, составляет 2 км. До вылета самолета, штурман, используя высотомер, определил, что высота той самой высокой вершины горы равна 1000 м (Рисунок 2.2.2).

Составим оценочно-обучающие задания, посредством которых управляется интеграция таких междисциплинарных знаний, как: длина пути самолета, угол подъема самолета, высота полета самолета, высотомер, свойства прямоугольного треугольника.

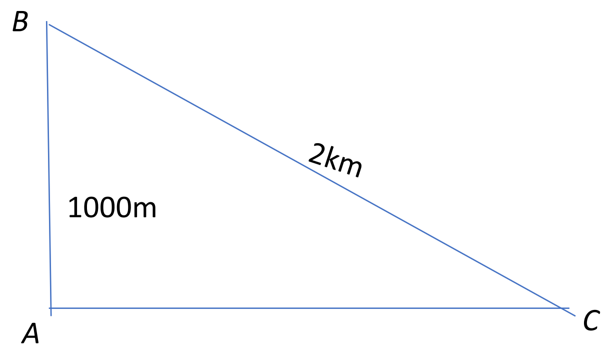

Рисунок 2.2.2 – Траектория полета самолета

Задание 1. Определите угол подъёма самолета.

Ответ: 30^0. Использует свойство прямоугольного треугольника: если катет равен половине гипотенузы, то угол, противолежащий этому катету, равен 30^0.

Задание 2. Под каким углом должен подниматься самолет, чтобы не задеть вершины горы?

Ответ: более 30^0. Если пилот будет подниматься под углом 30^0, то самолет может задеть вершину горы. Если угол подъёма самолета составит более 30^0, то траектория полета самолета будет проходит выше вершины горы. Так как, при увеличении значения угла С истинная высота полета самолета вдоль всей траектории полета будет также увеличиваться.

Характеристика задачи (проблемной ситуации) «Полет самолета»:

1. Область математического содержания: пространство и форма.

2. Контекст: научный.

3.Когнитивная деятельность: воспроизведение, графическое представление, применение математики, математическое рассуждение, вычисления.

Далее, рассмотрим практико-ориентированные задачи 3, 4, которые обеспечивают закрепление и применение изученного учебного материала.

Задача 3. «Эскалатор». При строительстве метрополитена города Алматы инженер-конструктор спроектировал эскалатор, которая имеет 90 совершенно одинаковых ступенек от наземного вестибюля до пола подземной станции (Рис.2.2.3). Ширина ступеньки $20\sqrt{3}$см, а высота 20см.

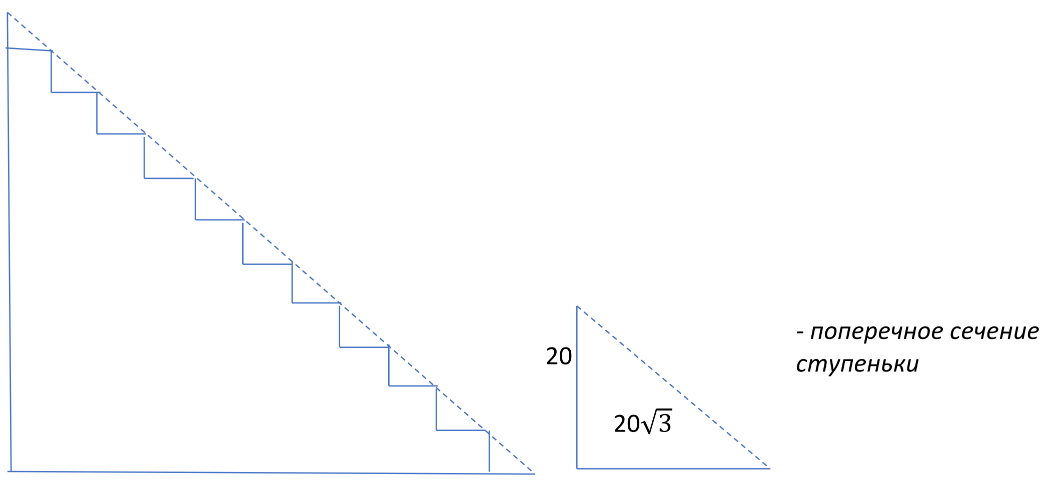

Рисунок 2.2.3– Эскалатор

Этап актуализации знаний:

- Свойство прямоугольного треугольника;
- Свойства углов с соответствующими параллельными сторонами;
- Элементы эскалатора;
- Глубина станции.

Этап установления связи между элементами общей структуры рассматриваемой задачи:

- Ступеньки, и сам эскалатор образуют прямоугольный треугольник;
- Сумма высот ступенек составляет высоту эскалатора;
- Сумма ширин ступенек составляет основание эскалатора;
- Угол наклона эскалатора зависит длины высоты и длины основание эскалатора;
- Глубину станции можно определить с помощью высоты эскалатора.

На следующем этапе составим обучающие задания к задаче 3, посредством которых реализуется интеграция междисциплинарных знаний, такие как: основные параметры эскалатора; поперечное сечение ступеньки; свойства прямоугольного треугольника.

Задание 1. Определите глубину станции.

Ответ: 18м. Содержит правильное рассуждение. Сумма высот ступенек составляет высоту эскалатора, т.е. глубину станции.

Задание 2. Определите основание эскалатора.

Ответ: $1800\sqrt{3}$cm. Содержит правильное рассуждение. Сумма ширин ступенек составляет основание эскалатора. Тогда длина основания эскалатора определяется как $20\sqrt{3}\cdot 90 = 1800\sqrt{3}(\text{cm})$.

Задание 3. Определите длину эскалатора.

Ответ: 36м. Содержит правильное рассуждение: Часть всей длины эскалатора, соответствующего одной ступеньки, определятся формулой $l_k = \sqrt{400+3\cdot 400} = 40(cm)$. Тогда длина всего эскалатора составляет $l = l_k\cdot 90 = 40\cdot 90 = 3600(cm) = 36(m)$.

Задание 4. Определите угол наклона φ эскалатора к её основанию. Для этого воспользуйтесь таблицей 2.2.1.

Таблица 2.2.1 – Угол наклона эскалатора к её основанию

$\frac{a}{b}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
φ	6^0	11^0	17^0	22^0	27^0	31^0	35^0	39^0	42^0	45^0

где $a -$ противолежащий к углу φ катет, $b -$ прилежащий к углу φ катет.

Ответ: 31^0. Содержит правильное рассуждение: $a = 20, b = 20\sqrt{3}$, $\frac{a}{b} \approx 0{,}6$, $\varphi = 31^0$. Использует утверждение: углы с соответствующими параллельными сторонами равны. И поэтому искомый угол равен 31^0.

Характеристика задачи (проблемной ситуации) «Эскалатор»

1. Область математического содержания: пространство и форма;
2. Контекст: профессиональный;

3. Когнитивная деятельность: понимание, воспроизведение, графическое представление, установление междисциплинарных связей, систематизация математического рассуждения, вычисление

Задача 4. *«Мост»* [104]. На территории Республики Казахстан расположен один из крупнейших водоемов нашей планеты – озеро Балхаш. Одним из уникальных явлений этого озера является то, что ее западный бассейн является пресным, а восточный – солоноватым. Требуется построить мост DF через пролив озера Балхаш, разделяющий ее западные и восточные бассейны (Рисунок 2.2.4).

Для построения этого моста топограф, проведя измерительные работы,

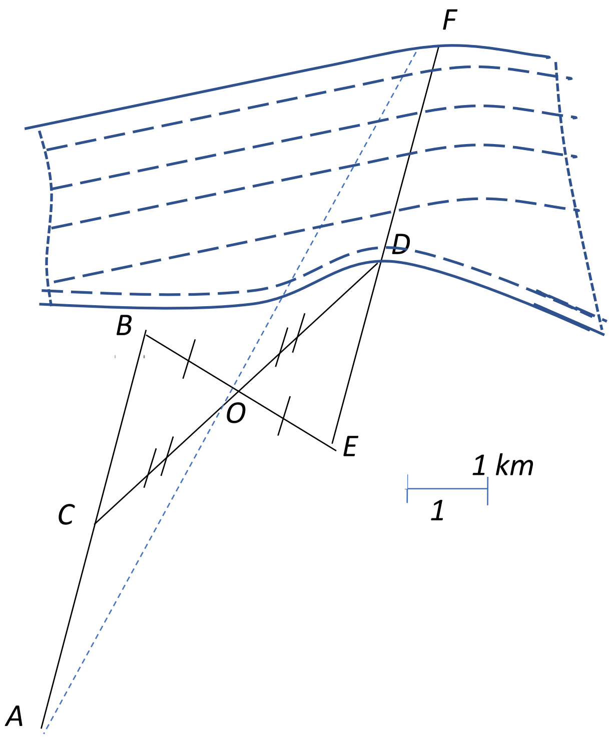

Рисунок 2.2.4 – Топографическая карта расположения моста

используя компьютерную технологию, нарисовал топографическую карту расположения моста DF. На карте $DE = 2cm; AB = 5{,}5\ cm$.

Теперь, сформулируем задания, с помощью которых реализуются этапы урока систематизации совокупности знаний с помощью следующих элементов общей структуры рассматриваемой задачи: длина моста; топографическая карта; возможности компьютерных технологий; уникальное свойство озера Балхаш; свойства равных треугольников, равенство внутренне накрест лежащих углов, масштаб карты.

Задание 1. Укажите равные внутренние накрест лежащие углы, образованные секущей $BE.$

Ответ: $\angle B = \angle E.$ Использует признак равенства треугольников и равенство соответствующих углов в равных треугольниках.

Задание 2. На карте $DE = 2cm; AB = 5{,}5\ cm.$ Определите длину моста.

Ответ: $3{,}5\ km.$ Использует признак равенства треугольников, равенство соответствующих отрезков в равных треугольниках, применяет данный масштаб карты.

Задание 3. Определите, достаточна ли длина моста, найденная при выполнении задании 2, для строительства реального моста?

Ответ: Нет. Найденная длина моста не включает длину граничных опорных частей моста.

Характеристика задачи (проблемной ситуации) «Мост»

Область математического содержания: пространство и форма;

Контекст: профессиональный;

Когнитивная деятельность: воспроизведение, графическое представление, установление междисциплинарных связей, систематизация знаний, математическое рассуждение, вычисления.

Формируемые компоненты математической грамотности: воспроизводятся усвоенные знания, формулируется математическая задача, применяются приобретенные знания, закрепляются, систематизируются, оцениваются усвоенные знания по учебным материалам «Свойства равных треугольников», «Свойство прямоугольных треугольников». При графическом представлении условий этих задач у школьников развивается политехническое знание. При процессе обсуждения алгоритма решения задач формируются и развиваются у учащихся математическое рассуждение, междисциплинарные знания, навыки 21 века, интерпретируется решение задачи. Например, поиск ответа на вопрос: «Достаточна ли длина моста для строительства моста, найденная при выполнении задании 2?» развивает у школьников критическое мышление.

2) Формирование и развитие у школьников математической грамотности, мыслительные навыки и навыки принятия решений посредством их обучения решению практико-ориентированных задач

В исследованиях PISA-2022 учащимся были предложены задачи на принятие решений. Так как, в настоящее время в профессиональной и повседневной деятельности человека часто возникают проблемные ситуации по выбору наиболее подходящего решения из множества вариантов решений этой проблемы (например, в задачах логистики). В процессе выбора такого решения у человека развивается математическое рассуждение, проявляется дивергентное мышление, а также навыки принятия решений. В связи с этим к набору важнейших навыков 21 века можно отнести и навыки принятия решений.

Навыки принятия решений начинают проявляться у школьников среднего и старшего звена в процессе выбора оптимального(наилучшего) решения из множества решений проблемной ситуации

Однако, анализ работ отечественных и зарубежных исследователей [40-42; 43, с.51] позволяет заключить, что их исследования в основном посвящены анализу результатов исследований PISA, а проблемы формирования и развития у школьников навыков 21 века остаются почти не исследованными. В связи с этим, рассмотрим следующие задачи, развивающие мыслительные навыки и навыки принятия решений.

Для примера рассмотрим следующие задачи.

Задача 1: «Калькуляция». Главный повар небольшого кафетерия, исходя из финансовых возможностей кафетерия и прогнозируемого количества посетителей, составил предварительную калькуляцию для приготовления мясного гуляша из баранины (Таблица 2.2.2).

Таблица 2.2.2 – Калькуляция на 12.10.2021-16.10.2021

Дни	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт
Масса свежего мяса	5кг		8кг		10кг
Масса вареного мяса	3кг	3,6кг	4,8кг	2,4кг	6кг
Количество порций		24		16	

В основе поиска неизвестных элементов данной таблицы лежит анализ данных. Анализ, дедуктивное рассуждение позволяют определить общий алгоритм решения поставленной задачи. Выявленный алгоритм решения поставленной задачи позволяет сформулировать оценочно-обучающие задания к этой задаче. Выполнение этих заданий позволяет найти искомое решение поставленной задачи.

Задание 1. Какую часть составляет масса вареного мяса от массы свежего мяса?

Сравнивая известные массы свежего мяса и массы вареного мяса за понедельник, среду и четверг получаем, что после варки остается $(3 \div 5) \cdot 100\% = 60\%$; $(6 \div 10) \cdot 100\% = 60\%$; $(4{,}8 \div 8) \cdot 100\% = 60\%$; от свежего мяса.

Ответ. 60%

В процессе выполнения задания 1 к задаче 1 у школьников развиваются дедуктивное и индуктивное мышления, формируются навыки нахождения процента по числу.

Задание 2. Сколько свежего мяса нужно взять на вторник и четверг для приготовления мясного гуляша из баранины?

По индукции, получаем, что на вторник следует закупить $(3{,}6 \cdot 100) \div 60 = 6(\text{кг})$ свежего мяса, а на четверг $(2{,}4 \cdot 100) \div 60 = 4(\text{кг})$ свежего мяса.

Ответ. 6 кг и 4 кг.

Таким образом, в процессе выполнения задания 2 к задаче 1 у школьников развиваются дедуктивное и индуктивное мышления, формируются навыки нахождения числа по проценту.

Задание 3. Определите вес мяса, отводимый на одну порцию мясного гуляша.

Учитывая прогнозируемое количество порций на вторник, четверг и массы вареного мяса, отводимые на эти дни, находим, что $3{,}6 \div 24 = 0{,}15(\text{кг})$; $(2{,}4 \div 16) = 0{,}15(\text{кг})$.

Итак, по аналогии и индукции находим, что ежедневно на одну порцию мясного гуляша выделяется 150 граммов вареного мяса.

Ответ. 0,15 кг.

В процессе выполнения задания 3 к задаче 1 у учащихся развиваются дедуктивное и вычислительное мышления.

Задание 4. Заполните таблицу.

По аналогии определяем прогнозируемое количество порций на понедельник, среду и пятницу: $3 \div 0{,}15 = 20$; $4{,}8 \div 0{,}15 = 32$; $6 \div 0{,}15 = 40$. Теперь, с учетом этого и данных, полученных в процессе выполнения заданий 1-2, получаем все искомые значения элементов таблицы.

По ходу выполнения заданий 1-4 у учащихся развиваются такие логические приемы мышления, как сравнение и аналогия, а также дедуктивное и индуктивное мышления, формируется математическое знание.

Задание 4. Определите, какую часть своей массы теряет при варке баранина?

При выполнении задания 1 получено, что после варки остается 60% от свежего мяса. Тогда баранина при варке теряет 40% своего первоначального веса.

Таким образом, в процессе выполнения заданий 1-4 наблюдение, сравнение, аналогия, индуктивное мышление позволило школьникам по нескольким частным случаям угадывать общие закономерности. Наблюдение, сравнение, индуктивное мышление сопровождаются выработкой у учащихся таких важных мыслительных навыков, как обобщение и абстрагирование. А именно, они абстрагируются от конкретных числовых выражений, и выявляют скрытую общую закономерность: «Баранина при варке теряет 40% своего первоначального веса».

Характеристика задачи (проблемной ситуации) «Калькуляция»:

1. Математическое содержание: количество, принятие решения.

2. Контекст: социальный.

3. Когнитивная деятельность: суждение, умозаключение, вычисление, принятие решения.

Задача 2. «Поездка». Автомобиль Амины в среднем расходует 9 литров бензина на каждый 100 километров пройденного расстояния. Расстояние между Алматы и Талдыкорганом по трассе равно 265 км, а стоимость одного литра бензина составляет 210 тенге. Билет на комфортабельный автобус для одного пассажира стоит 1600 тенге.

Вводный контекст задачи «Поездка». На летние каникулы, Амина, её братья Иса и Ельнур, проживающие в городе Талдыкорган, решили поехать в Алматы. Из Талдыкоргана до Алматы можно доехать на комфортабельном автобусе, или на своем автомобиле. Братьям предстоит выбрать самую экономную поездку из Талдыкоргана в Алматы.

Задание 1. Выбирая самую экономную поездку из Талдыкоргана в Алматы, Амина предложила поехать на своем автомобиле, а Ельнур предложил поехать на автобусе. Кто прав?

Ответ: Ельнур прав. Так как стоимость поездки из Талдыкоргана в Алматы на автомобиле Амины составляет 5008,5 тенге, а стоимость поездки на автобусе составил 4800 тенге.

Задание 2. Учли ли все обстоятельства Амина и ее братья, выбирая самую экономную поездку?

Ответ: не учли того, что автобус курсирует от автовокзала Талдыкоргана до автовокзала Саяхат города Алматы. Не учтена стоимость поездки на такси от дома до автовокзала в Талдыкоргане и от автовокзала Саяхат до дома в Алматы.

Задание 3. Определите, при каких условиях поездка Амины и ее братьев из Талдыкоргана в Алматы будет самой экономной? В этом вопросе мнения Амины и её братьев разошлись. Амина сказала, что они поедут на автомобиле. Братья сказали, что поедут на авто. Кто прав? Обоснуйте свои ответы.

Ответ: Амина будет права, если разность между общей стоимостью поездок на такси от дома до автовокзала Талдыкоргана и от автовокзала Саяхат до дома в Алматы и стоимостью расходуемого бензина, необходимая для поездки на автомобиле Амины внутри городов Талдыкоргана и Алматы будет не менее 209 тенге.

Характеристика задачи (проблемной ситуации) «Поездка»:

1. Математическое содержание: неопределенность и данные, принятия решений.

2. Контекст: социальный.

3. Когнитивная деятельность: суждение, умозаключение, принятие решения.

Решение и обсуждение алгоритма решения задач 1-2 способствует формированию и развитию математической грамотности, критического, креативного мышления, навыков принятия решений. Обсуждения решений, представленные школьниками, развивают у них, коммуникативные, рефлексивные способности, навыки оценивания, мотивацию к решению практико-ориентированных задач.

Таким образом, содержания предлагаемых задач и выполнения оценочно-обучающих заданий к этим задачам, установление сформированности мыслительных способностей и навыков 21 века, обобщение результатов выполнения школьниками поставленных задач обусловливает применение когнитивного, деятельностного методов обсуждения, проблемно-ориентированного метода обучения, которые способствуют формированию и развитию у школьников математической грамотности, определенных навыков 21 века.

3) Формирование и развитие у школьников математической грамотности, навыков 21 века, посредством использования модульной технологии обучения

Результаты экспериментального исследования, анализ методов и практика обучения школьников решению практико-ориентированных задач в контексте исследований PISA позволили убедиться в том, что модульная технология обучения школьников является также результативным в вопросах формирования и развития математической грамотности, навыков 21 века.

Данная технология модульного обучения ориентированы на разбивку учебного материала на отдельные взаимосвязанные блоки, которые взаимосвязаны между собой. Каждый блок состоит из нескольких стандартных и практико-ориентированных задач, которые логически связаны одной общей дидактической целью и направлены на формирование и развитие математической грамотности.

В связи с этим, на формирующем этапе педагогического эксперимента нами апробирована модульная технология обучения, направленная на формирование и развитие математической грамотности и навыков 21 века. На этом этапе разработали и внедрили в учебный процесс модуль по теме «Неравенства» [102]. Данный модуль предназначен для изучения, закрепления и обобщения учебного материала из раздела «Неравенства» курса алгебры учащимися 8 классов.

Приведем примеры использования модуля «Неравенства» в процессе обучения математике в контексте формирования и развития у школьников математической грамотности. Данный модуль состоит из пяти блоков (Таблица 2.2.3):

Таблица 2.2.3 – Учебные блоки модуля «Неравенства»

1-Блок	2-Блок	3-Блок	4-Блок	5-Блок
Линейные неравенства	Квадратные неравенства	Рациональные неравенства	Системы неравенств с одной переменной	Системы неравенств с двумя переменными

Каждый блок состоит из задач и заданий к ним, в которых все задачи и задания взаимосвязаны. Первый блок является вводным, где школьники самостоятельно добывают знания, используя учебник и систему заданий, применяя ранее усвоенные знания.

Таким образом, прежде всего, рассмотрим задачи, направленные на актуализацию знаний, первичное закрепление и применение усвоенных знаний, необходимых для изучения нового учебного материала.

Задача 1 к блоку 1. Решите неравенство

$$5x + 2(4 - x) \leq 20 - 2x.$$

Посредством решения подобных систем актуализируются и закрепляются методы решения линейных неравенств с одной переменной. После выполнения комплекса подобных упражнений, школьникам предлагаются практико-ориентированные задачи.

Задача 2 к блоку 1. Сплав весит 24 кг, который состоит из олова и меди, причем масса меди составляет 45% массы сплава. Сколько килограммов меди нужно добавить к имеющемуся сплаву, чтобы получить новый сплав, содержащий более 50% меди.

Данная задача направлена на применение метода решения линейных неравенств с одной переменной. Обычно задачи на составление модели проблемной ситуации (уравнение, неравенство) вызывают некоторые затруднения у большинства учащихся. В процессе решения подобных задач у учащихся проявляются постоянные потребности в подсказках. В связи с этим, возникают определенные проблемы в организации самостоятельной работы учащихся.

На начальном этапе обучения решению задач важно установить не только опорные знания, необходимые для эффективного обучения учащихся новому учебному материалу, но и следует указать комплекс устных упражнений, в процессе выполнения которых будут актуализироваться знания, необходимые для усвоения нового учебного материала. После этого учитель вначале вводит школьников в суть проблемы, затем вместе обсуждают, как можно по-другому сформулировать условие и утверждение задачи.

Далее проводятся обсуждения по совместному поиску решения поставленной задачи, выбора алгоритма решения, по вопросам разбиения поставленной задачи на мелкие задания. Таким образом, для решения таких практико-ориентированных задач составляются оценочно-обучающие задания к данным задачам. Например, составляя для задачи 2 оценочно-обучающие задания, получаем:

Задание 1 к задаче 2. В сплаве весом 24 килограмма содержится 45% меди. Определите массу меди.

Решение. $\frac{24 \cdot 45}{100} = 10{,}8$ (кг)

Задание 2 к задаче 2. Пусть х килограмм меди добавлено к имеющемуся сплаву. Сколько килограммов меди содержится в новом сплаве, который содержит 50% меди.

Решение. $\frac{(24+\mathrm{x}) \cdot 50}{100}$ (кг меди содержится в новом сплаве)

Задание 3 к задаче 2. При каких значениях х можно будет получить новый сплав, содержащий более 50% меди.

Решение. $\frac{(24+\mathrm{x}) \cdot 50}{100} < \mathrm{x} + 10{,}8$.

Ответ: $\mathrm{x} > 2{,}4$ (кг)

После этого интерпретируется полученное решение. Более 2,4 килограммов меди нужно добавить к имеющемуся сплаву, чтобы получить новый сплав, содержащий более 50% меди.

Рассмотрим задачу, направленную на первичное закрепление и применение учебного материала «Решение линейных систем неравенств с одной переменной»

Задача 3 к блоку 1. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 3x + 2(4 - x) \leq 20 - 2x, \\ 4(x + 1) + 16 > 2x + 4\,. \end{cases}$$

Посредством решения подобных систем актуализируются и закрепляются методы решения систем линейных неравенств с одной переменной. После выполнения комплекса подобных упражнений, школьникам предлагаются практико-ориентированные задачи.

Задача 4 к блоку 1. В городском тире за попадание в мишень стрелок получает 10 очков, а за каждый промах снимает 8 очков. Сколько раз стрелок должен попасть в мишень, чтобы набрать от 76 до 100 баллов? Стрелку разрешается 12 выстрелов.

Задание 1 к задаче 3. Пусть стрелок должен попасть в мишень х раз. Найдите сколько очков снимается за все промахи, сколько очков начисляется за все попадания?

Решение. $8(12 - \mathrm{x})$ очков за все промахи и $10\mathrm{x}$ очков за все попадания.

Задание 2 к задаче 3. Определите сколько очков стрелок может набрать за 12 выстрелов?

Решение. $10x - 8(12 - x)$ (очков может набрать за 12 выстрелов)

Задание 3 к задаче 3. Определите, сколько раз стрелок должен попасть в мишень, чтобы набрать от 76 до 100 баллов?

Решение.

$$76 \leq 10x - 8(12 - x) \leq 100 \sim \begin{cases} 10x - 8(12 - x) \leq 100 \\ 10x - 8(12 - x) \geq 76 \end{cases} \sim 9\tfrac{5}{9} \leq x \leq 10\tfrac{8}{9}.$$

Ответ. Стрелок должен попасть в мишень 10 раз, чтобы он мог набрать необходимое количество очков.

Задача 5 к блоку 1. Мурат решил купить для дома светодиодные лампочки мощностью 12 ватт и 8 ватт в количестве 12 штук. Стоимость лампочки мощностью 12 ватт составляет 800 тенге, лампочка мощностью 8 ватт – 450 тенге. За покупку Мурат может затратить от 5000 тенге до 6000 тенге. Сколько лампочек мощностью 12 ватт и 8 ватт может купить Мурат?

Задание 1 к задаче 5. Пусть x – количество купленных лампочек мощностью 12 ватт. Определите, стоимость купленных лампочек мощностью 12 ватт и 8 ватт.

Решение. $450(7-x)$ и $800x$ тенге стоят купленные лампочки мощностью 8 ватт и 12 ватт.

Задание 2 к задаче 5. Определите сколько тенге может затратить Мурат за все купленные лампочки мощностью 8 ватт и 12 ватт.

Решение. $800x + 450(7 - x)$ тенге заплатит за все купленные лампочки мощностью 8 ват и 12 ват.

Задание 3 к задаче 4. Сколько лампочек мощностью 12 ватт и 8 ватт может купить Мурат, если он запланировал истратить на эти покупки от 5000 до 6000 тенге?

Решение.

$$5000 \leq 800x + 450(7 - x) < 6000 \sim \begin{cases} 800x + 450(7 - x) < 6000 \\ 800x + 450(7 - x) \geq 5000. \end{cases}$$

Отсюда имеем $5\frac{2}{7} \leq x < 8\frac{1}{7}$. Так как x натуральное число, x может принимать значения 6, 7, 8. Однако условиям задачи 4 может удовлетворять только значение $x = 6$.

Ответ. 6 лампочек мощностью 12 ват и 1 лампочку мощностью 8 ват может купить Мурат.

Таким образом, в процессе решения задач первого блока сравнение, аналогия, дедуктивное мышление, анализ, синтез, абстрагирование позволяют учащимся понимать проблемную ситуацию, формулировать математическую задачу, применить знания, интерпретировать решение. Обсуждение и оценка учебных результатов школьников позволяют формировать и развивать у школьников критическое мышление, рефлексию, коммуникативные навыки, навыки воспроизведения алгоритма решения задач.

Задачи второго блока, направлены на формирование и развитие математической грамотности посредством решения практико-ориентированных задач, сводящихся к квадратным неравенствам.

Задача 1 к блоку 2. Решите неравенство $x^2 + 3x - 4 > 0$.

Задание 1.1. Найдите корни трехчлена $x^2 + 3x - 4$.

Задание 1.2. Разложите на множители выражение $x^2 + 3x - 4$.

Задание 1.3. Решите неравенство $x^2 + 3x - 4 > 0$.

Задание 1.4. Найдите наименьшее положительное решение квадратного неравенства $x^2 + 3x - 4 > 0$.

Формируемые компоненты математической грамотности: Знание, понимание контекста заданий. Вычленение основных составляющих (условие и утверждение) заданий. Применение усвоенных знаний к решению математического задания (умение находить корни квадратного трехчлена, метод разложения трехчлена на множители, методы решения квадратных неравенств, использование найденного решения задания 1.3 к нахождению наименьшего положительного решения данного неравенства).

Задача 2 к блоку 2. Расстояние по руслу реки между двумя пристанями A и D равно 48 км. Теплоход прошел по течению из пристани A в пункт D. Спустя час после прибытия в пристань D, теплоход поплыл обратно в пункт A. Скорость течения реки 4 км/час. Какой должна быть собственная скорость теплохода, если время, затраченное на весь путь, не должна превышать 7 часов?

Задание 2.1. Определите, какой компонент движения можно принять за переменную x ?

Задание 2.2. Представьте время, за которое теплоход прибыл в пристань D в виде выражения.

Задание 2.3. Представьте время, за которое теплоход прошел путь из пристани D в пункт A в виде выражения.

Задание 2.4. Представьте общее время, затраченное на весь путь в виде выражения.

Задание 2.5. Определите, какова должна быть собственная скорость теплохода, если время, затраченное на весь путь, должна быть не более 7 часов?

Задача 3 к блоку 2. «Яблоневый сад». Марат решил огородить участок для яблоневого сада прямоугольной формы проволокой по двойному периметру. Одна сторона участка прилегает к реке. Какие размеры должен иметь сад, если площадь этого сада должна быть не меньше, чем 0,5 *га*, а длина проволоки равна 410*м*?

Задание 1 к задаче 4. Пусть максимальная длина стороны ограждения, примыкающая к речке равна х м. Тогда чему будет равна смежная ей сторона?

Ответ: $(205 - 2x)$м.

Задание 2 к задаче 3. Определите выражение, описывающего возможную максимальную площадь яблоневого сада.

Ответ: $x(205 - 2x)$м^2.

Задание 3 к задаче 4. При каких условиях площадь сада будет не меньше, чем 0,5 га?

Ответ: $2x^2 - 205x + 5000 \leq 0$.

Задание 4 к задаче 3. Какие размеры должен иметь сад, если площадь этого сада должна быть не менее, чем 0,5 га?

Ответ: $40 \leq x \leq 62{,}5;\ \ 80 \leq 205 - 2x \leq 125$.

Задание 5 к задаче 3. Определите, при каких размерах площадь сада будет наибольшей? Обоснуйте свои ответы.

Ответ: $51{,}25;\ \ 102{,}5$. Использует свойство квадратичной функции, находит, что, искомая площадь сада будет самой максимальной, если длины сторон ограждения сада будут равны $51{,}25м$ и $102{,}5м$.

В процессе решения задач 1-3 блока 2 школьник на основе анализа распознает, вычленяет основные составляющие (условие и утверждение) задания, выявляет и устанавливает связи между составляющими задания. На основе синтеза, дедукции, абстрагирования строит математическую модель, выбирает метод нахождения решения математической модели. Применяет знания к нахождению решения математической задачи-модели, интерпретирует найденное решение в контексте рассматриваемого явления. Обсуждение, обобщение, оценка позволяет формировать и развивать у школьников критическое мышление, рефлексию, коммуникативные навыки, навыки воспроизведения алгоритма решения задач.

Задачи третьего блока, направлены на формирование и развитие математической грамотности посредством решения практико-ориентированных задач, сводящихся к рациональным неравенствам.

Задача 1 к блоку 3. Решите неравенство

$$\frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 9} \geq 0$$

Решение. Данное неравенство равносильно следующему неравенству

$$\frac{(x - 1)(x + 4)}{(x + 3)(x - 3)} \geq 0$$

Отметив найденные решения этого неравенства на числовой прямой, найдем совокупность решений: $(-\infty; -4] \cup (-3; 1] \cup (3; +\infty)$.

Задача 2 к блоку 3. Бассейн одновременно наполняется двумя трубами за 6 часов. Первая труба заполняет его на 5 часов быстрее, чем вторая. Определите, с какой скоростью заполняется бассейн каждой трубой, при условии, что обе трубы за час совместной работы заполняют более $\frac{1}{6}$ части бассейна?

Задание 2.1 Выразите через переменную x время заполнения бассейна трубами по отдельности.

Ответ: x и $\mathrm{x}-5$.

Задание 2.2 Какую часть бассейна заполняет каждая труба за 1 час, действуя по отдельности?

Ответ: $\frac{1}{\mathrm{x}}$ и $\frac{1}{\mathrm{x}-5}$.

Задание 2.3 Определите математическую модель, описывающую скорость заполнения бассейна двумя трубами, при условии, что обе трубы за час совместной работы заполняют более $\frac{1}{6}$ части бассейна.

Ответ: $\frac{1}{\mathrm{x}}+\frac{1}{\mathrm{x}-5}>\frac{1}{6}$.

Задание 2.4 Найдите решения неравенства $\frac{1}{\mathrm{x}}+\frac{1}{\mathrm{x}-5}>\frac{1}{6}$, удовлетворяющие условиям задачи 2.

Ответ: $5<\mathrm{x}<15$

Задание 2.5 Определите, с

какой скоростью заполняется бассейн каждой трубой, при условии, что обе трубы за час совместной работы заполняют более $\frac{1}{6}$ части бассейна?

Ответ: за 1 час заполняется более $\frac{1}{15}$ и $\frac{1}{10}$ части бассейна.

Задача 3 к блоку 3. Теплоход совершил рейс между пристанями A и B, пройдя по течению реки 80 км, столько же против течения. Скорость течения реки составляет 4 км/ч. Какой должна быть собственная скорость теплохода, если теплоход должен пройти от A до B и обратно не более чем за 9 часов 20 минут? Остановка на пристани B продлилась ровно 1 час.

Решение. Компоненты движения представим в виде таблицы 2.2.4.

Таблица 2.2.4 – Движение теплохода

Движение	S (км)	V (км/ч)	t (ч)
По течению	80	x+4	48 / x+4
Против течения	80	x-4	48 / x-4

Отсюда с учетом условии задачи, получаем

$$\frac{80}{x+4}+\frac{80}{x-4}+1\leq 9\frac{1}{3},$$

$$\frac{5x^2 - 96x - 80}{x^2 - 16} \geq 0$$

Данное дробно линейное неравенство имеет решение при

$$-\infty \leq x < -4, \;\; -4 < x \leq 4 \text{ и } \; x \geq 20.$$

По смыслу задачи скорость теплохода в стоячей воде должна быть больше скорости течения. Тогда собственная скорость теплохода должна удовлетворять неравенству $x \geq 20$. Таким образом, скорость теплохода в стоячей воде должна быть не менее 20 *км/ч.*

В процессе решения задач блока 3 суждение и умозаключение позволяют школьникам понимать контекст задач и заданий, формулировать математические модели, применять усвоенные знания к решению математической модели, оценочно-обучающих заданий, интерпретировать решение (умение применять метод разложения трехчлена на множители, методы решения линейных и квадратных неравенств, графическое представление решения неравенств, интерпретация решений). Обсуждение, оценка, формулирование результатов решения задач и заданий к ним формируют и развивают критическое мышление, рефлексию, навыки принятие решений, коммуникативные навыки.

Задачи четвертого блока, направлены на формирование и развитие математической грамотности посредством решения практико-ориентированных задач, сводящихся к системам неравенств.

Задача 1 к блоку 4. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \mathrm{x}^2 + 5\mathrm{x} \geq 0, \\ 2\mathrm{x} + 3 < 5. \end{cases}$$

Задание 1.1. Решите неравенство $x^2 + 5x \geq 0$.

Задание 1.2. Решите неравенство $2\mathrm{x} + 3 < 5$.

Задание 1.3. Решите систему неравенств $\begin{cases} \mathrm{x}^2 + 5\mathrm{x} \geq 0, \\ 2\mathrm{x} + 3 < 5. \end{cases}$

Задание 1.4. Найдите наименьшее неотрицательное решение системы

$$\begin{cases} x^2 + 5x \geq 0, \\ 2x + 3 < 5. \end{cases}$$

Задача 2 к блоку 4. Для проектирования дачного домика были сформулированы следующие требования:

1) Общая занимаемая площадь домика должна быть не менее 40 кв.м.
2) Периметр занимаемого участка домика должен быть не более 46 м.

Задание 2.1 Выразите через переменную x длину и ширину занимаемого участка домика, если длина участка больше ширины участка на 6 м.

Ответ: x и $\mathrm{x} + 6$.

Задание 2.2 Определите математическую модель требования 1. Найдите решение этой модели, удовлетворяющей условиям данной задачи.

Ответ: $x(x+6) \geq 40,\ x \geq 4$.

Задание 2.3 Определите математическую модель требования 2. Найдите решение этой модели, удовлетворяющей условиям данной задачи.

Ответ: $2(2x+6) \leq 46,\ x \leq 8{,}5$.

Задание 2.4 Определите длину и ширину занимаемого участка, удовлетворяющие требованиям 1 и 2.

Ответ: $4 \leq x \leq 8{,}5;\ \ 10 \leq x+6 \leq 14{,}5$.

Задача 3 к блоку 4. Станок новой модели изготавливает в час на 20 деталей больше, чем станок старой модели, и поэтому для изготовления 2400 деталей на старом станке нужно будет не более 20 часов, чем на новом. Если новый станок повысит производительность труда на 20 деталей больше, то для изготовления 2400 деталей на старом станке нужно будет 30 и более часов, чем на станке новой модели. Определите производительность нового станка.

Задание 3.1 Пусть станок новой модели в час изготавливает x деталей. Выразите через переменную x время изготовления обоими станками 2400 деталей.

Ответ: $\frac{2400}{x-20}$ и $\frac{2400}{x}$.

Задание 3.2 Определите время изготовления обоими станками 2400 деталей после повышения производительности труда нового станка.

Ответ: $\frac{2400}{x-40}$ и $\frac{2400}{x}$.

Задание 3.3 Определите математическую модель требований задачи 3.

Ответ:

$$\begin{cases} \dfrac{2400}{x-20} - \dfrac{2400}{x} \leq 20, \\ \dfrac{2400}{x-40} - \dfrac{2400}{x} \geq 30, \\ x > 40 \end{cases}$$

Задание 3.4 Определите производительность нового станка.

Ответ: $60 \leq x \leq 80$. Производительность нового станка составляет от 60 до 80 деталей в час.

Решение задач к блоку 4 позволяет применить дедукцию, усвоенные знания к решению задач и оценочно-обучающих заданий к ним (умеет формулировать требование задачи в виде математических выражений, строить математические модели, применять методы решения систем линейных и квадратных неравенств, изображать графическое представление решения неравенств, интерпретировать найденное решение). Обсуждение, формулирование, сравнение результатов решений задач и заданий к ним формируют и развивают у школьников критическое мышление, рефлексию, навыки принятие решений, коммуникативные навыки.

Задачи пятого блока, направлены на формирование и развитие математической грамотности посредством решения практико-ориентированных задач, сводящиеся к системам неравенств с двумя переменными.

Задача 1 к блоку 5. Изобразите множество точек на плоскости, удовлетворяющих неравенству $3x + 6y \leq 15$.

Задание 1.1. Постройте на плоскости график функции $6y + 3x = 15$.

Задание 1.2. Определите, координаты какой из точек $(0,0)$ и $(3,2)$ удовлетворяют неравенству $3x + 6y \leq 15$.

Задание 1.3. Обобщите решение задания 1.2. Изобразите множество точек на плоскости, удовлетворяющих неравенству $3x + 6y \leq 15$.

С целью иллюстрации обучающего и формирующего характера заданий к следующей практической задаче 2 блока 5, приведем подробное решение этих заданий, с указанием формируемых компонентов математической грамотности.

Задача 2 к блоку 5. Завод выпускает хрустальные вазы двух видов. На одну вазу первого вида расходуется 50 граммов диоксида кремния и 50 граммов оксида свинца, а на одну вазу второго вида расходуется 50 граммов диоксида кремния и 25 граммов оксида свинца. От продажи одной вазы первого вида завод получает прибыль 100 тенге, а от продажи одной вазы второго вида-125 тенге. Сколько ваз каждого вида должна выпускать завод, чтобы получить наибольшую сумму прибыли, если завод планирует ежедневно использовать не более 30кг диоксида кремния и 25кг оксида свинца?

Задание 2.1. Какие компоненты процесса изготовления ваз можно принять за переменные x и y ?

Решение. Количество ваз соответственно первого и второго видов, выпущенных заводом, можно принять за переменные x и y.

Формируемые компоненты математической грамотности: понимает постановку задания, умеет устанавливать связи между различными объектами.

Задание 2.2. Заполните таблицу 2.2.5.

Таблица 2.2.5 – Виды и составы ваз

Виды ваз	Диоксид кремния	Оксид свинца	Количество ваз
I			x
II			y

Формируемые компоненты математической грамотности: умеет применять междисциплинарные знания, имеет навыки установления соответствия между различными объектами.

Задание 2.3. Каким должен быть вес диоксида кремния для изготовления x и y ваз соответственно первого и второго видов, если завод планирует ежедневно использовать не более 30 кг диоксида кремния?

Решение. Для изготовления ваз соответственно первого и второго видов потребуется $50x + 50y$ диоксида кремния.

Формируемые компоненты математической грамотности: умеет выявлять аналогию, применять индукцию, междисциплинарное знание, интерпретировать вес диоксида кремния с помощью математического выражения.

Задание 2.4. Каким должен быть вес оксида свинца для изготовления x ваз первого вида и y ваз второго вида, если завод планирует ежедневно использовать не более 25кг оксида свинца?

Решение. Для изготовления ваз соответственно первого и второго видов потребуется $50x + 25y$ оксида свинца.

Формируемые компоненты математической грамотности: умеет выявлять аналогию, применять индукцию, междисциплинарное знание, интерпретировать вес оксида свинца с помощью математического выражения.

Задание 2.5. Какую прибыль получает завод от выпуска x ваз первого вида и y ваз второго вида (представьте значение прибыли в виде функции от двух переменных)?

Решение. От выпуска x ваз первого вида и y ваз второго вида завод получает прибыль $z = 100x + 125y$.

Формируемые компоненты математической грамотности: умеет выявлять аналогию, применять индукцию, междисциплинарное знание, устанавливать отношение и изменение переменных, строить математическую модель данного задания.

Задание 2.6. Приведите полный алгоритм решения задачи 3. В чем заключается решение задачи 3?

Решение. Пусть x и y – количество ваз соответственно первого и второго видов, выпущенных заводом. Для их изготовления потребуется $50x + 50y$ диоксида кремния и $50x + 25y$ свинца. В связи с тем, что в наличии имеются всего 30 000 граммов диоксида кремния и 25 000 граммов свинца, должна выполняться следующая система неравенств:

$$50x + 50y \leq 30000,$$
$$50x + 25y \leq 25000$$
$$x \geq 0, y \geq 0$$

Для графического решения первого линейного неравенства данной системы запишем уравнение, соответствующее выбранному неравенству, и построим на плоскости XOY данную прямую. Данная прямая делит плоскость на две полуплоскости и выберем ту полуплоскость, координаты точек которой удовлетворяют данному неравенству.

Далее, решая графически и второе неравенство, получаем множество точек расположенных внутри угла ABC, координаты которых удовлетворяют обоим неравенствам с двумя неизвестными. Тогда, с учетом неравенств $x \geq 0, y \geq 0$, получаем многоугольник $ABCO$. Решением этой системы будет множество точек, расположенных внутри многоугольника $ABCO$ (Рисунок 2.2.5).

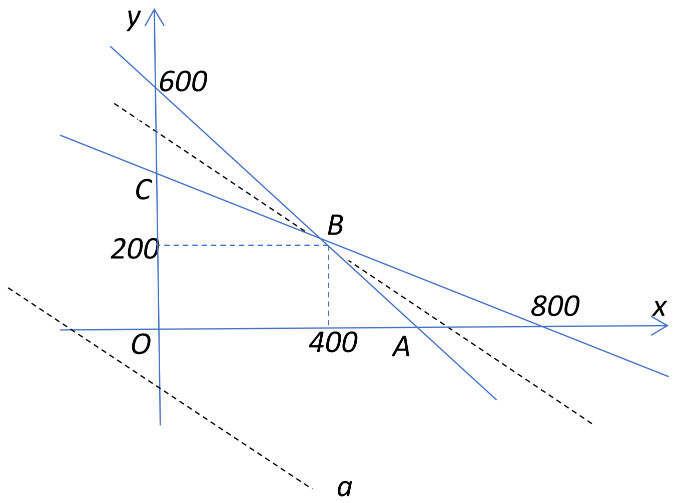

Рисунок 2.2.5 – графическое решение системы

От выпуска x ваз первого вида и y ваз второго вида завод получает прибыль $z = 100x + 125y$. Решение задачи заключается в определении наибольшего значения линейной функции двух переменных $z = 100x + 125y$. Зафиксируем значение функции $z = -50000$, построим прямую a: $100x + 125y = -50000$. При увеличении значений функции z, прямая перемещается параллельно в направлении многоугольника $ABCO$. При этом, убеждаемся, что точкой входа во множества точек многоугольника $ABCO$ будет точка O, точкой *выхода* будет точка B. Следовательно, функция $z = 100x + 125y$ достигает своего наибольшего значения в точке $B(400, 200)$.

Теперь вычисляя значение целевой функции $z = 100x + 125y$ в точке $B(400, 200)$, получаем

$$z = 100 \cdot 400 + 125 \cdot 200 = 65000.$$

Итак, наибольшая прибыль равна 65000 тенге, и она достигается при выпуске заводом вазы первого вида в количестве 400 штук и вазы второго вида в количестве 200 штук.

Решения задач блока 5 убеждают нас в том, что эти задания носят обучающий характер, способствуют формированию и развитию у школьников математической грамотности, а обсуждение алгоритма решения задач и заданий к ним развивают навыки 21 века.

Итак, все блоки рассматриваемого модуля направлены на формирование и развитие у школьников математической грамотности, новых знаний, на развитие математических рассуждений, алгоритмических навыков решения задач с практическим содержанием, навыков 21 века, мотивации к познанию и учению. Данная модульная технология обеспечивает поэтапное развивающееся обучение.

2.3 Педагогическое измерение математической грамотности в контексте критериального оценивания учебных достижений учащихся

(Основные результаты данного подраздела были нами опубликованы в статье [108])

В указанной модели ключевым составляющим математической грамотности является математическое рассуждение, которое включает в себя суждение и умозаключение. При этом на каждом этапе устанавливаются взаимоотношения между математическим рассуждением и четырьмя объектами изучения (проблемная ситуация, математическая задача, решение задачи, практические результаты).

Математическое рассуждение является инструментом понимания контекста задачи и заданий, установления связи между различными понятиями, вывода умозаключения: формулирования математической задачи, применения знаний к решению математической задачи, интерпретации решения задачи в контексте реального явления, оценивания искомого решения.

Кроме того, математическое рассуждение имеет более широкое мыслительное поле деятельности, выходящее за рамки процесса решения этой задачи. А именно, математическое рассуждение является средством познания, аргументации, обоснования, обобщения, связанных с выводами, утверждениями и формулированием алгоритма решения различных проблем, возникающих в повседневной деятельности человека.

Таким образом, изучение характера усвоения учащимися учебного материала, оценка их знаний, выявления уровня умственного развития и познавательных способностей – необходимая составляющая процесса обучения математической грамотности. Проверка сформированности математической грамотности у школьников является очень сложным и крайне тонким процессом, как в теоретическом аспекте, так и в методическом плане его практических разработок.

Уровень сформированности математической грамотности у школьников определяется трудностью контекста задачи, сложностью составления математической модели данной задачи, трудоемкостью применяемых методов решения математической задачи, сложностью интерпретации, аргументации и оценки найденного решения. Следовательно, уровень сформированности математической грамотности школьников непосредственно зависит от трудности задачи, сложности математических рассуждений, умозаключений, необходимых для решения школьниками поставленной задачи.

Обычно, реальная трудность задачи и её значимость определяются количеством (процентом) выполнивших её школьников [107, 108]. В данном исследовании трудность задачи определим посредством используемых школьниками математических рассуждений в процессе решения практико-ориентированных задач. Очевидно, что степень сложности математических рассуждений, применяемых школьниками в различных этапах решения задачи, неравнозначен в измерении математической грамотности школьника.

В связи со сказанным, а также исходя из понимания важности выделенных этапов решения задачи в процессе обучения математической грамотности, определим соответствующие одноименные компоненты для измерения математической грамотности учащихся.

Для установления значимости компонентов математической грамотности была создана специальная экспертная комиссия. Экспертной комиссии, состоящей из 7-и учителей математики, было предложено определить значимость каждого компонента математического рассуждения с помощью числовых характеристик (от 1 до 3 баллов).

На основе числовых характеристик, предложенные членами экспертной комиссии составим сопоставительную матрицу порядка 7x5 (Таблица - 2.3.1):

Таблица 2.3.1 – Сопоставительная матрица значимости компонентов математической грамотности в её измерении

Математическое рассуждение	Эксперты						
	1	2	3	4	5	6	7
Суждение	1	1	2	2	1	1	1
Умозаключение	2	2	3	3	2	2	2
Формулирование	2	3	3	3	3	3	2
Применение	3	3	3	3	3	3	3
Интерпретация и оценка	3	2	3	2	3	3	3

Теперь, используя сопоставительную матрицу, представленную в виде таблицы 1, определим важность каждого компонента измерения математического рассуждения, как среднее геометрическое элементов каждой строки в отдельности по формуле:

$$\lambda_j = \sqrt[7]{\prod_{i=1}^{7} a_{ij}}\ , \ \ j = 1,...,4\,. \tag{2.3.1}$$

Применяя формулу (2.3.1), получаем:

$$\lambda_1 = 1{,}2;\ \lambda_2 = 2{,}2;\ \lambda_3 = 2{,}7;\ \lambda_4 = 3;.\ \lambda_5 = 2{,}7. \tag{2.3.2}$$

Округляя найденные коэффициенты важности компонентов оценки математического рассуждения (2.3.2), составим шкалу измерения математического рассуждения школьников по каждому компоненту (Таблица 2.3.2).

Таблица 2.3.2 – Шкала измерения математического рассуждения

№ п.п	Математическое рассуждение	Ученик	Баллы (мах)
1	Суждение	Знает, понимает и воспроизводит понятия, основные свойства, формулы. Умеет выявлять переменные, выделять условие и утверждение задачи.	1
2	Умозаключение	Умеет устанавливать зависимость между переменными. Умеет с помощью суждений, аналогий и дедукции выводить заключение.	2
3	Формулирование	Умеет математически моделировать проблемную ситуацию посредством переменных, графиков, таблиц, диаграмм.	3
4	Применение	Умеет применять математические правила, понятия, алгоритмы в решении задач. Умеет преобразовывать алгебраические выражения и уравнения, оперировать числовыми и статическими данными. Обладает навыками обоснования каждой производимой операции и действия в решении задачи.	3
5	Интерпретирование, оценивание	Умеет интерпретировать решения, представленные в виде формулы, функции, графика, таблицы и других объектов. Умеет проводить математическое рассуждение для оценки математических решений в контексте проблемной ситуации. Может определять, являются ли разумными полученные результаты и имеют ли эти решения смысл в контексте проблемной ситуации. Умеет выделять, обобщать особенности задачи при исследовании решений.	3

Таким образом, рассуждения, используемые в каждом этапе, являются ключевыми компонентами в измерении математической грамотности учащихся. Однако, многие проблемные ситуации, рассматриваемые в исследованиях PISA, включают только некоторые этапы решения задачи, или одни этапы решения задачи могут содержать другие его этапы. Например, в некоторых задачах задаются лишь готовые геометрические представления или уравнения, и соответствующие задания к этим объектам.

В исследованиях PISA 15 летним школьникам предлагаются мониторинговые задачи, близкие к реальным практическим проблемным ситуациям. Содержание проблемной ситуации конструируется из нескольких взаимосвязанных между собой заданий. Каждое задание направлено на оценку определенных предметных знаний и личностных результатов.

Выбор направленности педагогического эксперимента на формирование, развитие и оценку математической грамотности учащихся, соответствующего программной концепции PISA-2021, обусловил изменение содержания и формы критериальной оценки учебных успехов учащихся. В связи с этим, изложим подход к измерению математической грамотности учащихся в контексте критериальной оценки учебных достижений учащихся.

При критериальной оценке учебных достижений учащихся основными видами проверки знаний, умений и навыков учащихся по математике являются формативные (текущие) оценки, суммативные оценки по разделу (тематические), за четверть, полугодие, год (итоговая). Формативная оценка проводится в течение всего обучения, на каждом уроке. При формативном оценивании проверяются умения учащихся производить математические операции, навыки применения новых знаний, приобретенных на уроке. И поэтому, измерение сформированности математической грамотности первого уровня можно проводить в рамках формативной оценки. При суммативной оценке по разделу выясняется уровень усвоения учащимися основных положений темы. Здесь внимание уделяется выявлению умения учащихся формулировать математические объекты, применять знания при решении практических задач и интерпретировать решения этих задач. В связи с этим измерение сформированности математической грамотности, соответствующей второму и третьему уровней, можно реализовывать в рамках суммативной оценки учебных достижений учащихся по разделу.

Для измерения сформированности математической грамотности предлагаем блок, состоящий из трех практических задач легкого, среднего, высокого уровня сложностей из 2-3-х областей математического содержания. Каждая задача состоит из 1-2-х заданий легкого уровня сложности, либо из 2-3-х заданий среднего уровня сложности, либо из 3-4-х заданий высокого уровня сложности.

Теперь, приведем составленные задачи, где иллюстрируется общая структура задач и заданий, посредством которых осуществляется оценка сформированности математической грамотности по разделу у школьников 8-класса.

Задача 1. «Площадь прямоугольника». В прямоугольнике указаны площади соответствующих частей. Найдите неизвестную площадь.

105	?
84	96

Задание 1.1. Разложите числа 105 и 84 на простые множители.

Алгоритм решения задания 1.1:

1. Разлагая на простые множители числа 105 и 84, получаем

$$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7; \;\; 84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7.$$

Когнитивная деятельность: суждение, умозаключение. Оценка – 2 балла».

Задание 1.2. Найдите ширину данных прямоугольников.

Алгоритм решения задания 1.2:

1. Для чисел 105 и 84 общими множителями являются числа 3 и 7.

Когнитивная деятельность: суждение. Оценка – 1 балл.

2. В прямоугольниках с площадями 105 и 84 длина их общей стороны будет равен 21. Следовательно, ширина этих прямоугольников будут равны соответственно числам 5 и 4. Ширина прямоугольника с площадью 96 будет равен также числу 4.

Когнитивная деятельность: суждение, умозаключение. Оценка – 2 балла.

Задание 1.3. Найдите площадь неизвестного прямоугольника.

Алгоритм решения задания 1.3:

1. Длина прямоугольника с площадью 96 будет равен $96 : 4 = 24$.

Когнитивная деятельность: суждение, умозаключение. Оценка – 2 балла.

2. Искомая площадь будет равен числу $24 \cdot 5 = 120$ (Когнитивная деятельность: умозаключение. Оценка – 2 балла).

Характеристика задачи (проблемной ситуации) «Площадь прямоугольника»:

1. Математическое содержание: Количество, пространство и форма;
2. Когнитивная деятельность: суждение, умозаключение.
3. Максимальное количество баллов: 9.

Задача 2. «Аквариум»

В школе кабинет биологии оснащен учебным аквариумом, который предназначен для содержания рыбок и других морских животных и наблюдения за ними. Для сохранения эко среды, аквариум, объемом 2м^3, постоянно заполняется водой через две разные трубочки одновременно.

Задание 2.1. Найдите математическое выражение, описывающее разницу времени заполнения аквариума данными трубочками в отдельности, если через вторую трубочку аквариум наполняется на 6 минут медленнее, чем через первый.

Алгоритм решения задания 2.1:

1. Пусть в отдельности первая трубочка наполняет аквариум за x мин, а второй - за y мин.

Когнитивная деятельность: суждение, которое позволяет выбрать в качестве переменных время наполнения аквариума трубочками. Оценка – 1 балл.

2. По условию задачи через вторую трубочку аквариум наполняется на 6 минут медленнее, чем через первый.

Когнитивная деятельность: суждения и умозаключения, которые устанавливают связь между выражением «$y-x$» и высказыванием «Через вторую трубочку аквариум наполняется на 6 минут медленнее, чем через первый». Оценка – 2 балла.

3. С учетом этого условия, получаем уравнение

$$y-x=6, \tag{2.3.3}$$

описывающего разницу времен наполнения аквариума данными трубочками.

Когнитивная деятельность: суждение, формулирование уравнения (2.3.3).

Оценка – 3 балла

Задание 2.2. Найдите математическое выражение, описывающее разницу объемов заполнения аквариума данными трубочками в отдельности, если через вторую трубочку за 1,5 часа вливается вода на 1м^3 меньше, чем через первую.

Алгоритм решения задания 2.2:

1. За 1 минуту первая трубочка наполняет $\frac{2}{x}$ м^3, вторая наполняет $\frac{2}{y}$ м^3 объема аквариума.

Когнитивная деятельность: рассуждение, которое устанавливает связь между высказываниями «1 мин. - время наполнения аквариума трубочками» и «Объем наполнения аквариума трубочками за 1 минуту». Оценка – 2 балла.

2. За 90 минут первая трубочка заполняет $\frac{2\cdot 90}{x}$ м^3, вторая заполняет $\frac{2\cdot 90}{y}$ м^3 объема аквариума.

Когнитивная деятельность: рассуждение, которое устанавливает связь между понятиями «90мин – время наполнения аквариума трубочками» и «Объем наполнения аквариума трубочками за 90 минут». Оценка – 2 балла.

3. По условию задачи через вторую трубочку за 1,5 часа вливается вода на 1м^3 меньше, чем через первую. В связи с этим, получаем уравнение

$$\frac{2\cdot 90}{x}-\frac{2\cdot 90}{y}=1. \tag{2.3.4}$$

Когнитивная деятельность: рассуждение, формулирование математического выражения, описывающего разницу объемов заполнения аквариума данными трубочками в отдельности. Оценка – 3 балла.

Задание 2.3. Найдите, сколько времени нужно для наполнения аквариума каждой трубочкой в отдельности.

Алгоритм решения задания 2.3:

1. Решая систему уравнений (2.3), (2.4), получаем

$$x_1=30;\ x_2=-36;\ y_1=36;\ y_2=-30.$$

Когнитивная деятельность: рассуждение, применение методов нахождения решений квадратных уравнений и систем рациональных уравнений. Оценка – 3 балла.

2. Ответ: первая трубочка наполнила бы аквариум за 30 мин., вторая за 36 мин. Второе решение системы не годится, так как по смыслу задачи время наполнения аквариума должны быть положительными.

Когнитивная деятельность: рассуждение, интерпретация и оценка решения математической модели. Оценка – 3 балла.

Характеристика задачи (проблемной ситуации) «Аквариум»:

1. Математическое содержание: Изменение и зависимости;

2. Когнитивная деятельность: суждение, рассуждение, умозаключение, применение, интерпретация, оценка;

3.Максимальное число баллов: 19 баллов

Коэффициент сформированности математической грамотности по каждой задаче определяется формулой [94, с.142]

$$K^j = \frac{\sum_{i=1}^{r} a_i^j}{B_j}, j = 1,2,3, \qquad (2.3.5)$$

где r −количество учеников в классе, a_i^j − общее количество набранных баллов i −го школьника по j −задаче (легкого, среднего, высокого уровня сложности), B_j − максимальное количество баллов, соответствующей j −задаче, K^j − коэффициент сформированности математической грамотности школьников по j −задаче, который может принимать значения в пределах от (0,1).

Заметим, что вышеуказанные коэффициенты сформированности по отдельным задачам не отражают общую картину сформированности математической грамотности школьника. В связи с этим возникает вопрос об измерении математической грамотности по данному блоку задач.

Для решения данного вопроса предлагаем модифицированную формулу для измерения математической грамотности школьника по блоку задач, интегрирующих коэффициенты сформированности математической грамотности (2.5) [106, с.134-140, 107]:

$$K = \alpha_1 K^1 + \alpha_2 K^2 + \alpha_3 K^3, \qquad (2.3.6)$$

где α_j − весы коэффициентов значимости K^j, которые определяются эмпирическим методом:

- Применяя метод парных сравнений, эксперты предлагают числовые характеристики значимости K^j (от 1-го до 10 баллов);

- Составляется матрица из числовых характеристик значимости K^j (Таблица 2.3.3):

Таблица 2.3.3 – Матрица числовых характеристик значимости K^j

	Эксперт 1	Эксперт 2	Эксперт 3	Эксперт 4	Эксперт 5	Эксперт 6
K^1	5	5	6	5	4	5
K^2	7	8	7	8	6	8
K^3	10	10	10	10	10	10

- Используя сопоставительную матрицу, представленную в виде таблицы 3, вычисляем среднее геометрическое элементов каждой строки в отдельности по формуле:

$$\lambda_j = \sqrt[6]{\prod_{i=1}^{6} a_{ij}}, j = 1,2,3. \qquad (2.3.7)$$

Применяя формулу (2.3.7), получаем:

$$\lambda_1 = 4{,}96;\ \lambda_2 = 7{,}29;\ \lambda_3 = 10. \qquad (2.3.8)$$

Теперь, определим весы для коэффициентов K^j по формуле

$$\alpha_j = \frac{\lambda_j}{\sum_{i=1}^{3} \lambda_i}, j = 1,2,3, \qquad (2.3.9)$$

где $\sum_{i=1}^{3} \lambda_i = 22{,}25$.Тогда, используя это значение, с учетом (2.3.8) из (2.3.9), получаем

$$\alpha_1 = 0{,}22;\ \alpha_2 = 0{,}33;\ \alpha_3 = 0{,}45. \qquad (2.3.10)$$

Таким образом, из (2.3.6) и (2.3.10) выводим формулу для измерения сформированности математической грамотности школьника в виде:

$$K = 0{,}22K^1 + 0{,}33K^2 + 0{,}45K^3. \qquad (2.3.11)$$

Здесь в (2.3.11), значение K определяет уровень сформированности математической грамотности учащегося по конкретному разделу курса математики. При этом будем считать [108], что:

- математическая грамотность учащегося сформирована на низком уровне, если

$$0 < K < \frac{1}{2};$$

- математическая грамотность учащегося сформирована на среднем уровне, если

$$\frac{1}{2} \le K < \frac{7}{10};$$

- математическая грамотность учащегося сформирована выше среднего уровня, если

$$\frac{7}{10} \le K < \frac{9}{10};$$

- математическая грамотность учащегося сформирована на высоком уровне, если

$$\frac{9}{10} \le K \le 1.$$

Итак, все коэффициенты сформированности математической грамотности $K,\ K^j$ направлены на измерение степени сформированности у школьников новых знаний, математических рассуждений, математической грамотности. Данное измерение обеспечивает поэтапное развивающее обучение математическому рассуждению и математической грамотности.

Как известно, учебные материалы по математике предусматривают решение формирующих и развивающих задач. Для успешности формирующего и развивающего обучения, учитель должен проанализировать формирующие и развивающие возможности учебных задач и в соответствии с этим следует выделить цели обучения, выбрать оптимальный метод обучения.

В соответствии с целью обучения отбираются оценочные задачи, обеспечивающие измерения сформированности математической грамотности.

В подразделе 2.4 будет доказано, что предложенный подход измерения математической грамотности у школьников соотносится с результатами t-критерия Стьюдента. Следовательно, приходим к выводу о полезности предложенного подхода, разработанного на основе оценочно-обучающих задач PISA, в измерении математической грамотности у учащихся.

2.4 Педагогический эксперимент, описание результатов эмпирического исследования

Сравнительно низкий результат 15 летних школьников Республики Казахстан в международных экзаменах PISA (например, в 2018 году наши учащихся по математике набрали 423 балла, в 2022 году- 425 балла) [32], анализ научных исследований отечественных и зарубежных авторов позволили выявить необходимость проведения исследований в области разработки или выбора методов обучения школьников математической грамотности. В связи с этим, с 2020 по 2023 год были проведены экспериментальные исследования в школах города Талдыкорган.

На начальном этапе исследования был проведен диагностический (констатирующий) эксперимент (2020-2021г.г.), который заключался в установлении степени разработанности теоретико-методологических основ методов обучения школьников математической грамотности в контексте исследований PISA.

Анализ научных исследований отечественных и зарубежных авторов позволили сформулировать следующие задачи экспериментального исследования:

1. Выявление степени сформированности у учащихся математической грамотности, навыков 21 века.

2. Анализ учебников по математике, используемых в школах Республики Казахстан, в контексте формирования и развития у учащихся математической грамотности, навыков 21 века.

3. Изучение готовности учителей к обучению школьников математической грамотности.

В связи с этим диагностическое экспериментальное исследование было направлено на решение этих задач. В этом исследовании были использованы следующие эмпирические методы исследования: наблюдение; анализ результатов письменных контрольных работ; анализ результатов опроса учителей математики; содержательный анализ учебников по математике, используемых в школах Республики Казахстан; методы математической обработки результатов экспериментального исследования; анализ навыков учителей математики по обучению школьников решению практико-ориентированных задач.

1. С целью определения сформированности у учащихся (9 классы) математической грамотности, нами была проведена контрольная письменная работа, состоящая из двух учебных практико-ориентированных задач и заданий к ним (Приложение А):

- определите основные составляющие (условие и утверждение) задачи;
- определите переменные величины в проблемной ситуации;
- установите связи между различными составляющими данной задачи, посредством выбранной переменной величины;
- составьте математическую модель;
- решите математическую задачу;
- установите соответствие между найденным решением и искомым элементом проблемной задачи;
- интерпретируйте найденное решение в контексте проблемной задачи;
- исследуйте найденное решение и определите закономерности рассматриваемого явления.

Здесь следует заметить, что предложенные задачи являются стандартными задачами, предлагаемыми для обучения школьников в курсе алгебры (8-кл.), и при этом сформулированные задания являются одинаковыми для всех практико-ориентированных задач. Следовательно, результаты сформированности математической грамотности, мыслительных навыков не зависит от количества задач. При этом, в процессе определения количественных характеристик сформированности математической грамотности, учитывались все правильно выполненные задания из обеих рассматриваемых задач. Заметим, что предложенные задания способствуют выработке алгоритма решения данной проблемной задачи.

Количественные характеристики сформированности математической грамотности представлены в таблице 2.4.1.

Таблица 2.4.1 – Количественные характеристики сформированности математической грамотности

Основные компоненты математической грамотности	Признаки сформированности компонентов математической грамотности	Частота сформированности компонентов математической грамотности
1	2	3
Понимает проблемную ситуацию (задачу)	Распознает содержательную область задачи	12%
	Умеет вычленять основные составляющие (условие и утверждение) задачи	
Формулирует математическую модель проблемной ситуации	Умеет выявлять переменные величины, подводит эти переменные под известные понятия	11%
	Умеет устанавливать связи между различными составляющими задач	
	Умеет применять синтез, индукцию, междисциплинарные знания для построения математической модели задачи	
Применяет математические знания	Распознает математическую модель	11%
	Умеет выбирать метод нахождения решения математической модели	
	Умеет решать задачу по известному алгоритму	
	Умеет обосновывать каждый этап алгоритма решения задачи	
Интерпретирует	Умеет устанавливать соответствие между решением задачи и искомым элементом проблемной задачи	8%
	Умеет интерпретировать найденное решение в контексте проблемной задачи	
Исследует	Умеет оценивать	2%
	Умеет обобщать	
	Умеет выявлять закономерности	

Анализ результатов 57 письменных контрольных работ, выполненных учащимися, показали, что они в основной массе (88%) не смогли обоснованно, без замечаний решить эти задачи. При этом учащиеся, участвовавшие в эксперименте, не смогли понять проблемную ситуацию (88%), сформулировать и составить математические модели (89%), применить знания (89%), интерпретировать найденное решение в контексте проблемной задачи (92%), исследовать рассматриваемое явление (98%).

Анализ результатов констатирующего эксперимента представлен (Рисунок 2.4.1).

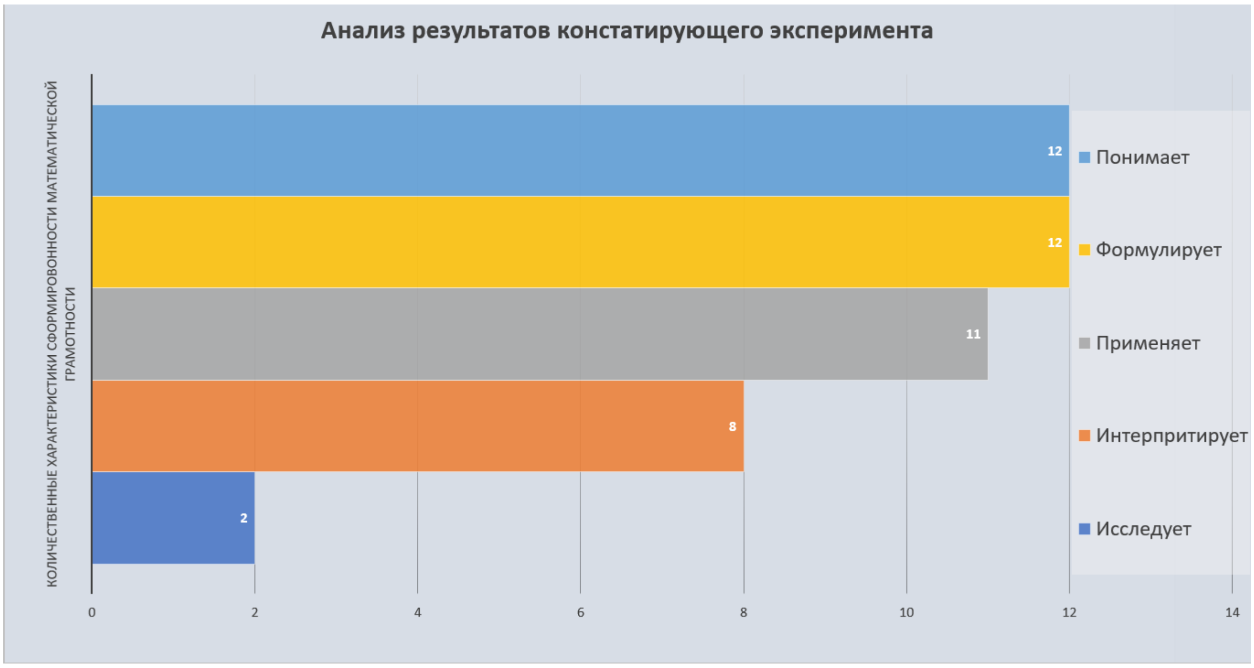

Рисунок 2.4.1 - Анализ результатов констатирующего эксперимента

Результаты, представленные в таблице 2.4.1 свидетельствует о том, что в процессе обучения школьников решению практико-ориентированных задач, учителя почти не концентрируют свои внимания на вопросы формирования и развития у школьников математической грамотности посредством изучения, оценки, обобщения решения рассматриваемой задачи. Анализируя данные этой таблицы, приходим к следующему заключению, что сформированные навыки составления математической модели, интерпретации решения являются недостаточными. Большинство учащихся не понимают постановку проблемной задачи, и поэтому у них оказываются не сформированными ключевые компоненты математической грамотности.

2. Для оценки математической грамотности в международных экзаменах PISA использует практико-ориентированные задачи. В связи с этим, и исходя из современного принципа обучения, принципа «Прикладной направленности обучения» приходим к выводу о необходимости определения соответствия содержания учебных задач курса алгебры и геометрии к оценочным задачам международных экзаменов PISA.

Анализ учебников (5-9 классы) школьного курса математики, рекомендованных Министерством просвещения Республики Казахстан, выявил, что доля практических задач от общего числа учебных задач, изучаемых на уроках школьного курса геометрии, составляет менее 3%, а доля таких задач, изучаемых в школьном курсе математики и алгебры составляет около 15 %. При этом, сопоставительный анализ учебников алгебры для 8 класса показал, что в разделах «Квадратичные функции», «Неравенства» отсутствует практико-ориентированные задачи на тему «Квадратичные функции», «Линейные неравенства», «Квадратные неравенства», «Рациональные неравенства», «Система неравенств», а в разделе «Элементы статистики» отсутствуют задачи на принятие решений в условиях неопределенности. В учебниках по геометрии (7-9 классы) почти отсутствует практико-ориентированные задачи. Тогда как в международных экзаменах PISA в основном участвует учащиеся этого возраста.

Таким образом, полученные данные убеждают нас о целесообразности внесения содержательных изменений в практику составления учебных задач для курсов алгебры и геометрии в пользу практико-ориентированных задач.

3. Исходя из триединства основных составляющих обучения: деятельности учителя, деятельности школьника, средств и методов обучения приходим к выводу о необходимости определения отношения учителей к вопросам обучения математической грамотности, установления умений по сведению учебных задач к проблемным задачам и оценочным заданиям в контексте исследований PISA.

Анализ результатов опроса 32 учителей математики (Опросник 1 приложение А), состоящего из одного вопроса, позволил выявить, что большинство учителей (71%) отрицательно относятся к проблемам развития у учащихся математической грамотности. Свое отрицательное отношение учителя оправдывают тем, что решение стандартных практико-ориентированных учебных задач автоматически само собой обеспечивает формирование и развитие у 15 летних учащихся математическую грамотность и мыслительные навыки 21 века.

В связи с этим, с целью определения навыков сведения учебных задач к проблемным задачам и обучающим заданиям, по аналогии экзаменационных заданий PISA, 43 учителям математики нами были предложены две учебные задачи (Приложение Б) из школьного курса алгебры и геометрии и соответствующие задания к ним:

- переформулируйте учебную задачу в виде оценочно - проблемных задач PISA;

- сформулируйте введение к проблемным задачам, носящее мотивирующий характер;

- сформулируйте оценочные задания к проблемной задаче;

- опишите наглядный объект к проблемной задаче, способствующий пониманию школьников суть проблемной задачи;

На основе математической обработки результатов выполнения учителями этих заданий, было установлено, что 84% учителей математики, участвовавшие в эксперименте, не смогли редуцировать учебную задачу к проблемным задачам в контексте проблемных задач PISA, составить обучающие задания к этим проблемным задачам, описать свои наглядные объекты, способствующие визуализации и пониманию проблемной задачи.

Анализ данных экспериментального исследования и результатов научных исследований, касающихся проблем формирования и развития математической грамотности у учащихся, позволил заключить о необходимости формирования и развития у учащихся математической грамотности, разработки методики обучения учащихся математической грамотности.

За этот период времени на основе сопоставительного анализа научных исследований по теме исследования, обобщения опыта работы учителей были выявлены проблемы обучения математической грамотности и формирования и развития навыков 21 века, степень их изученности в педагогической теории и практике, выявлена психолого-педагогическая основа процесса обучения школьников математической грамотности в контексте международных исследований PISA. Определена цель исследования, задачи теоретического и экспериментального исследования. Установлены объект и предмет исследования, сформулирована гипотеза.

На промежуточном этапе проводился поисковый эксперимент(2021-2022гг.). На данном этапе с целью выбора метода, технологии обучения математической грамотности была предложена учителям (29 учителей математики) математики анкета № 1, которая состоит из 6 заданий (Приложение В).

Таблица 2.4.2 – Результаты поискового эксперимента

Содержания вопросов и заданий	Частота (в %)
1	2
1.Какие технологии обучения являются более успешными в формировании и развитии математической грамотности у школьников?	
Проектная технология обучения	15,1%
Модульная технология обучения	70,8%
Информационно-коммуникационная технология обучения	55,2%
Деятельностная технология обучения	7,0%
Иная технология (укажите)	
2. Какие средства и объекты более активно мотивирует учащихся самостоятельному решению практико-ориентированных задач из курса математики, алгебры и геометрии?	
Визуализация задачи	85,1%
Указания к решению задачи	86,6%
Модельные задачи и упражнения	90,2%
Усвоенные знания	100%

Продолжение таблицы 2.4.2

1	2
Задания и вопросы к задаче, составленные в контексте оценочных заданий PISA	87,3%
Что-то иное (укажите)	
3 Какие инструменты и средства способствуют эффективному формированию и развитию критического, креативного, дивергентного мышления, навыков рефлексии и коммуникативности?	
Содержание практико-ориентированных задач.	42,3%
Задачи и упражнения из школьного курса математики	69,4%
Задания на переформулирование содержания задачи из одной формы в другую	75,5%
Обсуждение, оценка результатов решения проблемных задач	81,2%
Задачи на принятие решений	27,9%
Самостоятельное выполнений заданий	72,4%
Что-то иное (укажите):	
4. Какие методы обучения являются более успешными в формировании и развитии математической грамотности в процессе изучения математических дисциплин?	
Коллективный способ обучения	13,2%
Проблемный метод обучения	71,6%
Деятельностный метод обучения	37,5%
Проблемно-ориентированный метод обучения	65,0%
Иной метод (укажите):	
5. Какие задачи способствуют формированию и развитию у школьников математической грамотности?	
Задачи на доказательство математического утверждения	50,6%
Задание на выявление ошибки в алгоритме решения задачи	31,5%
Проблемные задачи	75,3%
Практико-ориентированные задачи	78,1%
Иная задача (укажите)	
6. Какая из форм оценки позволяет определить сформированность математической грамотности у школьников?	
Обсуждение и оценка результатов решения задачи	2,5%
Формативные оценки	11,4%
Суммативные оценки за раздел	71,8%
Суммативные оценки за четверть	73,2%
Другой подход (укажите)	

Согласно анализу ответов учителей математики (Рисунок 2.4.1) на 1-ый вопрос анкеты №1: «Какие технологии обучения является более успешным в формировании и развитии математической грамотности у школьников?» 70,8 % учителей отдают предпочтение модульной технологии обучения, а 55,2% информационно-коммуникационной технологии обучения.

Анализируя ответы учителей математики на 4-ый вопрос: «Какие методы обучения является более успешным в формировании и развитии математической грамотности в процессе изучения математических дисциплин?» можно выделить проблемный метод обучения (71,6%), а также проблемно-ориентированный метод обучения (65,0%). При этом, мы отдали предпочтение проблемно-ориентированному методу обучения, так как проблемный метод обучения является содержательной частью проблемно-ориентированного метода обучения. Это косвенно подтверждается и количеством ответов учителей математики на 5-ый вопрос анкеты («Какие задачи способствуют формированию и развитию у школьников математической грамотности?). Здесь 75,3% учителей указывают, что «Проблемные задачи» более эффективны в формировании и развитии у школьников математической грамотности, а 78,1% отмечают «Практико-ориентированные задачи». Кроме того, из данного выбора, последует, что в процессе обучения математической грамотности предпочтительно использовать практико-ориентированные задачи, сформулированные в виде проблемной практико-ориентированной задачи.

Сформулированный вывод, касающийся 5-го вопроса и анализ ответов учителей на вопрос: «Какие средства и объекты более активно мотивируют учащихся к самостоятельному решению практико-ориентированных задач из курса математики, алгебры и геометрии?» позволяют заключить, что модельные задачи и упражнения (90,2%), задания и вопросы к рассматриваемой задаче, составленные в контексте оценочных заданий PISA (87,3), визуализация задачи (85,1%) активно мотивирует учащихся к самостоятельному решению практико-ориентированных задач из курса математики, алгебры и геометрии.

Далее, исследование показало, что активная мотивация, облегчение восприятия и понимания условия задачи могут быть достигнуты с помощью различных средств визуализации – графических моделей, рисунков, таблиц, чертежей, предназначенных для *визуализации контекста проблемной задачи*. При этом, было выявлено, что модельные задачи и упражнения можно будет использовать при самостоятельном выполнении школьниками различных заданий, а задания и вопросы к задаче можно использовать в понимании алгоритма решения практико-ориентированных задач, которое по смыслу включает в себя и «Указания к решению задачи» (86,6%). Тем самым, обобщение этих результатов дает, что в процессе обучения математической грамотности необходимо, чтобы каждая практико-ориентированная задача сопровождалась оценочно-обучающими заданиями.

Сравнение ответов на 3-ий вопрос: «Какие инструменты и средства способствует эффективному формированию и развитию критического, креативного, дивергентного мышления, навыков рефлексии и коммуникативности?» позволяет заключить, что обсуждение, оценка результатов решения проблемных задач (81,2%) успешно формируют и развивают критическое, креативное, дивергентное мышления, навыки рефлексии и коммуникативности, а задания на формулирование содержания задачи из одной формы в другую (75,5%) также эффективно формируют и развивают критическое, креативное, дивергентное мышления, но в процессе решения проблемных задач. Обсуждение результатов опроса учителей математики по вопросу «Какие инструменты и средства способствуют эффективному формированию и развитию критического, креативного, дивергентного мышления, навыков рефлексии и коммуникативности?» позволило заключить, *что когнитивные, деятельностные методы обсуждения* алгоритма решения задач и оценка результатов решения проблемных задач дают положительный эффект в вопросах формирования и развития у школьников математического рассуждения и выше указанных навыков 21 века.

Анализ ответов по 6-му вопросу: «Какая из форм оценки позволяет определить сформированность математической грамотности у школьников?» показал, что 71,8% учителей математики отдают предпочтение суммативному оцениванию за раздел, а суммативной оценке за четверть отдают 73,2% респондентов. Однако исследования показали, что эти формы оценивания эффективно определяют у школьников сформированные математические знания и умения, а установление сформированности у них математического рассуждения представляется невозможным. Заметим, что посредством обсуждения и оценки результатов решения задачи (2,5%) можно установить сформированность отдельных компонентов математической грамотности.

Тем самым, анализ ответов на соответствующие вопросы анкеты № 1, результатов научных исследований отечественных и зарубежных авторов, позволил выбрать более подходящий метод и технологию обучения, способствующие эффективному формированию и развитию у школьников математической грамотности и навыков 21 века. Таковыми являются проблемно-ориентированный метод обучения и модульная технология обучения.

Анализ результатов поискового эксперимента представлен в диаграмме 2.4.2

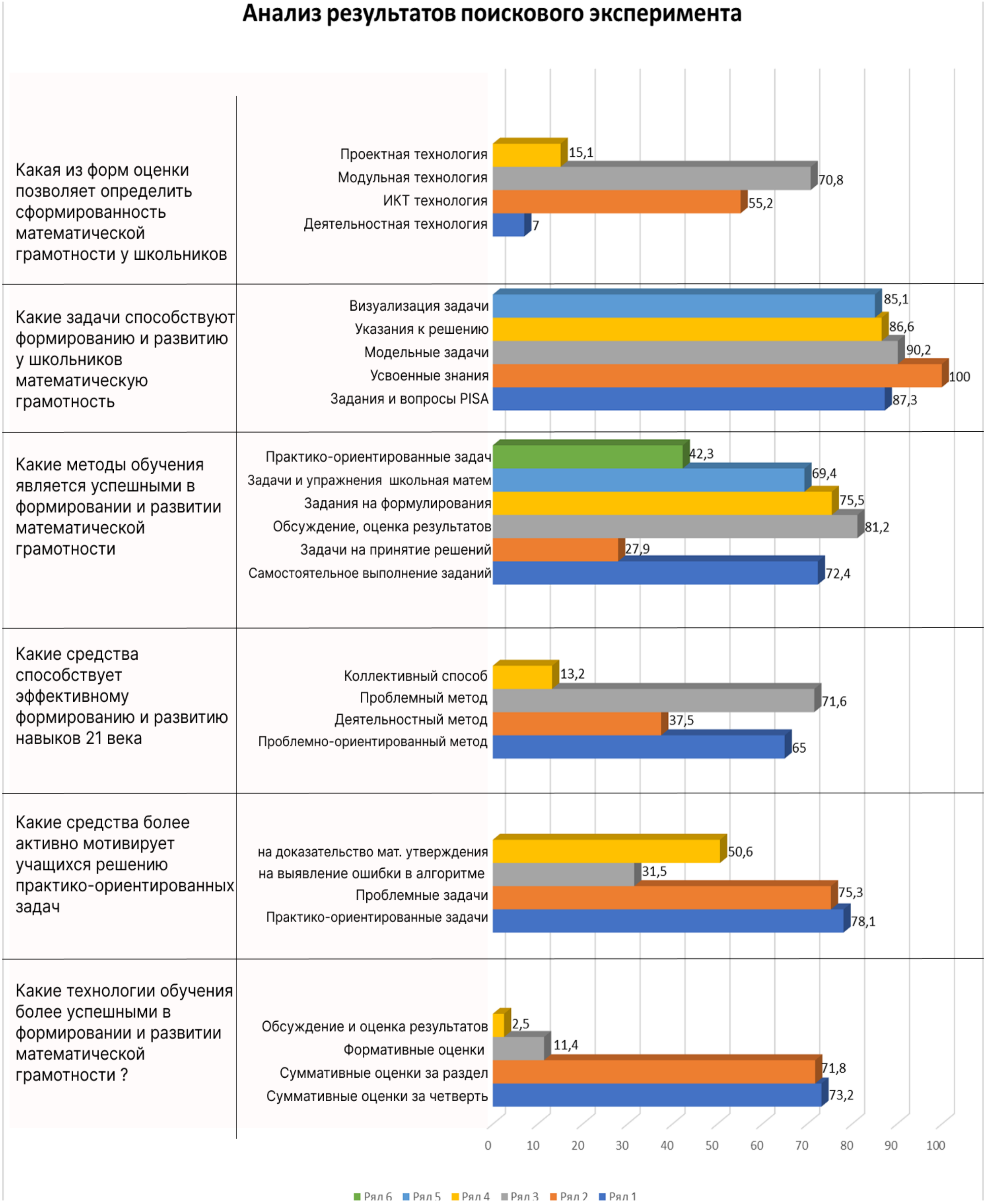

Рисунок 2.4.2 - Анализ результатов поискового эксперимента

Таким образом, на этом промежуточном этапе исследования были выявлены теоретико-методологические основы разработки практико-ориентированных задач в контексте оценочных задач PISA, конструирования оценочно-обучающих заданий к практико-ориентированным задачам, оценка математической грамотности в обучении математике, сконструированы практико-ориентированные задачи, разработан алгоритм построения оценочно-обучающих заданий к практико-ориентированным задачам, разработана методика измерения сформированности математической грамотности, разработан подход к формированию и развитию у школьников математической грамотности посредством решения практико-ориентированных задач.

Завершающим этапом исследования стал формирующий педагогический эксперимент (2022-2024гг.), основной целью которого являлось определение эффективности разработанной методики формирования и развития математической грамотности и навыков 21 века, измерения сформированности у школьников математической грамотности.

Случайный выбор школы и простой случайный отбор респондентов на основе репрезентативной выборки обеспечивают формирование экспериментальной и контрольной группы школьников. Далее, на основе $F -$ критерий Фишера была проверена гипотеза о том, что эти две независимые выборки (экспериментальные и контрольные группы) получены из генеральных совокупностей X и $У$ с одинаковыми показателями, т.е. школьники при обеих системах подготовки не отличаются по признаку вариативности результатов.

В контрольном классе (8кл.) в рамках изучения курса «Алгебры» обучение математической грамотности школьников осуществлялось посредством решения практико-ориентированных задач без внесения соответствующих изменений в содержание учебной программы, а также в традиционные методы обучения.

В экспериментальном классе (8кл.) в рамках изучения курса «Алгебры» реализовывались полученные автором результаты исследования, направленные на формирование и развитие математической грамотности посредством разработанных практико-ориентированных заданий и оценочно-обучающих заданий к ним, измерения сформированности математической грамотности.

С целью установления уровня сформированности математической грамотности для учащихся контрольного и экспериментального классов была предложена очередная письменная работа №2, состоящая из трех задач (легкого, среднего, высокого уровня сложности, приложение Г).

Степень сформированности математической грамотности у учащихся определяется оценкой их работ по сложности проблемной задачи, конструирования модели рассматриваемой задачи, применяемых способов, методов решения сформулированной математической задачи, обоснованностью аргументации и интерпретации решения задачи. В связи с этим, для каждой задачи сформулируем соответствующие задания. Трудоемкость и сложность каждого задания определили соответствующими баллами.

Задача 1 (Легкого уровня сложности). Сельский продуктовый магазин за 12070 тенге закупил 20 кг огурцов и 15кг помидоров. Закупочная стоимость одного килограмма огурцов на 450 тенге дешевле одного килограмма помидора. С какой стоимостью следует продавать огурцы и помидоры, чтобы прибыль от их продаж составила более 3430 тенге?

Задание 1.1. Проанализируйте контекст задачи. Выделите известные и неизвестные величины (на понимание, воспроизведение, выявление переменной величины, установление зависимости между величинами – 1 балл). Максимальный балл: **1 балл**

Задание 1.2. Установите закупочные цены помидоров и огурцов (на формулирование, применение – 1 балл, на интерпретирование и оценку – 1 балл). Максимальный балл: **2– балла**

Задание 1.3. С какой стоимостью следует продавать огурцы и помидоры, чтобы прибыль от их продаж составила более 3430 тенге (на формулирование и применение – 1 балл, на интерпретирование и оценку – 1 балл)? Максимальный балл – **2 балла**.

Задача 2 (Среднего уровня сложности**).** В жилом доме проектируются две смежные жилые комнаты одинаковой длины. Ширина одной комнаты в 0,8 раз меньше ее длины, а ширина второй комнаты равна 3*м*. При какой длине этих комнат жилая площадь этого дома составить более 35$м^2$?

Задание 2.1. Проанализируйте контекст задачи. Выделите известные и неизвестные величины (на понимание, воспроизведение – 1 балл, выявление переменной величины – 1 балл). Максимальный балл: **2 балла**

Задание 2.2. Найдите выражение, зависящее от переменной величины, которая определяет жилую площадь дома. (на установление зависимости между величинами – 2 балла). Максимальный балл: **2 балла**

Задание 2.3. С какой стоимостью следует продавать огурцы и помидоры, чтобы прибыль от их продаж составила более 3430 тенге (на формулирование-2 балла, на применение -1 балл, на интерпретирование и оценку- 1 балл)? Максимальный балл – **4 балла.**

Задача 3 (Высокого уровня сложности). Бассейн наполняется водой двумя трубами. Одна первая труба заполоняет его на 5 часов, быстрее, чем одна вторая труба. Две трубы действуя вместе за 1 час заполняют более 1/6 части бассейна. Какую часть бассейна могут заполнить эти трубы действуя по отдельности за 1 час?

Задание 3.1. Проанализируйте контекст задачи. Выделите известные и неизвестные величины (на понимание, воспроизведение – 1 балл, выявление переменной величины – 1 балл). Максимальный балл: **2 балла**

Задание 3.2. Во сколько времени каждая труба, действуя отдельно, может заполнить бассейн (на формулирование-2 балла, на применение -1 балл, на интерпретирование и оценку- 1 балл)? Максимальный балл – **4 балла**.

Задание 3.3. Какую часть бассейна может заполнить каждая труба за 1 час, действуя по отдельности? (на формулирование – 2 балла, на применение – 2 балла, на интерпретирование и оценку- 1 балл)? Максимальный балл – **5 баллов**

Эксперимент заключался в подсчете количества баллов правильно выполненных заданий к рассматриваемым задачам школьниками экспериментальной и контрольной классов. Среднее арифметическое набранных баллов, как и другие числовые характеристики выборки, может вычисляться как по необработанным первичным данным, так и по результатам группировки этих данных (Таблица 2.4.3). Группируем варианты выборки по интервалам. С этой целью, определим количество интервалов, используя формулу Стерджеса:

$$k_э = 1 + 3{,}32 \cdot lg32 = 1 + 3{,}32 \cdot 1{,}50 = 5{,}98 \approx 6$$

$$k_к = 1 + 3{,}32 \cdot lg30 = 1 + 3{,}32 \cdot 1{,}48 = 5{,}91 \approx 6$$

Ширины этих интервалов определяются следующей формулой:

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{k} = \frac{24-3}{6} = 3{,}5 \approx 4.$$

Таблица 2.4.3 – интервальное распределение вариантов выборок

Номера интервалов	Границы интервалов	Срединные значения интервалов	Частота n_i в экспери-ментальном классе	Накопл частота	Частота n_i в контр-ольном классе	Накопленная частота
1	1-4	3	1	1	2	2
2	5-8	7	1	2	3	5
3	9-12	11	4	6	8	13
4	13-16	15	8	14	9	22
5	17-20	19	12	26	7	29
6	21-24	23	6	32	1	30

Допустим предположение о нормальности распределения генеральных совокупностей X и Y. Проверим гипотезу о том, что две независимые выборки $n_x = 32, n_y = 30$ получены из генеральных совокупностей X и Y с одинаковыми дисперсиями σ_x^2, σ_y^2. С этой целью используем $F -$ критерий Фишера.

Гипотеза H_0: $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$.

Альтернатива H_1: $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$.

Зададим уровень значимости $\propto = 0{,}02$

Вычисляя выборочные характеристики, находим, что

$$\bar{x} = \frac{540}{32} = 16{,}87;\ \bar{y} = \frac{406}{30} = 13{,}53;\ S_x^2 = 23{,}72 \text{ и } S_y^2 = 24{,}81,$$

где $S_y^2 > S_x^2$ Поэтому, рассчитали значения $F -$ критерия по формуле:

$$F = \frac{S_y^2}{S_x^2} = \frac{24{,}81}{23{,}72} = 1{,}04.$$

Критическое значение $F_\propto$ при уровне значимости $\propto$, равной 0,01 приведен в приложение Д. Так как применяется двусторонний критерий (H_1: $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$), то критические значения данных в приложение Д, соответствуют удвоенному уровню значимости, т.е. значению 0,02. Далее, из приложение Д при $\propto = 0{,}02$; $v_1 = n_x = 30 - 1 = 29$; $v_2 = n_y = 32 - 1 = 31$ находим $2{,}27 < F_{\text{крит}} < 2{,}49$. Поскольку $F < F_{\text{крит}}$, принимаем предположение о равенстве генеральных дисперсий ($\sigma_x^2 = \sigma_y^2$). Следовательно, школьники при обеих системах подготовки не отличаются по признаку вариативности результатов.

Рассмотрим, с помощью статистического t-критерия Стьюдента вопрос о том, значимо ли различаются средние значения, полученные по двум независимым выборкам? Далее, были сформулированы гипотеза и альтернатива.

Гипотеза H_0: Уровни сформированности математической грамотности у школьников экспериментального и контрольного классов статически незначимы.

Альтернатива H_1: Уровни сформированности математической грамотности у школьников экспериментального и контрольного классов статически значимы.

Далее, определили значения t-критерия Стьюдента:

$$v = n_x + n_y - 2 = 32 + 30 - 2 = 60,\ \sigma_{x-y} = 1{,}25$$

$$t_{\text{эмп}} = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sigma_{x-y}} = \frac{16{,}87 - 13{,}53}{1{,}25} = 2{,}67.$$

Из приложение Е определили значения t-критерия Стьюдента при $v = 60$ и $\propto = 0{,}05$:

$$t_{\text{кр}} = 2{,}0003.$$

Теперь, сравнивая найденные значения $t_{\text{кр}}$ и $t_{\text{эмп}}$, получаем, что $t_{\text{эмп}} > t_{\text{кр}}$. Откуда следует обоснованность о принятии альтернативной гипотезы. Следовательно, уровень сформированности математической грамотности у школьников экспериментального класса является более высоким по сравнению с контрольным. Таким образом, приходим к выводу об успешности экспериментального обучения.

Как известно, в процессе обучения математике, алгебре и геометрии в 5-9 классах сформированность математической грамотности у учащихся специально не определяется, а оцениваются только лишь их математические знания с учетом сложности задач.

С целью сравнения результатов измерения математической грамотности определим математическую грамотность школьников в контексте критериального оценивания учебных достижений учащихся, формулой (2.11) подраздела 2.2.2 данной диссертации:

$$K=0{,}22K^1+0{,}33K^2+0{,}45K^3, \qquad (2.3.1)$$

Где коэффициенты $0{,}22;\ 0{,}33;\ 0{,}45-$ весы значимости K^j, которые определены эмпирическим методом. При этом коэффициенты K^j сформированности математической грамотности по каждой задаче определяются формулой

$$K_э^j=\frac{\sum_{i=1}^{32}a_i^j}{B_j}, j=1,2,3, \quad K_к^j=\frac{\sum_{i=1}^{30}a_i^j}{B_j}, j=1,2,3, \qquad (2.3.2)$$

где a_i^j- общее количество набранных баллов i –го школьника по j –задаче (легкого, среднего, высокого уровня сложности), B_j- максимальное количество баллов, соответствующей j –задаче, K^j- коэффициент сформированности математической грамотности школьников выбранного класса, которые могут принимать значения в пределах от (0,1).

На основе подсчета количества набранных школьниками экспериментальной и контрольной классов, получаем следующую таблицу

Таблица 2.3.5 – количество набранных баллов

	Количество баллов, набранных по задаче 1	Количество баллов, набранных по задаче 2	Количество баллов, набранных по задаче 3	Сумма баллов
Экспериментальный класс	152	203	188	543
Контрольный класс	120	165	122	407

Максимальное число набираемых баллов школьниками экспериментального класса по 1-ой задаче равен $B_1=5\cdot 32=160$ баллам, по второй задаче $B_2=8\cdot 32=256$, по 3-ей задаче $B_3=11\cdot 32=352$. А максимальное число набираемых баллов школьниками контрольного класса по 1-ой задаче равен $B_1=5\cdot 30=150$ баллам, по второй задаче $B_2=8\cdot 30=240$, по 3-ей задаче $B_3=11\cdot 30=330$.

Далее, вычисляя коэффициенты K^j сформированности математической грамотности школьников экспериментального и контрольного классов по каждой задаче, получаем

$$K_э^1 = \frac{152}{160}, \qquad K_э^2 = \frac{203}{256}, \quad K_э^3 = \frac{188}{352},$$
$$K_к^1 = \frac{120}{150}, \qquad K_к^2 = \frac{165}{240}, \quad K_к^3 = \frac{122}{330},$$

Используя эти коэффициенты, определим $K^j -$ коэффициент сформированности математической грамотности школьников экспериментального и контрольного классов:

$$K_э = 0{,}22 \cdot \frac{152}{160} + 0{,}33 \cdot \frac{203}{256} + 0{,}45 \cdot \frac{188}{352} = 0{,}21 + 0{,}26 + 0{,}24 = 0{,}71.$$
$$K_к = 0{,}22 \cdot \frac{120}{150} + 0{,}33 \cdot \frac{165}{240} + 0{,}45 \cdot \frac{122}{330} = 0{,}18 + 0{,}23 + 0{,}17 = 0{,}58.$$

Отсюда заключаем, что математическая грамотность у учащихся контрольного класса сформирована на среднем уровне, так как $0{,}5 < K_к < 0{,}7$. А математическая грамотность учащегося экспериментального класса сформирована выше среднего уровня, так как $0{,}7 < K_э < 0{,}9$.

Таким образом, предложенный подход измерения математической грамотности у школьников соотносится с полученными результатами t-критерия Стьюдента.

Тем самым заключаем, что в процессе проведенного исследования, сформулированная гипотеза нашла обоснованные убедительные подтверждения.

Выводы по второму разделу диссертации

1. Анализ оценочных заданий PISA и методики обучения решению практических задач показал, что:

- содержания заданий к оценочным задачам PISA должны составляться в соответствии с применяемыми школьниками математическими рассуждениями в процессе решения практико-ориентированных задач и заданий к ним, и направлены на установления уровня сформированности математической грамотности школьников;

- разрабатываемые задания к рассматриваемым задачам должны носить не только оценочный характер, но и должны выполнять обучающий характер;

- разрабатываемые задачи и задания к этим задачам должны удовлетворять принципам обучения: научности и прикладной направленности; доступности; наглядности; дифференцированного подхода обучения; прочности знаний; систематичности и логической преемственности учебных материалов;

2. Специально разработанный метод сведения практико-ориентированных задач к оценочно-обучающим заданиям в контексте экзаменационных заданий PISA является эффективным. При этом:

- оценочно-обучающие задания способствуют усваиванию и закреплению математических понятий, развитию навыков составления и решения математических задач, проводить математическое рассуждение;

- разработанные обучающие задания к новым практико-ориентированным задачам на изменение и отношения, на количество, на пространство и формы, на принятие решений, направленные на формирование и развитие математической грамотности и навыков 21 века усиливают обучающую функцию математики.

3. Исследование показало, что проблемно-ориентированный метод обучения и модульная технология обучения, когнитивные, деятельностные методы обсуждения алгоритма решения задач, оценка результатов решения проблемных задач дают положительный эффект в вопросах формирования и развития у школьников математической грамотности и навыков 21 века. На основе проблемно-ориентированного метода обучения и модульной технологии обучения:

- была разработана методика формирования и развитие математической грамотности и навыков 21 века посредством систем алгебраических и геометрических задач;

- был предложен подход к формированию и развитию у школьников математической грамотности и навыков 21 века путем использования модульной технологии обучения;

- была составлена методика измерения математической грамотности в контексте критериального оценивания учебных достижений учащихся.

4. Описаны результаты эмпирического исследования:

- проведенный анализ учебников по математике, используемых в школах Республики Казахстан показал, что содержание учебников (5-9 классы) в основном не содержат задач, направленных на формирование и развитие у учащихся математической грамотности и навыков 21 века;

- изучена готовность учителей к обучению школьников математической грамотности и выявлено их отрицательное отношение к проблемам развития у учащихся математической грамотности;

- определены уровни сформированности у учащихся математической грамотности, навыков 21 века (на констатирующем и заключительном этапах исследования);

- определены количественные характеристики сформированности математической грамотности;

- проведенный опрос учителей по выбору метода и технологии обучения школьников математической грамотности, позволил заключить, что проблемно-ориентированный метод обучения и модульная технология обучения являются более подходящими, а когнитивные и деятельностные методы обсуждения алгоритма решения задач способствуют формированию и развитию навыков 21 века.

- определена эффективность разработанной методики формирования и развития математической грамотности и навыков 21 века;

- доказано, что предложенный подход измерения математической грамотности у школьников соотносится с полученными результатами *t*-критерия Стьюдента.

-доказано, что критериальный подход измерения математической грамотности у школьников более универсален (так как по данной методике устанавливается уровень сформированности навыков математической грамотности и навыков 21 века).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Анализ психолого-педагогических литератур в контексте реализации программной концепции «Будущее образования и навыков: образование 2030» Организации Экономического Сотрудничества и Развития позволил, заключить что:

- содержание учебного материала школьной математики должно соответствовать содержанию современной науки, преемственности, системности, удовлетворять требованиям работодателей, математически описывать задачи экономики, техники и технологий, содержать междисциплинарные знания;

- основы современной методики преподавания математики должны определяться с помощью систем математических, междисциплинарных знаний, подходов, методов, технологии обучения, системой взаимоотношений между учителем и учеником;

- содержание школьного курса математики должно носить усиленную прикладную направленность;

2. Проведенный анализ практики учителей школы, результатов исследований отечественных и зарубежных авторов позволил заключить, что:

- обучение математической грамотности должно проводиться с учетом следующих основных факторов: наличие основных средств обучения; сформированные навыки мыслительной способности школьника**;** психологическая подготовленность школьника и учителя, обученность школьника к восприятию постановки практической задачи и заданий к ним;

- методика составления практико-ориентированных задач и заданий к ним и методики решения этих задач, способствующих формированию и развитию у школьников математической грамотности, остаются недостаточно разработанными.

- уровень сформированности математической грамотности у школьников должен определяться посредством технологии критериальной оценки учебных достижений школьников;

- основу успешности процесса обучения математической грамотности составляют содержание практических задач, передача логики изложения алгоритма решения задачи, принятие во внимание влияния педагогических факторов, законов и положений психологии на процесс обучения математической грамотности.

3. Психолого-педагогический анализ процесса нахождения решения практико-ориентированной задачи позволил:

- выявить основные этапы процесса применения математики к решению практических задач в виде: распознавания в контексте задачи закономерности явления окружающей среды и математического содержание задачи; понимания постановки задачи (проблемной ситуации); составления математической модели (формулирование математической задачи); решения математической задачи; интерпретации полученного решения математической задачи;

- заключить, что переход с одного этапа на последующий этап процесса решения проблемной задачи осуществляется посредством математического суждения и рассуждения;

- выявить основные составляющие «Математического рассуждения»;

- определить подход к пониманию сформированности математической грамотности учащихся с позиции применения навыков математического рассуждения;

4. Анализ данных экспериментального исследования позволил:

- выявить проблемы обучения школьников математической грамотности;

- составить модель процесса формирования и развития математической грамотности и навыков 21 века в процессе решения проблемной задачи;

- разработать практико-ориентированные и стандартные учебные модельные задачи, используемые на каждом этапе процесса обучения математической грамотности;

- выявить и разработать системы задач, направленные на формирование и развитие математической грамотности у школьников в рамках изучения программных учебных материалов школьной математики;

- составить модель процесса формирования и развития математических знаний, математической грамотности и навыков 21 века в рамках изучения раздела учебной программы;

- разработать учебный модуль «Неравенства», направленный на формирование и развитие математической грамотности учащихся в процессе изучения учебного материала соответствующего разделу «Неравенства» курса алгебры 8 класса.

- разработать методику формирования и развития у учащихся математической грамотности и навыков 21 века посредством систем алгебраических задач;

- разработать методику формирования и развития у школьников математической грамотности, навыков 21 века посредством обучения решению практико-ориентированных геометрических задач;

- предложить подход к формированию и развитию у школьников математической грамотности и навыков 21 века путем использования модульной технологии обучения;

- доказать, что предложенный критериальный подход измерения математической грамотности у школьников более универсален (так как по данной методике устанавливается уровень сформированности навыков математической грамотности и навыков 21 века).

- доказать, что проблемно-ориентированный метод обучения и модульная технология обучения, когнитивный и деятельностный методы обсуждения алгоритма решения задач, оценка результатов решения проблемных задач дают положительный эффект в вопросах формирования и развития у школьников математической грамотности и навыков 21 века.

Тем самым, были получены следующие новые научно-методические результаты:

- выявлены проблемы обучения школьников математике, в условиях усиления прикладной направленности содержания учебных материалов;

- определены психолого-педагогические основы процесса обучения школьников математической грамотности в контексте исследований PISA;

- установлены связи математического рассуждения с этапами решения практических задач;

- построена модель организации процесса обучения математической грамотности, формирования и развития навыков 21 века в рамках изучения содержания раздела математики;

- разработаны системы задач и задания к ним, направленные на формирование и развитие у школьников математической грамотности и навыков 21 века;

- разработан подход к конструированию оценочно-обучающих заданий к практико-ориентированным задачам, формирующим и развивающим у учащихся математическую грамотность;

- разработана методика формирования и развития у школьников математической грамотности и навыков 21 века в контексте программной концепции PISA-2021;

- разработана методика критериального оценивания сформированности навыков математической грамотности и установление сформированности навыков 21 века;

- на основе экспериментального исследования доказана эффективность разработанной методики формирования и развития математической грамотности и навыков 21 века и измерения сформированности у школьников математической грамотности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Официальный сайт Организации экономического развития и сотрудничество Future of Education and skills 2030. -OECD. 2018. // https://www.oecd.org/education/2030-project/ Дата обращения 07.04.2023

2 Официальный сайт Организации экономического развития и сотрудничество PISA 2021 (2018). PISA 2021 Mathematics Framework (Draft). - OECD. 2018. // https://www.oecd.org/pisa/sitedocument/PISA-2021-mathematics-framework.pdf Дата обращения 12.04.2023

3 Бабанский Ю.К. Педагогика / Под ред. Ю.К. Бабанского. – М.: Просвещение, 1988. – 479 с.

4 Абылкасымова А.Е. Теория и методика обучения математике: дидактико-методические основы: учебное пособие. - Алматы: Мектеп, 2014. – 27 с.

5 Кагазбаева А.К. Методика использования идей векторно-координатного метода при изучении геометрии в 6-8 классах: автореф. дис. …канд. пед. наук: 13.00.02 - теория и методика обучения и воспитания (математика). - Минск, 1987. – 192 с.

6 Краевский В.В. Теоретические основы содержания общего среднего образования / Под ред. В.В. Краевского, И.Я. Лернера. – М.: Педагогика, 1983. – 352 с.

7 Бочкарев С.В., Кононенко Н.В., Токарева Ю.С. Обобщение и систематизация школьного курса математики на подготовительных курсах // Международный научно-исследовательский журнал. –2020. – №8(98). – С. 175-182. https://doi.org/10.23670/IRJ.2020.98.8.077

8 Леднев В.С. Содержание образования, сущность, структура, перспективы. – М.: Высш. шк., 1991. – 224 с.

9 Мишин В.И. Методика преподавания математики в средней школе. Частная методика: Учебное пособие для студентов пед. институтов. / Сост. В.И. Мишин. - М.: Просвещение, 1987. - 416 с.

10 Лернер И.Я. Прогностическая концепция целей и содержания образования / Под ред. И.Я. Лернера, И.К. Журавлева. – М.: Изд-во ИТП и МИО РАО, 1994. – 131 с.

11 Куликова Т.А., Пронина Н.А. Формирование готовности будущего педагога к профессиональной деятельности // Вестник ТомГПУ. – 2018. – №3(192). https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-gotovnosti-buduschego-pedagoga-k-professionalnoy-deyatelnosti. Дата обращения 14.09.2021

12 Потоцкий М.В. Преподавание высшей математики в педагогическом институте. – М.: Просвещение, 1975. – 208 с.

13 Абылқасымова А.Е. и др. Научно-методические основы совершенствования содержания общего образования в Республике Казахстан. – Алматы, 2001. – 123 с.

14 Кагазбаева А.К. Совершенствование профессионально-методической подготовки учителя математики в системе высшего педагогического

образования: дис. ... док. пед. наук, 13.00.02 - теория и методика обучения и воспитания (математика). – Алматы: АГУ, – 1999. – 324 с.

15 Садвакасова Р.А. Теоретико-методологические основы прикладной направленности обучения математике в средней школе: компетентностный подход: дис. …док. пед.наук: 13.00.02 - теория и методика обучения и воспитания (математика). – Алматы, 2010. – 155 с.

16 Колягин Ю.М., Пикан В.В. О прикладной и практической направленности обучения математике // Математика в школе. – 1985. – №6. – С. 27-32.

17 Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: книга для учителя. – М.: Просвещение, – 1990. – 96 с.

18 Тихонов А.Н., Костомаров Д.П. Рассказы о прикладной математике. – М.: Наука, – 1979. – 87 с.

19 Шашкова Т.А. Методические особенности реализации прикладной направленности курса математики основной школы: дис. …кан.пед.наук: 13.00.02 - теория и методика обучения и воспитания (математика). – М., 2005. – 176 с.

20 Приказ Министра образования и науки Республики Казахстан от 5 апреля 2022 года № 132 Требования к структуре и содержанию учебников для организации среднего образования и учебно-методических комплексов для дошкольных организаций, организации среднего образования. общеобразовательных школ Республики Казахстан. – Астана, 2022. https://adilet.zan.kz/rus/docs/V2200027415. Дата обращения 23.10.2023

21 Фирсов В.В. О прикладной ориентации курса математики. – Углубленное изучение алгебры и анализа. – М.: Просвещение. – 1977. – С. 224-238.

22 Столяр А. А. Педагогика математики. - Минск: Высшая школа, – 1986. – 414 с.

23 Колягин Ю.М. Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики. Учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов. / Сост.: Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин и др. - М.: Просвещение, 1977. - 480 с.

24. Саранцев Г. И. Методика обучения математике в средней школе: Учебное пособие для студентов математических специальностей педагогических вузов и университетов. – М.: Просвещение, 2002. - 224 с.

25. Епишева О.Б. Общая методика преподавания математики в средней школе: Курс лекций: Учебное пособие для студентов физ.- мат. спец. пед. ин-тов. — Тобольск: Изд-во ТГПИ им. Д.И. Менделеева, 1997. - 191 с

26 Абылкасымова А. Е., Умиралханов А. Н., Жадраева Л. У., Туяков Е. А., Кенжебек Х. Т. Методика решения задачи прикладного характера в процессе изучения дифференциальных уравнений в средней школе / Вестник Торайгыров университета, серия педагогическая. – 2023. – № 2 (2023). – С. 126-137. https://doi.org/10.48081/AZPB2414

27 Туяков Е.А. Контекстные задачи интегрирующие курсы математического анализа и физики: Учебное пособие: - Павлодар: ПГПИ. - 2010. - 60 с.

28 Сеитова С.М. Математиканы оқытудағы қолданбалы есептердің орны // Математика және физика, ғылыми-әдістемелік журнал. 2005, - №3. - С. 9 - 10.

29 Даулеткулова А.У, Серикбай С. Обучение решению текстовых задач в условиях преемственности изучения математики // Альманах современной науки и образования. Тамбов: Грамота. - 2017. - №1. - С. 37-40.

30 Бекболганова А.К., Омарбаева Б.К., Кунанбай С. Сущность прикладной направленности обучения математике // Евразийский Союз Ученых. - 2015 - №10.// https://cyberleninka.ru/article/n/suschnostprikladnoy-napravlennosti-obucheniya-matematike Дата обращения 28.10.2021

31 Забелина С.Б., Пинчук И.А. Учебные прикладные задачи в методической подготовке учителя математики // Вестник Московского Государственного Областного Университета. - 2017. - № 2. - С. 89-90.

32 Саткулов Б.Б. Качество школьного образования в Республике Казахстан в контексте международного исследования PISA / «Наука, общество, культура: проблемы и перспективы взаимодействия в современном мире»: Материалы международной конференции – Российская Федерация, г. Петрозаводск, 2023. – С.240-249. // https://elibrary.ru/item.asp?id=47478014 Дата обращения 18.07.2024

33 Асадов М.Х. Обучение методам решения математических задач // Вестник КазНУ, серия «Педагогические науки». – 2023. – №1(74). – С.140-144. https://doi.org/10.26577/JES.2023. v74.i1.013

34 Карпеченко А.С., Петрова Т.Ю. Практико-ориентированные задачи как средство формирования мотивации обучающихся на уроках математики в начальной школе // Международный журнал экспериментального образования. – 2023. – №2. – С. 33-37. https://doi.org/10.17513/mjeo.12125

35 Постникова К.Р., Иванов Д.И. Прикладные задачи в обучении математике и проектной деятельности // Репозитарий ТюмГУ. – 2023. – С. 554-566. // https://elib.utmn.ru/ jspui/ bitstream/ ru-tsu/28995/1/miim_2023_554_566 (utmn.ru) Дата обращения 12.06.2024

36 Денищева Л.О., Краснянская К.А., Рыдзе О.А. Подходы к составлению заданий для формирования математической грамотности учащихся 5-6 класса // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2020. – Т.2, № 2 (70). – С. 181-201.

37 Рослова Л.О., Квитко Е.С., Карамова И.И. Критерии для разработки заданий, предназначенных для формирования и оценки математической грамотности// Отечественная и зарубежная педагогика. – 2023. – Т.2, № 1 (90). – С. 51-64. https://doi.org/10.24412/2224–0772–2023–90–51–64

38 Жуйкова Т. П. Составление косвенных задач // Педагогика: традиции и инновации : материалы III Межд. науч. конф. – Два комсомольца. - Челябинск: 2013. – С. 46-48. https://moluch.ru/conf/ped/archive/69/3676/ Дата обращения 14.10.2022

39 Lee J., Park D. Do American and Korean education systems converge? Tracking school reform policies and outcomes in Korea and the USA. Asia Pacific Education Review. – 2014. – Vol.15. Issue 3. – P. 391-399. https://doi.org/10.1007/s12564-014-9325-x

40 Saarela M., Karkkainen T. Knowledge discovery from the programme for international student assessment // Learning Analytics: Fundamentals, Applications, and Trends: A View of the Current State of the Art to Enhance E-Learning. – 2017. – Issue 94. – P. 229-267. https://doi.org/10.1007/978-3-319-52977-6_8

41 Rutkowski L., Rutkowski D. A call for a more measured approach to reporting and interpreting PISA results. Educational Researcher. – 2016. – Vol. 45. Issue 4. – P. 252-257. https://doi.org/10.3102/0013189X16649961

42 Jailani J., Retnawati H., Djidu H. Mathematical literacy proficiency development based on content, context, and process. Problems of Education in the 21st Century. - 2020. - Vol.78. Issue 1. – P. 80-101. https://doi.org/10.33225/pec/20.78.80

43 Қағазбаева Ә.К. Оқушылардың функционалдық математикалық сауаттылығын дамыту. Оқу-әдістемелік құрал. - Алматы: Отан баспасы, 2018. - 92 б.

44 Игнатова О.Г. Развитие функциональной грамотности при изучении школьного курса математики с применением межпредметных связей // Азимут научных исследований: педагогика и психология. – 2021. – Т. 10, № 1 (34). – С. 126–128.

45. Тойбазаров Д.Б. Развитие функциональной грамотности будущих учителей математики через решение прикладных задач // Международный научный журнал: Поиск - приложение РК. - 2019. - №1. – С .323-327.

46 Есенова М.И., Абуева Ш.И. Математикалық сауаттылықты қалыптастырудың әдістемелік ерекшеліктері // Қазақ Ұлттық Қыздар Педагогикалық Университетінің хабаршысы. – 2019. – №1. – Б. 86-91.

47 Каскатаева Б.Р., Кокажаева А.Б., Казыбек Ж. Математическое моделирование как инструмент повышения математической грамотности учащихся // Вестник Казахского Национального Женского педагогического университета. – 2021. – №1. – Б. 86-91. https://doi.org/10.52512/2306-5079-2021-85-1-58-66

48 Алексеева Е.Е. Методические особенности формирования математической грамотности учащихся как составляющей функциональной грамотности // Мир науки, культуры, образования. – 2020. – №4(83). – С.214-218. https://doi.org/10.24411/1991-5497-2020-00735

49 Ахметова К.П. Математическая грамотность. - Алматы: Дайыр Баспа. – 2017. – Ч.1. - 5 с.

50 Жаукенова Б.А. Формирование математической грамотности учащихся в процессе преподавания математики // Вестник"өрлеу"- kst. - 2016. - №1. - 63 с.

51 Тойбазаров Д.Б. Прикладные задачи как средство формирования математической грамотности студентов // Материалы международной научно-практической конференции «Современное математическое образование: опыт, проблемы, перспективы» г. Кокшетау. - 2018. – С. 232-237.

52 Сатқұлов Б. Разработка учебных материалов по проблемно ориентированному обучению, основанных на модели PISA, для повышения способности учащихся 7-х классов решать математические задачи // "in the world of science and education" international scientific centre “Endless light in science”

international scientific-practical journal, Алматы, Казахстан. - 2025. – С.35-43. https://doi10.24412/2709-1201-2024-3103-35-43

53 Дударева Н.В., Утюмова Е. А. Модель формирования функционально-математической грамотности в процессе обучения математике // Педагогическое образование в России. – 2021. – № 4. – С. 14-25. https://doi.org/10.26170/2079-8717_2021_04_02

54 Валеев И. И. Функциональная математическая грамотность как основа формирования и развития математической компетенции // Бизнес. Образование. Право. – 2020. – № 4 (53). – С. 353-360. https://doi.org/10.25683/VOLBI.2020.53.417

55 Иванова Т. А., Симонова О.В. Структура математической грамотности школьников в контексте формирования их функциональной грамотности. // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2009. – № 1-1. – С. 125-129.

56 Abu Bakar M.A., Ismail N. Exploring students Metacognitive Regulation skills and Mathematics Achievement in Implementation of 21st Century Learning in Malaysia // Problems of Education in the 21st Century. - 2020. - Vol. 78, №3. – P. 314-327. https://doi.org/10.33225/pec/20.78.314

57 Haug B.S. & Mork S.M. Taking 21st century skills from vision to classroom: What teachers highlight as supportive professional development in the light of new demands from educational reforms // Teaching and Teacher Education. 100. Article №103798. -2021. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103798

58 Lavi R., Tal M. & Dori Y.J. Perceptions of STEM alumni and students on developing 21st century skills through methods of teaching and learning// Studies in Educational Evaluation. 70, Article № 101002. - 2021. https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2021.101002

59 Оспанова Н.Т. Педагогические условия формирования критического мышления старшеклассников: автореф. дис. ...канд. пед. наук: 13.00.01. - «Общая педагогика, история педагогики и образования, этнопедагогика» - Алматы, 2007.

60 Базаканова Р.С. Влияние критического мышления на формирование рефлексии учителя // Bulletin almanach science association France-Kazakhstan. — 2017. — № 2. — С. 11–17.

61 Смагулов Е.Ж. Дидактические основы формирования математического мышления учащихся в системе непрерывного математического образования: дис. ...док. пед, наук: 13.00.02 - теория и методика обучения и воспитания (математика). – Алматы: КазНПУ, 2009. – 285 с.

62 Пинская М.А., Михайлова А.М., Рыдзе О.А., Денищева Л.О., Краснянская К.А., Авдеенко Н.А. Навыки 21 века: как формировать и оценивать на уроке? // Образовательная политика. – 2019. – № 3. – С. 50-62.

63 Жилин Д.М. Навыки 21 века и наука 21 века – Противоречие или соответствие? Естественно-научное образование: взгляд в будущее. – С.76-91. https://www.chem.msu.ru › science-education-2016. Дата обращения 01.08.2022

64 Сатқұлов Б.Б., Нургабыл Д.Н. Повышение математической грамотности учащихся начальных классов посредством проблемного обучения и прямого

обучения // «Global Science And Innovations 2023: Central Asia»: Материалы международной конференции – Астана, 2023. – С.250-255. // https:// elibrary.ru /title_about_new.asp?id=70293 Дата обращения 19.11.2024

65 Bülbül H.İ., Bekbolat M.S., Berkimbaev K.M., Meirbekova G.P. The structural-content model of forming the soft skills of future specialists // Вестник Карагандинского университета, серия педагогика. – 2023. – № 3 (111). – С.152-159. https://doi.org/10.31489/2023ped3/152-159

66 Балыкбаев Т.О., Алдибаева Т.А. Развитие школьного математического образования Республики Казахстан в условиях реализации компетентностного подхода // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования – 2011. – №1. – С. 71-79

67 Зимняя И. А. Ключевые компетентности как результативно-целевая основа компетентностного подхода в образовании. – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2004. – 40 с.

68 Данилова Н.Ю. Компоненты профессиональных компетенций и пути их формирования у студентов-будущих педагогов // Вестник Ленинградского государственного университета им. А.С.Пушкина. – 2017. – №2. // https://cyberleninka.ru/article/n/komponenty-professionalnyh-kompetentsiy-i-puti-ih-formirovaniya-u-studentov-buduschih-pedagogov Дата обращения 09.12.2021.

69 Адуло Т.И., Асмыкович И.К. Математическая компетентность индивида – необходимое условие инновационного развития общества // Общественные и гуманитарные науки: материалы докладов 84-й научно-технической конференции, посвященной 90-летнему юбилею БГТУ и Дню белорусской науки (с международным участием). - Минск: БГТУ. – 2020. – С. 18-20. https://elib.belstu.by/handle/123456789/34461 Дата обращения 18.02.2024.

70 Сыдықов Б.Д., Кенесбаев С.М. Дидактические основы формирования модели профессиональной компетентности будущего специалиста // Вестник КазНПУ им. Абая. Серия «Педагогические науки» - Алматы, 2014. – №1. – Б. 76-79

71 Игошин В.И. Учить логике будущих учителей математики // Известия Саратовского университета. Серия: Философия. Психология. Педагогика. – 2022. –Т. 22, Вып. 2. – С. 202–207. https://doi.org/10.18500/1819-7671-2022-22-2-202-207

72 Неворотов Б.К., Моисеев М.Б. Логика в системе учебного объяснения // Омский научный вестник. – 2013. – №3(119). – С. 151–154.

73 Междисциплинарное обучение в условиях стремительно меняющегося мира // Исполнительное агентство Education Scotland при правительстве Шотландии, ответственное за поддержку качества и улучшение шотландского образования. – 2022. https://education.gov.scot/media/pv0fvaxw/curriculum-idl-thought-paper._pdf Дата обращения 06.01.2024.

74 Braskén M., Hemmi K., Kurtén B. Implementing a Multidisciplinary Curriculum in a Finnish Lower Secondary School – The Perspective of Science and Mathematics // Scandinavian Journal of Educational Research. – 2020. – Vol. 64, Issue 6. – P. 852–868. https://doi.org/10.1080/00313831.2019.1623311

75 Осмоловская И.М., Краснова Л.А. Процесс обучения с позиции междисциплинарных исследований // Образование и наука. –2018. – №8(20). – С. 9-24. https://doi.org/10.17853/1994-5639-2018-8-9-27

76 Жумабаева З.Е., Амирханова Б.О. Жаңартылған білім мазмұны аясында пәнаралық байланыс орнату // Известия КазУМОиМЯ имени Абылай хана», серии «Филологические науки» – 2021. – №4(63). – С. 153–163. https://doi.org/10.48371/PHILS.2021.63.4.014

77 Садыкова А.К., Кузембекова Ж.Ж. Пәнаралық парадигма – шет тілдік білім беру жүйесіндегі студенттердің басты компетенцияларын қалыптастырудың негізі. // ҚазҰУ Хабаршысы. «Педагогикалық ғылымдар» сериясы. – 2015. – Т. 44. , № 1 (2015). – С. 177-181.

78 Лукичева Е. Ю. Математическая грамотность: обзор понятия и методики формирования // Непрерывное образование. – 2020. – № 3 (33). – С. 46-53.

79 Авдеева Т.К., Авдеев И.Ф. Методика формирования математической грамотности учащихся в общеобразовательной школе // Современная математика и ее приложения / Сборника материалов II-ой Международной научно-практической конференции. Грозный. – 2021. – С.122-128. https://elibrary.ru/item.asp?id=48030349 Дата обращения 17.17.2022.

80 Ярина М.Н. Методика формирования математической грамотности в процессе обучения математики учащихся основной школы // Актуальные вопросы современной науки: теория, методология, практика, инноватика/ Сборник научных статей по материалам X-ой Международной научно-практической конференции. Уфа. – 2023. – Т.1. – С.24-33. // https://elibrary.ru/item.asp?id=50289141 Дата обращения 12.02.2024

81 Яровая Е.А. Комплексный подход к формированию математической и естественнонаучной грамотности обучающихся основной школы// Вестник педагогических инноваций. – 2021. – №3(63). – С.35-53. https://doi.org/10.15293/1812-9463.2103.04. Дата обращения 10.07.2022.

82 Darhim Prabawanto S., Susilo B.E. The Effect of Problem-based Learning and Mathematical Problem Posing in Improving Student's Critical Thinking Skills, International // Journal of Instruction. – 2020. – №13(4). – P. 103-116. https://doi.org/10.29333/iji.2020.1347a

83 Базарбаева С.С., Айтбаева Н. Развитие навыков критического мышления у магистрантов с помощью проблемно-ориентированной модели обучения // Вестник КазНУ, серия «Педагогические науки». – 2023. – Vol. 1, Issue 74. – P. 14-24. https://doi.org/10.26577/ JES.2023.v74.i1.02

84 Султанова В. К. Педагогические особенности общения между учителем и учащимися и пути его организации // Педагогика: традиции и инновации: материалы III Междунар. науч. конф. – Челябинск: Два комсомольца. – 2013. — С. 24-26. // https://moluch.ru/conf/ped/archive/69/3768/ Дата обращения 09.05.2024.

85 Собкин В.С., Фомиченко А.С. Влияние отношений между учителем и учеником на академические достижения учащихся // Управление образованием: теория и практика. – 2015. – №3(19). – С. 34-54.

86 Lee J., Park D. Do American and Korean education systems converge? Tracking school reform policies and outcomes in Korea and the USA // Asia Pacific Education Review. - 2014. - Vol. 15, № 3. – P.391-399. https://doi.org/10.1007/s12564-014-9325-x

87 Постановление Правительства Республики Казахстан от 27 декабря 2019 года № 988 Государственная программа развития образования и науки в Республике Казахстан на 2020-2025 годы. https:// Об утверждении Государственной программы развития образования и науки Республики Казахстан на 2020 - 2025 годы ИПС "Әділет" (zan.kz). Дата обращения 15.11.2022.

88 Постановление Правительства Республики Казахстан от 28 марта 2023 года № 249. Об утверждении Концепции развития дошкольного, среднего, технического и профессионального образования Республики Казахстан на 2023 – 2029 годы. https://adilet.zan.kz/rus/docs/P2300000249

89 Glark I. Formative assessment: 'There is nothing so practical as a good theory // Australian Journal of Education. – 2010. –Vol. 54, Issue 3. – P. 341-352. https://doi.org/10.1177/ 000494411005400308

90 Sorby S., Panther C. Is the key to better PISA math scores improving spatial skills? // Mathematics Education Research Journal. – 2020. – Vol.32, Issue 2. – P. 213-233. https://doi.org/10.1007/s13394-020-00328-9

91 Torrance H. Formative assessment at the crossroads: conformative, deformative and transformative assessment // Oxford Review of Education. – 2012. – Vol.38, Issue 3. – P. 323-342. https://doi.org/10.1080/03054985.2012.689693

92 Cisterna D. and Gotwals A.W. Enactment of Ongoing Formative Assessment: Challenges and Opportunities for Professional Development and Practice// Journal of Science Teacher Education. – 2018. – Vol.29, Issue 4. – P. 200-222. https://doi.org/10.1080/1046560X.2018.1432227

93 Боженкова Л. И., Соколова Е. В. Критериальное оценивание как необходимое условие достижения предметных и метапредметных результатов обучения геометрии. Преподаватель XXI века. – 2014. - № 4. - P.126–135.

94 Беспалько В.П. Инструменты диагностики качества знаний учащихся // Школьные технологии. – 2006. – С.138-150.

95 Абекова Ж.А., Оралбаев А.Б., Ермаханов М.Н., Джакипова А.С. Совершенствование учебного процесса при критериальном оценивании, его главные преимущества и особенности // Успехи современного естествознания. – 2015. – № 5. – С. 295–296.

96 Далингер В.А. Критериальный подход к оцениванию результатов обучения учащихся математике // Международный научно-исследовательский журнал. –2018. – № 4 (70). – С. 15–18.

97 Iskakova R.K., Azhigenova S.K., Zengin Zh. A modern assessment of students in schools in the education system of Kazakhstan // Bulletin of University of Karaganda, Pedagogy series. – 2018. – № 2(90). – P.155–161.

98 Абылқасымова А.Е., Искакова Л.Т. Задачи как средство контроля и оценки знаний учащихся. – Алматы, 2005. – 98с.

99 Искакова Л.Т. Методическая система дифференцированных задач как условие контроля и учета результатов обучения математике в средней школе: автореф. ...док. пед. наук: 13.00.02 - теория и методика обучения и воспитания (математика) – Алматы: КазНПУ, 2005. – 42 с.

100 Нургабыл Д.Н. О математической модели оценки уровня знаний и умений студентов высшей школы // Вестник КазНПУ им. Абая, серия физико-математических наук, - 2013. - №3. - С. 134-140.

101 Виленкин Н.Я., Блох А.Я., Таварткиладзе Р.К. Воспитание мыслительных способностей учащихся в процессе обучения математике // В кн. Современные проблемы методики преподавания математики. - М.: Просвещение, - 1985. - С.201-221.

102 Нургабыл Д.Н., Саткулов Б.Б. Формирование и развитие математической грамотности в контексте программной концепции PISA-2021/ Ясауи университетінің хабаршысы, серия педагогическая. – 2024. – № 1 (131). – С. 267-281. https://www.doi.org/10.47526/2024-1/2664-0686.22

103 Нургабыл Д.Н., Саткулов Б.Б. Формирование и развитие у школьников мыслительных навыков 21-го века // 3i: intellect, Idea, innovation – интеллект, идея. Инновация, педагогические науки Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы. – 2024. - № 4 (300) – С. 270-276. https://www.doi.org/10.52269/22266070_2024_4_270

104 Nurgabyl D., Satkulov B., Kagazbaeva A. Formation and development of mathematical literacy in the context of evaluative – Study tasks of PISA // Journal on Mathematics Education. – 2023. – Vol.14, № 4. – P. 701-722. http://doi.org/10.22342/jme.v14i4.pp701-722

105 Сатқұлов Б.Б. Проблемная модель обучения с реалистичным подходом к обучению математике для повышения способностей по математической грамотности / Вестник Жетысуского университета. – 2022. – №2(103) – С.129-135. https://www.doi.org/10.53355/ ZHU.2022.103.2.025

106 Нургабыл Д.Н. Об одной математической модели многошагового адаптивного тестирования // Вестник КазНПУ им. Абая, серия физико-математических наук. – 2014. - №3. - С. 134-140.

107 Nurgabyl D., Kalzhanova G., Ualiyev N., & Abdoldinova G. Construction of a Mathematical Model for Calibrating Test Task Parameters and the Knowledge Level Scale of University Students by Means of Testing // EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education. - 2017. – Vol.13. Issue 11. – P. 7421–7429. https://doi.org/10.12973/ejmste/79796

108 Нургабыл Д.Н., Саткулов Б.Б., Мехмет Ф.О. Педагогическое измерение математической грамотности в контексте критериального оценивания достижений учащихся // Вестник Карагандинского университета, серия педагогика. – 2025. - 30, -№1. - С. 58-70. https://doi.org/10.31489/2025ped1/58-70

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Письменная работа

Задача 1. Производительность станка новой модели не превышает 920 деталей в рабочую смену. Производительность станка старой модели составляла 84% от производительности станка новой модели. После модернизации станка старой модели модернизированный станок увеличил производство деталей в рабочую смену на 29% от числа деталей, выпускаемых в смену на новой модели, и стал их выпускать более 950 штук в рабочую смену. Сколько деталей за смену выпускал каждый станок до модернизации второго станка?

Ответ: 900 и 756 деталей

Задача 2. У Мираса было определенное количество коллекционных марок. Он решил купить себе альбом для своих марок. Если Мирас наклеит по 21 марке на каждый лист выбранного альбома, то ему не будет хватать листов альбома, а если Мирас наклеит по 25 марок на каждый лист, то минимум один лист этого альбома останется пустым. Отец Мираса подарил ему такой же альбом, на всех листах которого было наклеено по 23 новых коллекционных марок, и у Мираса всего стало 450 марок. Сколько листов в подаренном альбоме?

Ответ: 10 листов

Задания к задачам 1 и 2:

- определите основные составляющие (условие и утверждение) задачи;
- определите переменные величины в проблемной ситуации;
- установите связи между различными составляющими данной задачи, посредством выбранной переменной величины;
- составьте математическую модель;
- решите математическую задачу;
- установите соответствие между найденным решением и искомым элементом проблемной задачи;
- интерпретируйте найденное решение в контексте проблемной задачи;
- исследуйте найденное решение и определите закономерности рассматриваемого явления.

Опросник 1

1 Дайте обоснованный ответ следующему вопросу:

Как Вы относитесь к проблемам формирования и развития у школьников математической грамотности, навыков 21 века?

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Учебные задачи для сведения их к проблемным задачам

Задача 1 Две бригады, работая совместно, закончили посадку деревьев за 4 дня. Сколько дней потребовалось бы на эту работу каждой бригаде в отдельности, если одна из них может выполнить работу на 15 дней быстрее другой?

Задача 2. Найти острый угол ромба *АВСД,* если прямая, проведенная через вершину *А*, делит угол *ВАД* в отношении 1:3, а сторону *ВС* в отношении 3:5.

Задания к задачам 1 и 2:

- переформулируйте учебную задачу в виде оценочно - проблемных задач PISA;
- сформулируйте введение к проблемным задачам, носящим мотивирующий характер;
- сформулируйте оценочные задания к проблемной задаче;
- опишите наглядный объект к проблемной задаче, способствующей пониманию школьников сути проблемной задачи;

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Анкета № 1

Содержания вопросов и заданий	Частота Появления (в %)
1.Какие технологии обучения являются более успешными в формировании и развитии математической грамотности у школьников?	
Проектная технология обучения	
Модульная технология обучения	
Информационно-коммуникационная технология обучения	
Деятельностная технология обучения	
Иная технология (укажите)	
2. Какие средства и объекты более активно мотивируют учащихся самостоятельному решению практико-ориентированных задач из курса математики, алгебры и геометрии?	
Визуализация задачи	
Указания к решению задачи	
Модельные задачи и упражнения	
Усвоенные знания	
Задания и вопросы к задаче, составленные в контексте оценочных заданий PISA	
Что-то иное (укажите)	
3 Какие инструменты и средства способствуют эффективному формированию и развитию критического, креативного, дивергентного мышления, навыков рефлексии и коммуникативности?	
Содержание практико-ориентированных задач.	
Задачи и упражнения из школьного курса математики	
Задания на переформулирование содержания задачи из одной формы в другую	
Обсуждение, оценка результатов решения проблемных задач	
Задачи на принятие решений	
Самостоятельное выполнений заданий	
Что-то иное (укажите):	
4. Какие методы обучения является более успешными в формировании и развитии математической грамотности в процессе изучения математических дисциплин?	
Коллективный способ обучения	
Проблемный метод обучения	
Деятельностный метод обучения	
Проблемно-ориентированный метод обучения	
Иной метод (укажите):	
5. Какие задачи способствуют формированию и развитию у школьников математической грамотности?	

Задачи на доказательство математического утверждения	
Задание на выявление ошибки в алгоритме решения задачи	
Проблемные задачи	
Практико-ориентированные задачи	
Иная задача (укажите)	
6. Какая из форм оценки позволяет определить сформированность математической грамотности у школьников?	
Обсуждение и оценка результатов решения задачи	
Формативные оценки	
Суммативные оценки за раздел	
Суммативные оценки за четверть	
Другой подход (укажите)	

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Письменная работа №2

Задача 1 (Легкого уровня сложности). Сельский продуктовый магазин за 12070 тенге закупил 20 кг огурцов и 15кг помидоров. Закупочная стоимость одного килограмма огурцов на 450 тенге дешевле одного килограмма помидоров. С какой стоимостью следует продавать огурцы и помидоры, чтобы прибыль от их продаж составила более 3430 тенге?

Задача 2 (Среднего уровня сложности)**.** В жилом доме проектируются две смежные жилые комнаты одинаковой длины. Ширина одной комнаты в 0,8 раз меньше ее длины, а ширина второй комнаты равна 3*м*. При какой длине этих комнат жилая площадь этого дома составить более 35$м^2$?

Задача 3 (Высокого уровня сложности). Бассейн наполняется водой двумя трубами. Одна первая труба заполоняет его на 5 часов быстрее, чем одна вторая труба. Две трубы действуя вместе за час заполняют водой более 1/6 части бассейна. Какую часть бассейна могут заполнить водой эти трубы действуя по отдельности за 1 час?

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Значение критерия Фишера при уровне значимости P=0,01 для числа степеней свободы $к_1$ и $к_2$

	$к_1$										
$к_2$	1	2	3	4	5	6	8	12	16	24	50
1	1 4052	4999	5403	5625	5764	5859	5981	6106	6169	6234	6302
2	98,49	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,42	99,44	99,46	99,48
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,49	27,05	26,83	26,60	26,35
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,80	14,37	14,15	13,93	13,69
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,29	9,89	9,68	9,47	9,24
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,10	7,72	7,52	7,31	7,09
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,84	6,47	6,27	6,07	5,85
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,03	5,67	5,48	5,28	5,06
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,47	5,11	4,92	4,73	4,51
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,06	4,71	4,52	4,33	4,12
11	9,65	7,20	9,22	5,67	5,32	5,07	4,74	4,40	4,21	4,02	3,80
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,50	4,16	3,98	3,78	3,56
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,30	3,96	3,78	3,59	3,37
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,14	3,80	3,62	3,43	3,21
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,00	3,67	3,48	3,29	3,07
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	3,89	3,55	3,37	3,18	2,96
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,79	3,45	3,27	3,08	2,86
18	8,28	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,71	3,37	3,20	3,00	2,79
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,63	3,30	3,12	2,92	2,70
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,56	3,23	3,05	2,86	2,63
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,51	3,17	2,99	2,80	2,58
22	7,94	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,45	3,12	2,94	2,75	2,53
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,41	3,07	2,89	2,70	2,48
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,36	3,03	2,85	2,66	2,44
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,32	2,09	2,81	2,62	2,40
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,29	2,96	2,78	2,58	2,36
27	7,68	5,49	4,60	4,11	3,78	3,56	3,26	2,93	2,74	2,55	2,33
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	3,23	2,90	2,71	2,52	2,30
29	7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	3,20	2,87	2,68	2,49	2,27
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,17	2,84	2,66	2,47	2,24
35	7,42	5,27	4,40	3,91	3,59	3,37	3,07	2,74	2,56	2,37	2,13

Каждан А.Б. и др. Математическое моделирование в геологии и разведке полезных ископаемых. 1979

ПРИЛОЖЕНИЕ Е

Критические значения t-критерия Стьюдента при уровне значимости 0.05

Число степеней свободы d.f.	α
	0,05
1	12,706
2	4,3027
3	3,1825
4	2,7764
5	2,5706
6	2,4469
7	2,3646
8	2,3060
9	2,2622
10	2,2281
11	2,2010
12	2,1788
13	2,1604
14	2,1448
15	2,1315
16	2,1199
17	2,1098
18	2,1009
19	2,0930
20	2,0860
21	2,0796
22	2,0739
23	2,0687
24	2,0639
25	2,0595
26	2,0555
27	2,0518
28	2,0484
29	2,0452
30	2,0423
40	2,0211
60	2,0003
120	1,9799
∞	1,9600

ПРИЛОЖЕНИЕ Ж

Граничные значения t-критерия Стьюдента для 5 % и 1%-го уровня значимости в зависимости от числа степеней свободы

df	Границы значения		*df*	Границы значения	
	p=0,05	**p=0,01**		**p=0,05**	**p=0,01**
1	12,70	63,65	46	2,013	2,687
2	4,303	9,925	47	2,012	2,685
3	3,182	5,841	48	2,011	2,682
4	2,776	4,604	49	2,010	2,680
5	2,571	4,032	50	2,009	2,678
6	2,447	3,707	51	2,008	2,676
7	2,365	3,499	52	2,007	2,674
8	2,306	3,355	53	2,006	2,672
9	2,262	3,250	54	2,005	2,670
10	2,228	3,169	55	2,004	2,668
11	2,201	3,106	56	2,003	2,667
12	2,179	3,055	57	2,002	2,665
13	2,160	3,012	58	2,002	2,663
14	2,145	2,977	59	2,001	2,662
15	2,131	2,947	60	2,000	2,660
16	2,120	2,921	61	2,000	2,659
17	2,110	2,898	62	1,999	2,657
18	2,101	2,878	63	1,998	2,656
19	2,093	2,861	64	1,998	2,655
20	2,086	2,845	65	1,997	2,654
21	2,080	2,831	66	1,997	2,652
22	2,074	2,819	67	1,996	2,651
23	2,069	2,807	68	1,995	2,650
24	2,064	2,797	69	1,995	2,649
25	2,060	2,787	70	1,994	2,648
26	2,056	2,779	71	1,994	2,647
27	2,052	2,771	72	1,993	2,646
28	2,049	2,763	73	1,993	2,645
29	2,045	2,756	74	1,993	2,644
30	2,042	2,750	75	1,992	2,643
31	2,040	2,744	76	1,992	2,642
32	2,037	2,738	78	1,991	2,640
33	2,035	2,733	79	1,990	2,639
34	2,032	2,728	80	1,990	2,639
35	2,030	2,724	90	1,987	2,632
36	2,028	2,719	100	1,984	2,626
37	2,026	2,715	110	1,982	2,621
38	2,024	2,712	120	1,980	2,617
39	2,023	2,708	130	1,978	2,614
40	2,021	2,704	140	1,977	2,611
41	2,020	2,701	150	1,976	2,609
42	2,018	2,698	200	1,972	2,601
43	2,017	2,695	250	1,969	2,596
44	2,015	2,692	300	1,968	2,592
45	2,014	2,690	350	1,967	2,590

ПРИЛОЖЕНИЕ И

Акт внедрения

БЕКІТЕМІН
«Жетісу облысы білім басқармасының Талдықорған қаласы бойынша білім бөлімі» мемлекеттік мекемесінің «К.Ушинский атындағы №7 орта» мектеп директоры
_____________И.М.Розакова
«17» ____01____ 2025 ж.

8D01501 – «Математика» білім беру бағдарламасының докторанты Б.Б.Сатқұловтың «Формирование и развитие у школьников математической грамотности и навыков 21 века в контексте исследований PISA» тақырыбындағы диссертациялық зерттеу нәтижелерін
ЕНГІЗУ ТУРАЛЫ АКТ

Осы актімен докторант Б.Б.Сатқұловтың ф.-м.ғ.д., профессор Д.Н.Нұрғабылмен бірлесіп «Формирование и развитие математической грамотности у школьников» тақырыбында семинарөткізгенін растаймын.

2025 жылдың 15-16қаңтар аралығында профессор Д.Н.Нұрғабыл және докторант Б.Б.Сатқұлов К.Ушинский атындағы №7 орта мектепбазасында мұғалімдеріне арналған семинар өткізді. Семинардың еңбек сыйымдылығы 6 академиялық сағатты құрады.

Тәжірибелік жұмыс қорытындысы бойынша №7 орта мектептегі математиканы оқыту барысында оқушылардың математикалық сауаттылығын қалыптастыруда және дамытуда Б.Б.Сатқұловтың әзірлеген есептерінің және тапсырмаларының практикалық тиімділігі жоғары бағаланып, мұғалімдердің оқыту практикасына енгізілді.

Докторант Б.Б.Сатқұловтың ұсынған тұжырымдамасы бойынша колледжде математиканы оқытуда ақпараттық және коммуникациялық технологияларды жүйелі қолданудың дидактикалық шарттарын жүзеге асыру арқылы оқытудың теориялық және практикалық деңгейі жоғарылап, білім сапасы артады деп санаймыз.

Б.Б.Сатқұловтың ұсынған тұжырымдамасын оқу үдерісіне енгізуден алынған психологиялық-педагогикалық әсер: болашақ мұғалімдер мен математика мұғалімдеріне, мектеп пен жоғары оқу орындарының студенттеріне арналған оқулықтар, оқу-әдістемелік кешендерді құрастыру саласында практикалық қолдануды табуға мүмкіндік береді.

Оқу ісі жөніндегі
директордың орынбасары **М.А.Дусенбаева**

УТВЕРЖДАЮ
КГУ «Средняя школа-гимназия №10 имени Ч. Валиханова» ГУ «Отдел образования по городу Талдыкорган Управления образования области Жетісу»
_________ А.Жумадилова
«12» ____ 2024 ж.

АКТ
о внедрении результатов исследовательской работы в учебный процесс

В 2023 - 2024 учебном году в образовательный процесс средней школы-гимназии №10 имени Ч. Валиханова» ГУ отдела образования по городу Талдыкорган Управления образования области Жетісу» внедрена методическая разработка докторанта Саткұлова Бактияра Бағланұлы «Методика формирования и развития у школьников математической грамотности в контексте обучения математике».

Разработанная методика посвящена проблемам обучения школьников математической грамотности, формирования и развития навыков 21 века, в том числе в конструировании практико-ориентированных задач, способствующие формированию и развитию у школьников функциональной грамотности.

Результаты внедрения показывают положительную динамику в повышении уровня математической грамотности учащихся, что особенно важно в контексте подготовки к участию в международных сравнительных исследованиях качества образования, таких как PISA.

Начало использования объекта внедрения в образовательный процесс: 01.09.24 года

Количество обучающихся, пользующихся объектом внедрения: школьников – 58 человека, учителей – 2 человека.

Заместитель директора по учебной работе **З.Рахметова**

Методист **Ж.Сулейменова**

УТВЕРЖДАЮ
КГУ «IT школа-лицей №28 имени Кулжабая Касымова» ГУ «Отдел образования по городу Талдыкорган Управления образования области Жетісу»
_____________ К.И.Абдрахманова
«10» 01 20 25 ж.

АКТ
о внедрении в образовательный процесс
учебно-методической разработки

Внедрение результатов научно-исследовательской работы докторанта Сатқұлова Бақтияра Бағланұлы образовательной программы 8D01501-«Математика» Жетысуского университета имени И. Жансугурова на тему: «Формирование и развитие у школьников математической грамотности и навыков 21 века в контексте исследований PISA» проводилась на базе КГУ «IT школа-лицей №28 имени Кулжабая Касымова» ГУ «Отдел образования по городу Талдыкорган Управления образования области Жетісу» в период с 2024 по 2025 годы.

Данная методика реализована в виде методических рекомендаций, включающих систему задач, направленных на развитие математической грамотности у 15-летних учащихся в соответствии с требованиями международного исследования PISA.

Основные компоненты методики:

- задания, приближенные к реальным жизненным ситуациям, способствующие применению математических знаний на практике;
- упражнения, развивающие навыки анализа, интерпретации данных, навыки мышления 21 века и обоснования решений;
- ориентация на развитие универсальных компетенций и навыков 21 века, таких как критическое мышление, коммуникация и креативность;
- практические рекомендации для учителей по эффективному внедрению данной системы задач в учебную программу.

Эффект от внедрения проявляется в повышении уровня математической грамотности школьников, что особенно актуально для подготовки школьников к международным исследованиям качества образования.

Заместитель директора по учебной работе — **М.С. Каринбаева**

Методист — **Ш.Д. Алдабергенова**